수학(상) 단원평가

방정식과 부등식 [B1]

001.

방정식

$$x^2+|x-2|-4=0$$

의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha+\beta$의 값은?[1)]

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

002.

이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때,

$$\frac{\beta}{\alpha^2-2\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta^2-2\beta+1}$$

의 값은?[2)]

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 7

003.

이차식

$$2x^2+7xy+3y^2+3x-y+k$$

가 x와 y에 대한 일차식으로 인수분해 되도록 하는 실수 k의 값은?3)

① -5　② -4　③ -3
④ -2　⑤ -1

004.

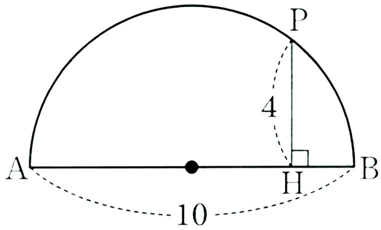
삼차방정식 $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, 보기에서 옳은 것의 개수는?4)
(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

ㄱ. $\omega^9=-1$	ㄴ. $\omega=\omega^2+1$
ㄷ. $\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{1}{\overline{\omega}}=1$	ㄹ. $\overline{\omega}^2-\overline{\omega}=1$
ㅁ. $(1-\omega)(1-\overline{\omega})=1$	ㅂ. $\dfrac{1}{1+\omega}+\dfrac{1}{1+\overline{\omega}}=1$

① 2개　② 3개　③ 4개
④ 5개　⑤ 6개

005.

다음 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{PH}=4$, $\overline{AB}=10$일 때, $\overline{AH}$와 $\overline{BH}$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.5)



① $x^2-16x+10=0$ ② $x^2-10x+40=0$ ③ $x^2-10x+16=0$
④ $x^2-10x+14=0$ ⑤ $x^2+10x-40=0$

006.

$a>b$, $a>-1$, $b>-1$인 실수 a, b에 대하여 $\frac{a}{1+a}$, $\frac{b}{1+b}$의 대소를 올바르게 나타낸 것은?6)

① $\frac{a}{1+a}>\frac{b}{1+b}$ ② $\frac{a}{1+a}\geq\frac{b}{1+b}$ ③ $\frac{a}{1+a}<\frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a}\leq\frac{b}{1+b}$ ⑤ $\frac{a}{1+a}=\frac{b}{1+b}$

007.

방정식

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$$

을 만족하는 양의 정수 x, y에 대하여 $x+y$의 최댓값은?[7)]

① 29 ② 31 ③ 33
④ 35 ⑤ 37

008.

연립방정식

$$\begin{cases} xy+yz=6 \\ yz+zx=12 \\ zx+xy=10 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$, $z=\gamma$라 할 때, $\alpha+\beta+\gamma$의 최솟값은?[8)]

① -7 ② 0 ③ 7
④ -2 ⑤ -1

009.

방정식

$$x^4+4x^3-7x^2+4x+1=0$$

을 만족시키는 x에 대하여 $x+\frac{1}{x}=k$라 할 때, 모든 k의 값의 곱은?9)

① -9 ② -7 ③ -5
④ -3 ⑤ -1

010.

이차방정식

$$x^2+2(a+b+c)x+3(ab+bc+ca)=0$$

에 대하여 다음 중 옳은 것을 있는 대로 모두 고른 것은?10) (단, a, b, c는 실수이다.)

ㄱ. 이차방정식이 중근을 가지면 $a=b=c$이다.
ㄴ. 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가지면 $a\neq b$ 또는 $b\neq c$ 또는 $c\neq a$이다.
ㄷ. 이차방정식은 허근을 가질 수 없다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

011.

최고차항의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$가

$$f(-2)=f(1)=f(3)$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 나머지 두 근을 각각 α, β라 하자. $\alpha^2+\beta^2$의 값은?11)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

012.

x에 관한 이차방정식 $x^2-ax+4=0$의 두 근이 모두 1보다 클 때, 상수 a의 값의 범위는?12)

① $4<a<5$ ② $4\le a<5$ ③ $2<a\le 5$
④ $2<a<4$ ⑤ $a>2$

013.

삼차방정식

$$x^3 - kx^2 + k - 1 = 0$$

이 중근을 가질 때, 모든 실수 k의 값의 합은?13)

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

014.

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$의 세 근을 각각 α, β, γ라 하자.
$\frac{1}{\alpha\beta}$, $\frac{1}{\beta\gamma}$, $\frac{1}{\gamma\alpha}$을 세 근으로 하는 삼차방정식을 $x^3 - x^2 + 3x - 1 = 0$이라 할 때,
$a^2 + b^2 + c^2$의 값은?14) (단, a, b, c는 상수이다.)

① 8 ② 9 ③ 10

④ 11 ⑤ 12

015.

실수 a, b에 대하여 x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3+i$이다.
이차방정식 $x^2-bx+a=0$의 두 근을 α, β라 할 때,

$$\frac{\beta+2}{2\alpha}+\frac{\alpha+2}{2\beta}$$

의 값은?15) (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -12 ② -11 ③ -10
④ 11 ⑤ 12

016.

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$k\{x^2-(k-2)x-3(k-2)\}<0$$

이 성립하도록 하는 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?16)

① -2 ② -4 ③ -6
④ -8 ⑤ -10

017.

모든 실수 x에 대하여 $x^2-2ax+1>0$이 항상 성립할 때, 부등식 $3|a-1|+2|a+1|<5$의 해가 $\alpha<a<\beta$이다. 이때 $\alpha+\beta$의 값은?17)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

018.

x에 대한 이차방정식 $x^2-(a^2-a-12)x-a+3=0$의 두 실근이 절댓값이 서로 같고 부호가 서로 다를 때, 실수 a의 값은?18)

① -4 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

019.

연립부등식

$$\begin{cases} x^2-2x-8 \le 0 \\ |x+1| < k \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x의 개수가 4일 때, 실수 k의 값의 범위는?19)

① $1 < k < 2$　② $1 \le k < 2$　③ $1 < k \le 2$
④ $2 \le k < 3$　⑤ $2 < k \le 3$

020.

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=2x+1$과 접할 때, 방정식

$$\{f(x)-2x\}^3-2\{f(x)-2x\}^2-5\{f(x)-2x\}+6=0$$

의 서로 다른 실근의 개수는?20)

① 0개　② 1개　③ 2개
④ 3개　⑤ 4개

021.

x, y에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} x+y=2a+4 \\ xy=3a^2+4 \end{cases}$$

가 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는?[21)]

① 0개 ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 4개

022.

부등식 $[x+2]^2-2[x+4]-11 \le 0$을 만족시키는 실수 x의 값의 범위를 $\alpha \le x < \beta$라고 할 때, $\alpha+\beta$의 값은?[22)] (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

023.

x에 대한 이차방정식

$$x^2-2(2k+1)x+3k^2+4k+9=0$$

의 두 근이 모두 정수일 때, 모든 정수 k의 값의 곱은?[23]

① -9　② -4　③ 1
④ 4　⑤ 9

024.

다음 조건을 만족시키는 소수 p의 값들의 합을 구하여라.[24]

(가) a는 11의 배수인 두 자리의 자연수이다.
(나) 이차방정식 $x^2-ax+2p=0$의 두 근은 서로 다른 자연수이다.

025.

최고차항의 계수가 1이고 계수가 모두 정수인 다항식 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지를 구하여라.[25)]

(가) $f(9)=225$
(나) $f(\alpha)=f(\beta)=f(\gamma)=15$ (α, β, γ는 9보다 작은 서로 다른 세 자연수)
(다) $f(x)$는 차수가 가장 낮은 다항식이다.

[수학(상) 단원평가]

방정식과 부등식 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	⑤	03	④	04	④	05	③
06	①	07	④	08	①	09	①	10	⑤
11	③	12	②	13	③	14	④	15	②
16	⑤	17	①	18	④	19	⑤	20	④
21	④	22	①	23	①	24	186	25	15

20번 해설

먼저 $f(x)-2x=t$로 치환한 후 방정식을 풀어서 $t=1,\ 3,\ -2$를 구한다.
이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=2x+1$과 접하므로,
직선 $y=2x+t$와 $y=2x+1$과의 위치 관계를 이용하여
$y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=2x+t$와의 교점의 개수를 추론해본다.

21번 해설

$x,\ y$는 방정식 $t^2-(2a+4)t+\left(3a^2+4\right)=0$의 실근이므로
판별식을 이용하여 a의 범위를 구한다.

23번 해설

(풀이1) 방정식 $x^2-2(2k+1)x+3k^2+4k+9=0$을
$x^2-2(2k+1)x+4k^2+4k+1=k^2-8$로 변형한 후 $\{x-(2k+1)\}^2-k^2=-8$,
즉, $(x-k-1)(x-3k-1)=-8$에서 부정방정식을 푼다.

(풀이2) 근의 공식에 의해 두 근은 $(2k+1)\pm\sqrt{k^2-8}$이다.
정수 k에 대하여 $2k+1$이 정수이므로 $\sqrt{k^2-8}$이 정수가 되어야 한다.
k^2-8이 제곱수가 되어야 한다. 가능한 k의 값은 ± 3이다.

24번 해설

두 근의 곱이 $2p$이다.

Case1) 두 근이 $1,\ 2p$일 때,

두 근의 합 $2p+1=11k$(k는 정수)에서 $p=\dfrac{11k-1}{2}$이다.

가능한 소수 p는 5이다.

Case1) 두 근이 $2,\ p$일 때,

두 근의 합 $p+2=11k$(k는 정수)에서 $p=11k-2$이다.

가능한 소수 p는 $31,\ 53,\ 97$이다.

25번 해설

$f(x)-15=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$이고, $x=9$를 대입한 후,
세 자연수의 곱이 210이 됨을 이용하여 구한다.