

수학(하) 단원평가

경우의 수 [B1]



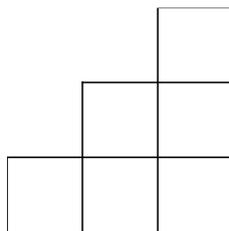
001.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 서로 다른 세 원소 a, b, c 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라.¹⁾

모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립한다.

002.

그림과 같은 도형을 서로 다른 세 가지의 색 전부 또는 일부를 사용하여 색칠하는 방법의 수는?²⁾ (단, 한 변을 공유하는 두 영역에는 같은 색을 칠하지 않는다.)



- ① 60 ② 66 ③ 72
④ 78 ⑤ 84



003.

다음 조건을 만족시키는 다항식 $f(x)$ 의 개수를 구하여라.³⁾

- (가) $f(x)$ 는 7차식이다.
- (나) 모든 항의 계수는 1또는 -1 이다.
- (다) $f(x)$ 는 $x+1$ 로 나누어떨어진다.

004.

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 X 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하여라.⁴⁾

- (가) 함수 f 는 일대일대응이다.
- (나) 정의역 X 의 한 원소 n 에 대하여 $|f(n+1) - f(n)| = 4$ 이다.



005.

a, b, c, d, e 를 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열 중에서 다음 세 조건을 만족시키는 문자열의 개수는?⁵⁾

- (가) 첫째 자리에는 b 가 올 수 없다.
- (나) 셋째 자리에는 a 도 올 수 없고 b 도 올 수 없다.
- (다) 다섯째 자리에는 b 도 올 수 없고 c 도 올 수 없다.

- ① 24 ② 28 ③ 32
- ④ 36 ⑤ 40

006.

집합 $A = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^9\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 중에서 모든 원소들의 합이 3의 배수인 부분집합의 개수는?⁶⁾

- ① 280 ② 341 ③ 460
- ④ 521 ⑤ 682



007.

어느 고등학교의 방학 중 방과 후 학교에서 1교시에는 2개 강좌, 2교시에는 3개 강좌, 3교시에는 4개 강좌를 개설하였다. 어떤 학생이 개설된 서로 다른 9개의 강좌 중 2개를 선택하여 수강하려고 할 때, 그 방법의 수는?⁷⁾
(단, 한 교시에는 1개의 강좌만 수강할 수 있다.)

- ① 20 ② 26 ③ 30
④ 36 ⑤ 40

008.

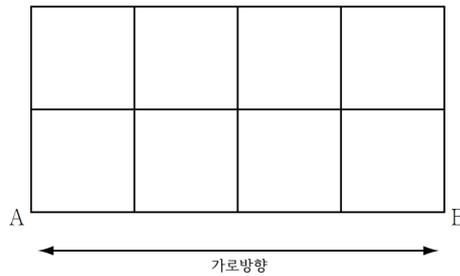
그림과 같이 3×3 칸의 정사각형에 숫자 2와 7이 적혀있다. 빈 칸에 2와 7을 제외한 1에서 9까지의 자연수를 한 칸에 하나씩 모두 배열한 때, 같은 줄(가로, 세로, 대각선)에는 3의 배수가 1개 이하인 경우의 수를 구하여라.⁸⁾

	2	
		7



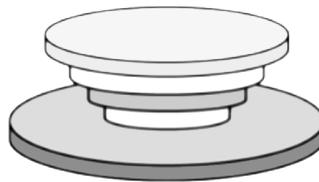
009.

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 8개로 이루어진 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착할 때, 가로 방향으로 이동한 길이의 합이 4이고 전체 이동한 길이가 12인 경우의 수를 구하여라.⁹⁾ (단, 한 번 지나간 도로는 다시 지나지 않는다.)



010.

반지름의 길이와 색이 모두 다른 나무 원판 5개가 있다. 5개의 원판의 중심이 일치하도록 원판을 쌓으려고 한다. 그림은 위에서 내려다봤을 때 원판 2개가 보이도록 원판 5개를 쌓은 한 가지 예이다. 이와 같이 위에서 내려다봤을 때 원판 2개가 보이도록 원판 5개를 쌓는 방법의 수를 구하여라.¹⁰⁾





011.

다음 조건을 만족시키도록 서로 다른 4개의 바구니에 빨간색 공 2개와 파란색 공 6개를 모두 넣는 경우의 수를 구하여라.¹¹⁾ (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 각 바구니에 공은 1개 이상, 3개 이하로 넣는다.
- (나) 빨간색 공은 한 바구니에 2개 이상 넣을 수 없다.

012.

다음 그림과 같이 숫자 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 네 가지 그림의 카드 12장이 있다. 이 중에서 서로 다른 6장의 카드를 선택할 때, 숫자 1, 2, 3이 적힌 카드가 적어도 한 장씩 포함되도록 선택하는 경우의 수를 구하여라.¹²⁾ (단, 카드를 선택하는 순서는 고려하지 않는다.)





013.

집합 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 일대일대응인 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라.¹³⁾

(가) p 가 소수일 때, $f(p) \leq p$ 이다.

(나) $a < b$ 이고 a 가 b 의 약수이면 $f(a) < f(b)$ 이다.

014.

정수 x, y 에 대하여 도형 $|x| + |y| = 2$ 의 경계와 내부에 존재하는 점 (x, y) 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하여라.¹⁴⁾



015.

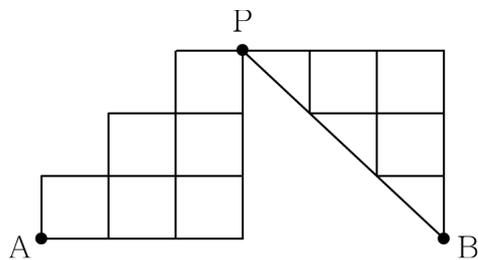
A, B, C, D, E, F, G, H의 8명 중에서 4명의 대표를 선출할 때, 다음 조건을 모두 만족시키도록 선출하는 방법의 수를 구하여라.¹⁵⁾

- (가) A를 선출하면 B 또는 C를 선출해야 한다.
- (나) C를 선출하면 D와 E는 선출하지 않아야 한다.

016.

그림과 같은 도로망에서 다음 조건을 만족시키면서 A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착하는 경로의 수를 구하여라.¹⁶⁾

- (가) A 지점에서 P 지점까지는 \rightarrow , \uparrow 방향으로만 이동할 수 있다.
- (나) P 지점에서 B 지점까지는 \rightarrow , \searrow , \downarrow 방향으로만 이동할 수 있다.





017.

흰색이 3개, 검은색이 4개인 모양과 크기가 같은 7개의 블록이 있다. 이 7개의 블록을 붙여 막대기를 만드는 방법의 수를 구하여라.¹⁷⁾ (단, 같은 색의 블록끼리의 구별은 없고 막대기에는 좌우의 구별이 없다.)

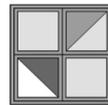


018.

한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 시트지 2장, 빗변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 직각이등변삼각형 모양의 시트지 4장이 있다. 정사각형 모양의 시트지의 색은 모두 노란색이고, 직각이등변삼각형 모양의 시트지의 색은 모두 서로 다르다. [그림1]과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 창문 네 개가 있는 집이 있다. [그림2]는 이 집의 창문 네 개에 6장의 시트지를 빈틈없이 붙인 경우의 예이다. 이 집의 창문 네 개에 시트지 6장을 빈틈없이 붙이는 경우의 수는?¹⁸⁾ (단, 붙이는 순서는 구분하지 않으며, 집의 외부에서만 시트지를 붙일 수 있다.)



[그림 1]



[그림 2]

- ① 432
- ② 480
- ③ 528
- ④ 576
- ⑤ 624



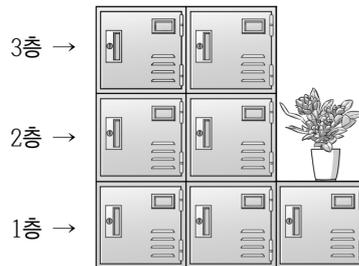
019.

6명이 7인승 자동차 A, B에 3명씩 나누어 타고 여행을 하고 있다. 첫날 숙소에 도착한 6명은 다음 날 여행 경비를 절약하기 위하여 자동차 A에 모두 타기로 하였다. 자동차 A의 운전자는 자리를 바꾸지 않고 나머지 5명은 임의로 앉을 때, 첫날 자동차 A에 탔던 2명이 모두 첫날과 다른 자리에 앉는 경우의 수를 구하여라.¹⁹⁾



020.

그림과 같은 7개의 사물함 중 5개의 사물함을 남학생 3명과 여학생 2명에게 각각 1개씩 배정하려고 한다. 같은 층에서는 남학생의 사물함과 여학생의 사물함이 서로 이웃하지 않는다. 사물함을 배정하는 모든 경우의 수를 구하여라.²⁰⁾





021.

그림과 같이 16개의 정사각형으로 이루어진 판 위에 모양과 크기가 같은 흰 공 4개와 검은 공 4개를 놓으려고 한다. 이때 다음 조건을 모두 만족시키도록 공을 놓는 방법의 수는?21)

- (가) 흰 공은 각 행과 각 열에 1개씩 놓는다.
- (나) 검은 공은 각 열에 1개씩 놓는다.
- (다) 각 열에서 흰 공과 검은 공을 이웃하지 않게 놓는다.

	1열	2열	3열	4열	
1행	○	●		●	1행
2행			○		2행
3행	●			○	3행
4행		○	●		4행

- ① 72 ② 96 ③ 120
- ④ 144 ⑤ 168

022.

승객 6명이 타고 있는 버스가 세 정류장 A, B, C에 정차한다. 세 정류장 A, B, C 중에서 2개의 정류장에 모든 승객이 내리는 방법의 수를 구하여라.22) (단, 새로 타는 승객은 없다.)

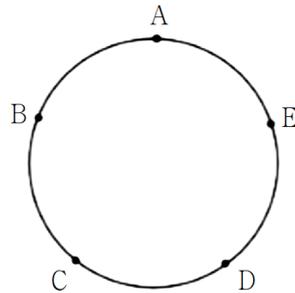


023.

방정식 $2A + B + C + D + E = 130$ 을 만족하는 A 의 최솟값을 구하여라.²³⁾
(단, $A \geq B \geq C \geq D \geq E \geq 0$ 이고, A, B, C, D, E 는 정수)

024.

원 위에 서로 다른 5개의 점 A, B, C, D, E 가 있다. 두 점씩 연결하는 두 개의 선분을 그을 때, 어느 두 선분도 서로 만나지 않게 되는 모든 경우의 수를 구하여라.²⁴⁾





025.

9명의 사람이 최대 4명까지 탈 수 있는 서로 다른 3대의 승용차에 나누어 타는 방법의 수는?25) (단, 각 승용차에는 적어도 한 명은 탄다.)

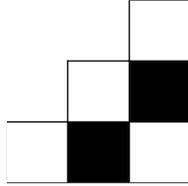
- ① 11100 ② 11110 ③ 11120
④ 11130 ⑤ 11140

[수학(하) 단원평가]
경우의 수 B1 정답표

문항	정답								
01	46	02	③	03	70	04	48	05	②
06	②	07	②	08	432	09	9	10	50
11	114	12	840	13	12	14	256	15	35
16	308	17	19	18	④	19	504	20	528
21	②	22	186	23	22	24	⑤	25	④

2번 해설

색칠한 부분이 같을 때와 다를 때로 케이스를 나눈다.



3번 해설

$f(x) = a_7x^7 + a_6x^6 + \dots + a_1x + a_0$ ($a_i = 1$ 또는 $a_i = -1$ 이고, $i = 0, 1, 2, \dots, 7$)이라 하면

$f(-1) = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots - a_7 = 0$ 이므로 $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = a_1 + a_3 + a_5 + a_7$

즉, (짝수차항 계수의 합) = (홀수차항 계수의 합)이어야 한다.

5번 해설

b 는 둘째나 넷째 자리에만 갈 수 있다.

b 를 정해놓고 나머지를 배열하자.

6번 해설

1부터 1023까지 모든 수를 나타낼 수 있다. (feat.이진법)

23번 해설

$130 = 2A + B + C + D + E < 2A + A + A + A + A = 6A$ 이므로 $A \geq \frac{130}{6} = 21.666\dots$

A 는 자연수이므로 $A \geq 22$ 이다.