

수학(하) 단원평가

경우의 수 [C1]

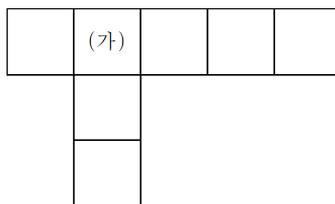


001.

남학생 9명과 여학생 4명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리는 이웃하지 않고 남학생끼리는 3명 이상씩 이웃하도록 세우는 방법의 수는 $a! \times b!$ 이다. 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.¹⁾ (단, $a > b$)

002.

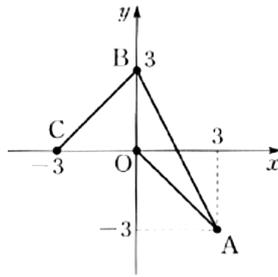
아래의 그림과 같은 7개의 칸에 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8을 하나씩만 써서 (가)를 포함한 가로줄의 칸에 쓴 5개의 수의 합과 (가)를 포함한 세로줄의 칸에 쓴 3개의 수의 합이 같아지도록 하려고 한다. 7개의 빈칸을 채우는 방법의 수를 구하여라.²⁾





003.

좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, -3)$, $B(0, 3)$, $C(-3, 0)$ 중 두 점을 잇는 선분 3개를 그어서 네 점이 모두 연결되도록 하려고 한다. 예를 들어 다음 그림과 같이 선분 3개를 그으면 네 점이 모두 연결된다. 이와 같이 연결하는 방법의 수는?3)



- ① 12
- ② 16
- ③ 20
- ④ 24
- ⑤ 28

004.

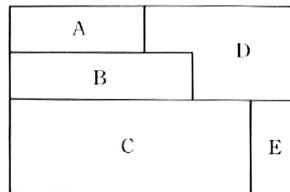
수한이는 달리기, 인라인스케이트, 자전거 중 한 종목을 골라 매일 한 종목씩 7일 동안 운동하는 방법을 수를 구하여라.4)

- (가) 7일 동안 세 종목 모두 한 번 이상씩 운동해야 한다.
- (나) 같은 종목은 반드시 연속해서 운동해야 한다.



005.

다음 그림과 같은 A, B, C, D, E의 다섯 개의 영역에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 보라의 다섯 가지 색을 전부 또는 일부를 사용하여 칠하려고 한다. 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 방법의 수는?5)



- ① 420 ② 480 ③ 540
- ④ 600 ⑤ 660

006.

두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수를 f 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?6) (단, $a \in X$, $b \in X$)

- ㄱ. $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 를 만족시키는 f 의 개수는 15이다.
- ㄴ. $f(3) = 8$ 이고, $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 를 만족시키는 f 의 개수는 9이다.
- ㄷ. $f(1) \leq f(2) < f(3) < f(4)$ 를 만족시키는 f 의 개수는 35이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ



007.

다음은 어떤 극장의 좌석 배치도의 일부이다.



3, 4번 좌석과 5, 6번 좌석 사이에는 통로가 존재한다고 할 때, 할머니, 엄마, 아빠, 자녀 3명으로 이루어진 6명의 가족이 좌석에 앉으려고 한다. 엄마, 아빠는 서로 이웃하게 앉고, 할머니는 홀로 앉지 않는 경우의 수를 구하여라.⁷⁾ (단, 통로를 사이에 둔 두 좌석은 서로 이웃하지 않다고 본다.)

008.

여섯 개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3을 모두 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 이웃하는 자리의 두 숫자가 항상 다른 자연수의 개수는?⁸⁾

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12



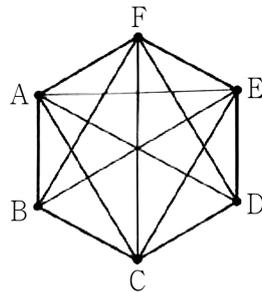
009.

주머니 안에 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 네 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 수를 각각 $a, b, c, d(a < b < c < d)$ 라 하자. 다음 조건을 모두 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.⁹⁾

- (가) $abcd$ 는 10의 배수이다.
- (나) $\frac{bcd}{a}$ 는 자연수이다.

010.

아래의 그림과 같은 직선 도로망을 가진 6개의 지점 A, B, C, D, E, F가 있다. 어떤 지점에서든지 다른 지점으로 직접 통하는 길이 있는데 공사 중인 관계로 B지점과 D지점 사이를 잇는 도로를 이용할 수 없다고 할 때, A지점에서 출발하여 나머지 5개의 지점을 한 번씩 들러 A지점으로 돌아오는 방법의 수를 구하여라.¹⁰⁾

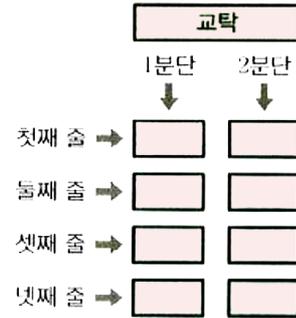




011.

교내 수학경시대회에 A 학급 학생 3명, B 학급 학생 3명, C 학급 학생 2명이 참가 신청하였다. 그림과 같이 두 분단, 네 줄의 좌석에 다음 조건을 만족시키도록 이 학생 8명을 배정하는 방법의 수를 구하여라.¹¹⁾

- (가) 같은 줄의 바로 옆에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (나) 같은 분단의 바로 앞뒤에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (다) 같은 학급 학생을 같은 분단에 배정 할 경우 번호가 작을수록 교탁에 가까운 자리에 배정한다.



012.

A, B, C, D, E 다섯 명이 함께 꼬리잡기 게임을 한다. A는 B를, B는 C를, C는 D를, D는 E와 A를, E는 B를 잡을 수 있고, 잡힌 사람은 잡은 사람의 꼬리가 된다고 하자. 이때, 어떤 꼬리도 생기지 않도록 A, B, C, D, E를 서로 다른 방 5개에 배정하는 방법의 수를 구하여라.¹²⁾ (단, 빈 방이 남아 있어도 된다.)



013.

9개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 다음 조건을 만족시키도록 세 자리 자연수를 만들려고 한다.

각 자리의 수 중 어떤 두 수의 합도 9가 아니다.

예를 들어 217은 조건을 만족시키지 않는다. 조건을 만족시키는 세 자리 자연수의 개수를 구하여라.¹³⁾

014.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 f 의 개수를 구하면?¹⁴⁾

(가) $f(1) + f(3) + f(5) = 5$

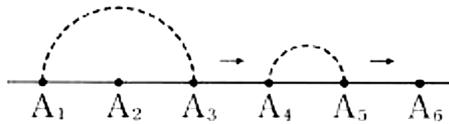
(나) $f(2) < f(4)$

- ① 30 ② 40 ③ 50
④ 60 ⑤ 70



015.

그림은 한 마리의 훈련된 비둘기가 A_1 지점을 출발하여 걸어가거나 날아서 A_6 지점에 도달하는 한 가지 방법을 나타낸 것이다. 이 비둘기가 A_1 지점을 출발하여 걸어가거나 날아서 A_6 지점에 도달하는 모든 경우의 수를 구하여라.¹⁵⁾ (단, 이 비둘기는 $A_i(i = 1, 2, \dots, 6)$ 지점에서만 날아가기 시작하거나 착륙할 수 있고 A_6 지점 방향으로만 갈 수 있다.)



016.

1에서 8까지의 자연수를 그림과 같이 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 배열의 수는?¹⁶⁾

a_1	a_2	a_3	a_4
b_1	b_2	b_3	b_4

(가) $a_1 < a_2 < a_3 < a_4, \quad b_1 < b_2 < b_3 < b_4$
 (나) $a_i < b_i (i = 1, 2, 3, 4)$

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18



017.

집합 $A = \{x | x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 에서 A 로의 함수 f 중 $1 < p < q < 8$ 인 두 자연수 p, q 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 일대일함수 f 의 개수를 구하여라.¹⁷⁾

- (가) $f(1) = 2, f(p) = 7$
- (나) $x < p$ 또는 $x \geq q$ 이면 $f(x) < f(x+1)$ 이다.
- (다) $p \leq x < q$ 이면 $f(x) > f(x+1)$ 이다.

018.

여섯 자리의 자연수

$$a \times 10^5 + b \times 10^4 + c \times 10^3 + d \times 10^2 + e \times 10 + f$$

가 11의 배수이면 $a - b + c - d + e - f = 11k$ (k 는 정수)를 만족시킨다고 한다.

6개의 숫자 1, 3, 4, 5, 6, 8을 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 11의 배수의 개수를 구하여라.¹⁸⁾



019.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 A 로의 함수 f 중 모든 $x \in A$ 에 대하여

$$f(f(x)) = f(x)$$

를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하여라.¹⁹⁾

020.

길동이는 어느 인터넷 사이트에 가입하면서 비밀번호를 자신의 주민등록번호 앞자리인 020713과 영어 이름인 gildong을 이용하여 다음과 같은 규칙으로 만들려고 한다.

- (가) 앞의 4자리는 숫자, 뒤의 4자리는 알파벳을 나열하여 총 8자리의 비밀번호를 만든다.
- (나) 주민등록번호 앞자리의 6개의 숫자 중 4개를 사용하여 나열하며, 0이 2개 사용될 경우에는 0끼리 서로 이웃한다.
- (다) 영어 이름의 7개의 알파벳 중 4개를 사용하여 나열하며, g가 2개 사용되고, g와 g 사이에 적어도 한 개의 모음을 나열한다.

길동이가 만들 수 있는 비밀번호의 개수는?²⁰⁾

- ① 4620
- ② 4640
- ③ 4660
- ④ 4680
- ⑤ 4700



021.

그림과 같이 9개의 칸으로 이루어진 상자에 똑같은 전화기 6대를 넣으려고 한다. 전화기를 넣은 칸의 수가 1개, 2개, 3개인 줄이 가로줄과 세로줄에 각각 한 번씩 있도록 전화기를 넣는 모든 경우의 수는?21)

- ① 36
- ② 40
- ③ 44
- ④ 48
- ⑤ 52

022.

A, B를 포함한 7명이 동시에 같은 버스를 타게 되었다. 빈 좌석이 3좌석이었을 때, A, B가 모두 빈 좌석에 앉게 되는 방법의 수를 l , A, B가 모두 빈 좌석에 앉지 못하게 되는 방법의 수를 m , A, B 중 한 사람만 빈 좌석에 앉게 되는 방법의 수를 n 이라고 할 때, $l+m+n$ 의 값을 구하여라.22) (단, 빈 좌석에는 반드시 앉고, 빈 좌석은 서로 구별하지 않는다.)



023.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 정의된 함수 $f: A \rightarrow A$ 중에서 다음을 만족시키는 함수 f 의 개수는?²³⁾

임의의 $a \in A$ 에 대하여 $a + f(a)$ 는 짝수이다.

- ① 31
 - ② 45
 - ③ 72
- ④ 96
 - ⑤ 108

024.

1, 2, 3, 4, 5 중 2개의 수를 임의로 뽑아 작은 수를 a , 큰 수를 b 라 하고,
또 다시 1, 2, 3, 4, 5 중 2개의 수를 임의로 뽑아 작은 수를 c , 큰 수를 d 라 하자.
이때, 좌표평면에서 세 점 $O(0, 0)$, $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 를 이어 만들 수 있는 모든 삼각형의 개수는?²⁴⁾ (단, 세 꼭짓점의 좌표가 일치하는 삼각형은 동일한 삼각형으로 생각한다.)

- ① 44
 - ② 46
 - ③ 48
- ④ 50
 - ⑤ 52



025.

서로 다른 8개의 실수를 원소로 갖는 집합 S 에 대하여 두 부분집합 A, B 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(A)=4, n(B)=4, n(A \cup B)=6$

(나) 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수가 집합 B 의 원소 중 가장 작은 수보다 작다.

이때, 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?²⁵⁾

- ① 680 ② 720 ③ 760
④ 800 ⑤ 840

[수학(하) 단원평가]
경우의 수 C1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	13	02	96	03	②	04	90	05	③
06	④	07	108	08	③	09	39	10	72
11	396	12	860	13	336	14	④	15	89
16	③	17	81	18	72	19	41	20	④
21	①	22	⑤	23	①	24	35	25	⑤

13번 해설

9가 포함되는 경우와 포함되지 않는 경우로 케이스를 분류하자.

Case1) 9가 포함되는 경우 : 나머지 두 수를 선택하는 경우의 수는 ${}_8C_2 - 4 = 24$ 이다.

배열하는 경우의 수는 $3!$ 이므로 경우의 수는 $24 \times 3!$ 이다.

Case2) 9가 포함되지 않는 경우 : 세 수를 선택하는 경우의 수는 ${}_8C_3 - {}_4C_1 \times 6 = 32$ 이다.

배열하는 경우의 수는 $3!$ 이므로 경우의 수는 $32 \times 3!$ 이다.

15번 해설

비둘기는 $+1, +2, +3, +4, +5$ 의 이동을 임의로 선택할 수 있다.

아래의 케이스 각각을 줄 세우는 방법의 수를 구하여 더한다.

$(+5), (+4+1), (+3+2), (+3+1+1), (+2+2+1), (+2+1+1+1), (+1+1+1+1+1)$

16번 해설

$a_1 = 1, b_4 = 8$ 로 고정된다. $a_2 = 2$ 일 때와 $b_1 = 2$ 일 때로 나눠서 세자.

$a_2 = 2$ 인 경우) (a_3, a_4) 로 가능한 것은 $(6, 7)$ 을 제외한 모든 경우이다. 9가지.

$b_1 = 2$ 인 경우) $a_2 = 3$ 이다. (a_3, a_4) 로 가능한 것은 $(6, 7)$ 을 제외한 모든 경우이다. 5가지.

18번 해설

$a+c+e=x, b+d+f=y$ 이라 하면 $x+y=27, x-y=11k$ 이다.

$x+y$ 가 홀수이므로 $x-y$ 도 홀수이다. 따라서 $k=\pm 1$ 이다.

x 와 y 는 8과 18이고 $\{a, c, e\}$ 와 $\{b, d, f\}$ 는 $\{1, 3, 4\}$ 와 $\{5, 6, 8\}$ 이다.

※ 11배수 판정법 : (홀수자리 숫자 합) - (짝수자리 숫자 합)이 11의 배수이면 11의 배수이다.

19번 해설

$f(a)=b$ 일 때, $f(f(a))=f(a)$ 이므로 $f(b)=b$ 이다.

$f(x)=x$ 인 원소의 개수에 의해 분류하면

1개인 케이스) 나머지 원소는 이 한 원소에 대응되어야 한다. ${}_4C_1 = 4$ 경우

2개인 케이스) ${}_4C_2 \times 2^2 = 24$ 경우

3개인 케이스) ${}_4C_3 \times 3 = 12$ 경우

4개인 케이스) 항등함수 1 경우