

수학(상) 단원평가

도형의 방정식 [B1]



001.

점 $A(-4, 1)$, $B(1, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 $(1+t):t$ 로 외분하는 점이 직선 $y = x - 4$ 위에 있을 때, 실수 t 의 값은?1)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

002.

두 점 $A(-2, 5)$, $B(3, -2)$ 에 대하여 선분 AB 를 $t:(1-t)$ 로 내분하는 점 P 가 제1사분면 위의 점일 때, 실수 t 의 값의 범위는?2) (단, $0 < t < 1$)

- ① $\frac{1}{5} < t < \frac{5}{7}$ ② $\frac{1}{5} < t < \frac{6}{7}$ ③ $\frac{1}{3} < t < \frac{5}{7}$
④ $\frac{2}{5} < t < \frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{2}{5} < t < \frac{6}{7}$



003.

세 직선 $2x - y - 6 = 0$, $x + 2y + 2 = 0$, $y = 2$ 로 만들어지는 삼각형의 외접원의 방정식이 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r$ 일 때, $a + b + r$ 의 값은?³⁾
(단, a , b , r 는 상수이다.)

- ① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

004.

점 $P(2, 6)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 20$ 에 그은 두 접선이 원과 만나는 점을 각각 A , B 라 할 때, 삼각형 PAB 의 넓이는?⁴⁾

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16



005.

원 $x^2 + y^2 + 4ax - 2ay - 3 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 3 = 0$ 의 둘레를 이등분할 때, 상수 a 의 값은?⁵⁾

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

006.

직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선에 수직이고 점 $(3, 0)$ 을 지나는

직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?⁶⁾

- ① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 20



007.

점 $A(3, 4)$ 를 직선 $x+y-2=0$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $B(a, b)$ 라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값은?7)

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

008.

원 $(x-2)^2+(y+3)^2=1$ 의 넓이를 이등분하고 원 $x^2+y^2=1$ 에 접하는 두 직선의 기울기의 합은?8)

- ① -4 ② -3 ③ -2
④ 1 ⑤ 3



009.

좌표평면 위의 두 점 $A(2, -1)$, $B(-1, 2)$ 에 대하여 직선 AB 위의 점 P 와 점 $(4, 3)$ 을 이은 선분을 $2:1$ 로 내분하는 점 Q 의 자취의 방정식은?⁹⁾

- ① $2x - y - 3 = 0$ ② $2x - y - 5 = 0$ ③ $x + y - 3 = 0$
④ $x + y - 5 = 0$ ⑤ $x + 2y - 1 = 0$

010.

꼭짓점 A 의 좌표가 $(2, 1)$ 인 삼각형 ABC 의 외심 $P(-1, -1)$ 이 변 BC 위에 있을 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 값은?¹⁰⁾

- ① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55



011.

세 점 $A(-2, 1)$, $B(1, 5)$, $C(6, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이는?¹¹⁾

- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

012.

좌표평면 위의 원점과 직선 $x + y - 2 + k(x - y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은?¹²⁾ (단, k 는 실수이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$



013.

세 점 $A(-3, 3)$, $B(-1, 1)$, $C(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, 선분 AG 의 길이는?¹³⁾

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

014.

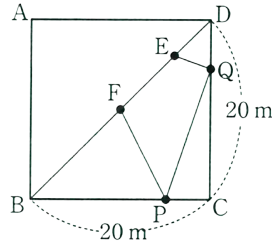
점 $T(a, 0)$ 에서 원 $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ 에 그은 접선의 접점을 P 라고 할 때, $\overline{PT} = 3$ 을 만족하는 음수 a 의 값은?¹⁴⁾

- ① -7 ② -6 ③ -5
④ -4 ⑤ -3



015.

다음 그림과 같은 한 변의 길이가 20m인 정사각형 ABCD에서 대각선 BD를 3:1로 내분하는 점을 E, 대각선 BD의 중점을 F라 한다. 변 BC, CD 위를 움직이는 점 P, Q에 대하여 $\overline{FP} + \overline{PQ} + \overline{QE}$ 의 최솟값은?¹⁵⁾



- ① 15m ② 34m ③ $2\sqrt{32}$ m
- ④ $4\sqrt{32}$ m ⑤ $5\sqrt{34}$ m

016.

좌표평면 위에 마름모 ABCD가 있다. 두 점 A, C의 좌표가 각각 (3, 1), (5, -3)이고, 두 점 B, D를 지나는 직선 위의 임의의 점 (x, y)에 대하여 등식

$$ax^2 + y^2 + bx + cy + 3 = 0$$

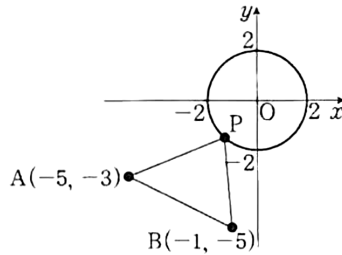
이 성립할 때, abc의 값은?¹⁶⁾ (단, a, b, c는 실수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ -1
- ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$



017.

다음 그림과 같이 두 점 $A(-5, -3)$, $B(-1, -5)$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 최솟값은?17)



- ① 20 ② 24 ③ 28
- ④ 32 ⑤ 36

018.

한 개의 동전을 던져서 다음과 같은 방법으로 좌표평면 위의 점 $P(1, -1)$ 을 이동하려고 한다.

(가) 앞면이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 한다.
 (나) 뒷면이 나오면 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한다.

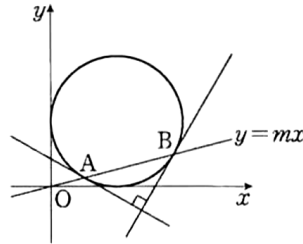
동전을 8회 던져서 앞면이 6회, 뒷면이 2회 나왔을 때, 점 P 를 평행이동 한 점을 Q 라고 하자. 이때 선분 PQ 의 길이는?18)

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{7}$



019.

좌표평면에서 중심이 $(1, 1)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원과 직선 $y = mx (m > 0)$ 가 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 각각 이 원에 접하는 두 직선이 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합은?19)



① 2

② $\frac{5}{2}$

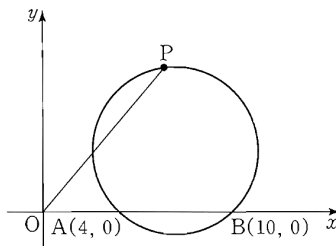
③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ 4

020.

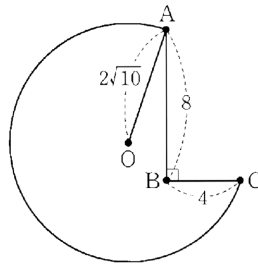
다음 그림과 같이 두 점 $A(4, 0)$, $B(10, 0)$ 을 지나고 반지름의 길이가 5인 원이 있다. 원점 O 와 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 선분 OP 의 길이가 정수가 되게 하는 점 P 의 개수를 구하여라.20) (단, 원의 중심은 제1사분면에 있다.)





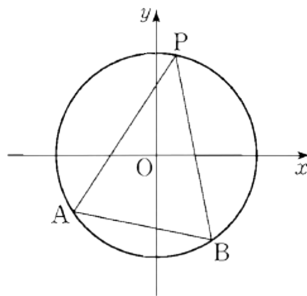
021.

평면 위에 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$ 인 원 O 가 있다. 다음 그림은 원 O 위의 두 점 A, C 와 원 내부의 점 B 를 잡아 $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=4$, $\angle ABC=90^\circ$ 가 되도록 원과 원의 외부의 일부를 잘라낸 도형이다. $\overline{OB}=l$ 이라 할 때, $3l^2$ 의 값을 구하여라.²¹⁾



022.

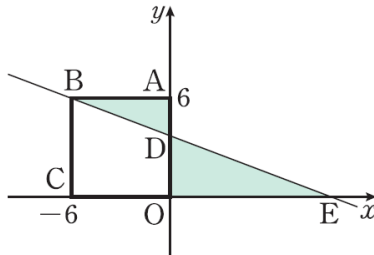
다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=13$ 위의 두 점 $A(-3, -2)$, $B(2, -3)$ 과 원 위의 임의의 점 P 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABP 의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}(1+\sqrt{2})$ 이다. pq 의 값을 구하여라.²²⁾ (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)





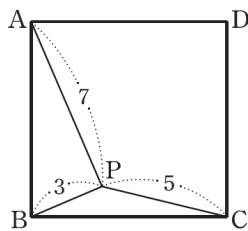
023.

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 OABC의 변 OA 위의 점 D에 대하여 직선 BD를 그어 x 축과 만나는 점을 E라 하자. 색칠한 두 부분의 넓이의 합이 사다리꼴 ODBC의 넓이와 같을 때, 직선 BD의 방정식은 $ax+by-c=0$ 이다. abc 의 값은?²³⁾ (단, O는 원점이고, a, b, c 는 서로소인 자연수이다.)



024.

다음 그림과 같은 정사각형 ABCD의 내부의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=7$, $\overline{BP}=3$, $\overline{CP}=5$ 일 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.²⁴⁾





025.

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동시킨 원과 원 $x^2 + y^2 + 2x = 0$ 이 외접할 때, $2a + b$ 의 최댓값은
 $m + n\sqrt{5}$ 이다. $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.²⁵⁾ (단, m, n 은 정수이다.)

[수학(상) 단원평가]
 도형의 방정식 B1 정답표

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 01 | ② | 02 | ④ | 03 | ① | 04 | ② | 05 | ① |
| 06 | ② | 07 | ③ | 08 | ① | 09 | ④ | 10 | ② |
| 11 | ④ | 12 | ① | 13 | ② | 14 | ② | 15 | ⑤ |
| 16 | ③ | 17 | ③ | 18 | ③ | 19 | ⑤ | 20 | 20 |
| 21 | 24 | 22 | 26 | 23 | 36 | 24 | 58 | 25 | 8 |

17번 해설

삼각형 PAB에 대하여 중선정리를 사용해보자.

19번 해설

원의 중심을 점 C라고 하고, 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 D라고 할 때, 사각형 ADBC는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고, 대각선 길이의 절반이 원의 중심에서 직선 $mx - y = 0$ 까지 거리와 같다.

$$\frac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이 식의 양변을 제곱하여 정리한 후 m 에 대한 근과 계수의 관계를 이용한다.

21번 해설

점 O를 원점으로 하는 좌표평면을 도입하고 점 A, C의 좌표를 표현해보자.
중심이 원점이고 반지름이 $2\sqrt{10}$ 인 원 위에 점 A와 점 C가 있음을 이용한다.

24번 해설

점 B를 원점으로 하고 직선 BA를 y 축, 직선 BC를 x 축으로 하는 좌표평면을 도입하자.
이때, 점 C의 좌표를 $(a, 0)$, 점 A의 좌표를 $(0, a)$, 점 D의 좌표를 (a, a) 라고 하자.
점 P의 좌표를 (x, y) 라고 하고 주어진 거리를 식으로 표현한 후 연립하여 a 를 구한다.