수학(상) 단원평가

도형의 방정식 [B2]

001.

두 점 A(3, 8), B(10, 2)가 있다. x축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 값이 최소일 때, $\overline{AP}:\overline{BP}$를 구하면?[1)]

① 1 : 1 ② 2 : 1 ③ 3 : 1
④ 4 : 1 ⑤ 3 : 2

002.

원점 O를 꼭짓점으로 하고, 무게중심의 좌표가 (4, 2)인 삼각형 OAB의 한 변 AB는 반드시 고정된 어느 한 점을 지난다. 이 점의 좌표는?[2)]

① (6, 3) ② (5, 0) ③ (2, 4)
④ (1, 2) ⑤ (−1, 2)

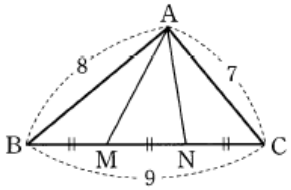
003.

두 점 $A(1, 8)$, $B(4, -3)$에 대하여 선분 AB를 $k:1$로 내분하는 점이 제1사분면에 존재하도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은?[3]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 8

004.

그림과 같이 $\triangle ABC$의 한 변 BC의 삼등분점 중 B에 가까운 점부터 M, N이라 하자. 이 때, $\overline{AM}^2+\overline{AN}^2$의 값은?[4] (단, $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CA}=7$)



① 65 ② 68 ③ 72
④ 75 ⑤ 77

005.

좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ -1)$, $\mathrm{C}(-2,\ 0)$이 있다.
임의의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2$의 최솟값을 구하여라.[5)]

006.

좌표평면 위의 두 직선 $x-2y+2=0$, $2x+y-6=0$의 교점과 점 $(3,\ -1)$을 지나는
직선의 방정식이 $ax+by-8=0$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.[6)]

007.

좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x-y+2-k(x+y)=0$까지의 거리의 최댓값은?[7]
(단, k는 실수이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

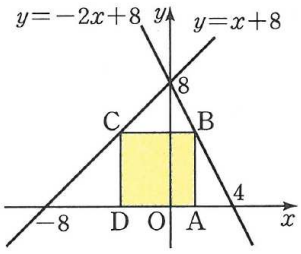
008.

세 점 $\mathrm{A}(1,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$, $\mathrm{C}(a,\ 3)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$의 길이가 최소일 때, a의 값은?[8]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

009.

그림과 같이 두 직선 $y=x+8$, $y=-2x+8$과 x축으로 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형 ABCD의 넓이의 최댓값을 구하여라.[9] (단, 직사각형 ABCD의 한 변 AD는 x축 위에 있다.)



010.

점 A$(-3, a)$, B$(-1, b)$를 이은 선분 AB의 수직이등분선의 방정식이 $y=-2x-5$일 때, a, b의 값은?[10]

① $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$ ② $a=-\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$ ③ $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{1}{2}$

④ $a=-\frac{5}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$ ⑤ $a=\frac{5}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

011.

세 직선 $x+2y=6$, $4x-3y=12$, $ax+y=1$의 교점을 이은 삼각형이 직각삼각형이 될 때, 상수 a의 값들의 합은?[11]

① 2 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{5}{4}$ ⑤ -2

012.

다음 두 직선이 제1사분면에서 만나도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하여라.[12]

$\frac{x}{a}+\frac{y}{2}=1$, $\frac{x}{2a-5}+\frac{y}{3}=1$

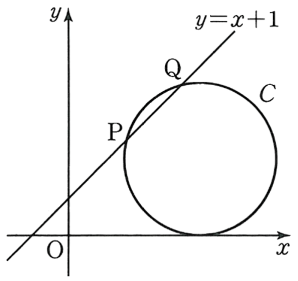
013.

좌표평면 위의 점 $(-2,\ 3)$을 지나고 x축, y축에 동시에 접하는 원이 두 개 존재할 때, 두 원의 중심 사이의 거리는?[13]

① $\sqrt{2}$ ② 8 ③ $4\sqrt{6}$
④ 12 ⑤ $4\sqrt{13}$

014.

다음 그림과 같이 x축에 접하고 지름의 길이가 4인 원 C가 직선 $y=x+1$과 제1사분면에서 만나는 두 점을 P, Q라 하면 $\overline{PQ}=2$이다. 원 C의 중심의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은?[14]



① $2+\sqrt{6}$ ② $3+\sqrt{3}$ ③ $3+\sqrt{6}$
④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ $4+\sqrt{6}$

015.

원 $(x-1)^2+(y-1)^2=5$와 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k의 최댓값을 M이라 하고, 이때 두 점 사이의 거리를 d라 할 때, $\sqrt{5}Md$의 값을 구하여라.[15]

016.

점 $\mathrm{P}(4,\ 3)$에서 원 $x^2+y^2=9$에 그은 두 접선 중에서 기울기가 양수인 접선의 기울기를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하여라.[16] (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

017.

두 점 $(-1, 7)$, $(3, 3)$을 지나는 직선과 평행하고, 제1사분면에서 원 $x^2+y^2=8$에 접하는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이를 구하여라.[17] (단, O는 원점이다.)

018.

두 원 $x^2+y^2-4=0$, $x^2+y^2-4x+ky=0$의 교점을 지나는 직선이 $y=x+3$과 수직일 때, 상수 k의 값은?[18]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

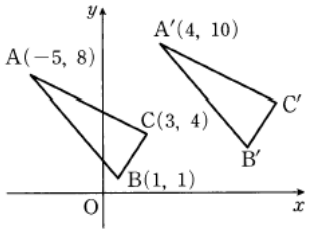
019.

점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 P, 점 $(1, -2)$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자. 점 P와 점 Q가 y축에 대하여 대칭일 때, 점 A의 좌표는?[19)]

① $(-1, -3)$ ② $(-1, 3)$ ③ $(1, -3)$
④ $(1, 3)$ ⑤ $(3, 1)$

020.

그림의 삼각형 A′B′C′은 삼각형 ABC를 평행이동한 도형이다. 두 점 B′, C′을 지나는 직선의 방정식이 $ax+by=24$일 때, $a+b$의 값은?[20)] (단, a, b는 상수이다.)



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

021.

네 점 $A(2, 1)$, $B(-1, a)$, $C(b, 0)$, $D(c, d)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD가 있다. 직선 $3x-2y+1=0$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선이 평행사변형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, $a+b+c+d$의 값은?[21]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

022.

원 $C: x^2+y^2+10x-2y+25=0$에 대하여 원 C를 원점에 대하여 대칭이동한 원을 C_1, 원 C를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 원을 C_2라고 하자. 두 원 C_1, C_2가 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, ab의 값은?[22]

① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

023.

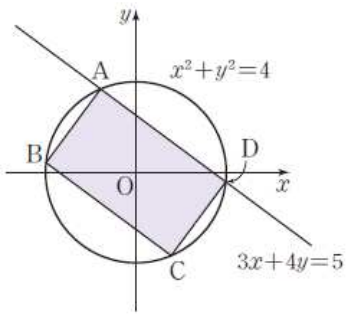
두 점 $A(-2,\ 0)$과 $B(2,\ 0)$에 대하여 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:1$을 만족하는 점 P의 자취의 넓이는?[23]

① 3π ② 5π ③ 12π

④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{4}\pi$

024.

그림과 같이 직선 $3x+4y=5$와 원 $x^2+y^2=4$의 교점을 A, D라 할 때, 원에 내접하는 직사각형 ABCD의 넓이는?[24]



① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

025.

좌표평면에서 원 $x^2+y^2-8x+12=0$ 위의 동점 P에 대하여 선분 OP의 길이가 정수가 되는 점 P의 개수는?[25)]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

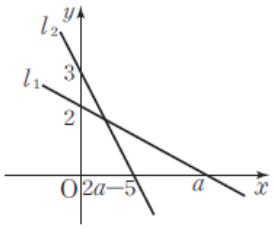
[수학(상) 단원평가]

도형의 방정식 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	①	03	①	04	⑤	05	16
06	4	07	④	08	④	09	24	10	①
11	④	12	7	13	③	14	③	15	16
16	31	17	8	18	①	19	①	20	①
21	②	22	②	23	⑤	24	④	25	⑤

12번 해설

두 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{2}=1$, $\frac{x}{2a-5}+\frac{y}{3}=1$은 각각 x절편과 y절편이 $(a,\ 0)$, $(0,\ 2)$,
그리고 $(2a-5,\ 0)$, $(0,\ 3)$이다. 두 직선을 그려보면 다음과 같다.

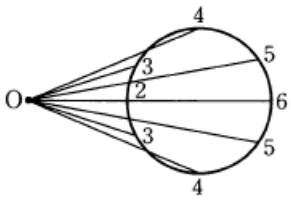


원점과 직선 l_1의 x절편 사이에 직선 l_2의 x절편이 있어야 두 직선이 제1사분면에서 만난다.
그러므로 $0<2a-5<a$이다.

24번 해설

원의 중심 O에서 직선 $3x+4y-5=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면
원점과 직선 $3x+4y-5=0$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{OH}}=\frac{|5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$이다.
삼각형 OAH는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{OA}}=2$, $\overline{\mathrm{OH}}=1$이므로 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{3}$이다.
직선 $3x+4y-5=0$에서 BC까지의 거리는 $\overline{\mathrm{OH}}$의 2배이고 $\overline{\mathrm{BA}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$와 같다.
그러므로 직사각형 ABCD의 넓이는 $\overline{\mathrm{AD}}\times\overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$이다.

25번 해설

원의 방정식을 표준형으로 고치면 $(x-4)^2+y^2=4$이다. 이 때 중심은 $(4,\ 0)$이므로
원점 O에서 중심까지의 거리는 4이다. 그러므로 원 위의 점에서 원점까지의 거리의
최솟값은 $4-2=2$이고 최댓값은 $4+2=6$이다.

$\overline{\mathrm{OP}}$는 정수 2, 3, 4, 5, 6의 값을 가질 수 있다. 점 P의 개수는 다음 그림과 같이 모두 8개다.