

# 수학(하) 단원평가

---

함수와 그래프 [C1]



## 001.

정의역이  $X = \{1, 2\}$ 인 두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = ax + b$ 에 대하여  $f = g$ 일 때,  $a - b$ 의 값은?1)

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3  
④ 4                                      ⑤ 5

## 002.

함수  $y = \frac{3x+4}{x+2}$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?2)

- ① 정의역은  $\{x \mid x \neq -2 \text{인 실수}\}$ 이다.  
② 점근선은  $x = -2$ ,  $y = 3$ 이다.  
③ 그래프는  $y = -x + 1$ 에 대칭이다.  
④ 그래프는  $y = \frac{4}{x}$ 를 평행이동한 것이다.  
⑤ 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지난다.



### 003.

함수  $f(x) = \sqrt{2x-6} + 4$ 의 그래프에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?3)

- ㄱ. 정의역은  $\{x|x \geq 3\}$ 이고, 치역은  $\{y|y \geq 4\}$ 이다.
- ㄴ. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는  $y = \sqrt{2x-4} + 2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
- ㄷ. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 직선  $y = 2x - 3$ 과 서로 다른 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 004.

정의역이  $\{x|-6 \leq x \leq a\}$ 인 함수  $f(x) = \frac{-x-3}{x+1}$ 의 최댓값이 1일 때, 실수  $a$ 의 값은?4)

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5



### 005.

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가  $f(x) = 2x - 1$ ,  $f^{-1}(x) = g\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$ 을 만족시킬 때,

$g\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?5)

- ① 3                                      ② 4                                      ③ 5  
④ 6                                      ⑤ 7

### 006.

양의 실수 전체의 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 대응인 두 함수  $f$ ,  $g$ 에 대하여

$$f^{-1}(x) = x^2, \quad (f \circ g^{-1})(x^2) = x$$

일 때,  $(f \circ g)(20)$ 의 값은?6) (단,  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$ 는 각각  $f$ ,  $g$ 의 역함수)

- ①  $\sqrt{2}$                                       ② 2                                      ③  $\sqrt{5}$   
④  $2\sqrt{5}$                                       ⑤ 5



### 007.

집합  $X = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leq x < 1) \\ bx + c & (1 \leq x \leq 3) \end{cases}$ 이 일대일 대응일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?7) (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

- ㄱ.  $0 < a < 3$
- ㄴ.  $ab > 0$ 이면  $a + 2b = 3$
- ㄷ.  $ab < 0$ 이면  $a + 2c = 8$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 008.

두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Z \rightarrow W$ 에 대하여, 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?8)

- ㄱ. 함수  $f$ 가 일대일 대응이면 집합  $X$ 의 원소  $x$ 에 대하여  $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ 이다.
- ㄴ. 함수  $f$ 가 일대일 대응이면  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$ 이다.
- ㄷ.  $Y \subset Z$ 일 때, 함수  $g \circ f$ 가 일대일 대응이면 함수  $g$ 는 일대일 함수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ



### 009.

함수  $y = f(x)$ 의 역함수를  $y = g(x)$ 라 할 때,  $af(x)$ 의 역함수와  $f(ax)$ 의 역함수를 차례대로 나열한 것은?9) (단,  $a \neq 0$ )

- ①  $ag(x), g(ax)$       ②  $\frac{1}{a}g(x), g\left(\frac{x}{a}\right)$       ③  $g\left(\frac{x}{a}\right), g(ax)$   
④  $g\left(\frac{x}{a}\right), \frac{1}{a}g(x)$       ⑤  $ag(x), \frac{1}{a}g(x)$

### 010.

두 함수  $f(x) = \sqrt{4x - k}$ ,  $g(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{k}{4}(x \geq 0)$ 의 그래프가

서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수  $k$ 의 개수는?10)

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5



### 011.

함수  $f(x) = \begin{cases} -x & (x < 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x \geq 0) \end{cases}$ 의 역함수  $g(x)$ 에 대하여  $g^{2018}(2)$ 의 값은? <sup>(11)</sup>

(단,  $g^1(x) = g(x)$ ,  $g^{n+1}(x) = g(g^n(x))$ ) ( $n = 1, 2, 3 \dots$ )

- ①  $2^{1009}$
- ②  $2^{1010}$
- ③  $2^{2018}$
- ④  $2^{2019}$
- ⑤  $2^{2020}$

### 012.

무리함수  $f(x) = \sqrt{x-2k}$ 와 좌표평면의 두 점 A(1, 5), B(9, 1)에 대하여

두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = f^{-1}(x)$ 가 모두 선분 AB와 만날 때 실수  $k$ 의 최댓값은? <sup>(12)</sup>

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5



### 013.

실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수  $f$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

(가)  $-2 \leq x \leq 2$ 에서  $f(x) = -\sqrt{4-x^2}$

(나)  $f(x+4) = f(x)$

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 직선  $y = mx - 2$ 와 서로 다른 다섯 개의 점에서 만나도록 하는  $m$ 의 값의 범위는  $p < m < q$ 이다.  $60pq$ 의 값은?<sup>13)</sup> (단,  $m > 0$ 이다)

- ① 4                                      ② 5                                      ③ 16
- ④ 20                                      ⑤ 24

### 014.

일차함수  $f(x)$ 가  $f(1) = 4$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(2x) = 2f(x)$ 를 만족시킨다.

$g(x) = \frac{f(x)-12}{f(x)+12}$ 일 때, 함수  $y = g(x)$ 의 그래프 위의 점 P와 점 A(-3, 1) 사이의 거리의 최솟값은?<sup>14)</sup>

- ① 2                                      ②  $\sqrt{6}$                                       ③  $2\sqrt{2}$
- ④  $\sqrt{10}$                                       ⑤  $2\sqrt{3}$





### 015.

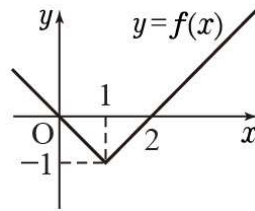
$x \geq 0$ 에서 정의된 다항함수  $f$ 가  $f(x) > 0$ ,  $f(3+x) + f(3-x) = 4$ 를 만족할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?<sup>15)</sup>

- ㄱ.  $f(3) = 2$
- ㄴ.  $f(1) = f(5)$
- ㄷ.  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $x = 1$ ,  $x = 5$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 8이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 016.

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 합성함수  $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프는?<sup>16)</sup>



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤



### 017.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-3} & (x > 4) \\ \sqrt{4-x} + a & (x \leq 4) \end{cases}$ 가 다음 조건을

모두 만족시킨다.<sup>17)</sup>

- (가) 치역은  $\{y \mid y > 1\}$ 이다.
- (나) 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

이 때, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 중에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 자연수인 점의 개수는? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

### 018.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x, y$ 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

를 만족시킨다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>18)</sup>

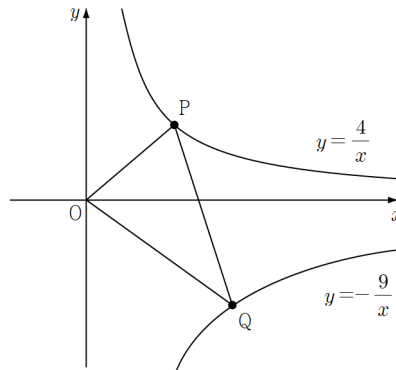
- ㄱ.  $f(0) = 0$
- ㄴ.  $f(1) = 2$ 라고 하면,  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10) = 110$ 이다.
- ㄷ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f\left(\frac{1}{2}x\right) - f\left(\frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{6}f(x)$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



### 019.

그림과 같이 곡선  $y = \frac{4}{x}$  위의 제1사분면의 점 P와 곡선  $y = -\frac{9}{x}$  위의 제4사분면의 점 Q에 대하여 삼각형 OPQ의 넓이가 최소가 되도록 하는 점 P의  $x$ 좌표를  $p$ , 점 Q의  $x$ 좌표를  $q$ 라고 할 때,  $\frac{10q}{p}$ 의 값은?<sup>19)</sup> (단, O는 원점이다.)



- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

### 020.

집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일 대응  $f$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $(f \circ f)(x) = x$ 이다.
- (나) 집합  $X$ 의 어떤 원소  $x$ 에 대하여  $f(x) = 2x$ 이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>20)</sup>

- ㄱ.  $f(3) = f^{-1}(3)$
- ㄴ.  $f(1) = 3$ 이면  $f(2) = 4$ 이다.
- ㄷ. 가능한  $f$ 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



## 021.

함수  $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점  $P(x, y)$ 가 원점  $O$ 와 점  $A(4, 2)$ 사이를 움직인다고 할 때, 삼각형  $OAP$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.<sup>21)</sup>

## 022.

함수  $f(x) = \frac{5x+b}{x-a}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5가 아닌 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f^{-1}(x) = f(x-7) - 7$$

이다.

(나) 함수  $y = f(x)$ 의 그래프를 평행이동하면  $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프와 일치한다.

$a+b$ 의 값을 구하여라.<sup>22)</sup>



### 023.

함수  $f(x)$ 가  $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x-1}{x-1}$  을 만족시킬 때,  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 에 대하여  $2g(3)$ 의 값을 구하여라.<sup>23)</sup>

### 024.

곡선  $y = \sqrt{x-2} + 2$  위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 선분 PQ의 중점의  $y$ 좌표가 3이다. 직선 PQ와 평행하고 점  $(-3, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하여라.<sup>24)</sup>



## 025.

함수

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

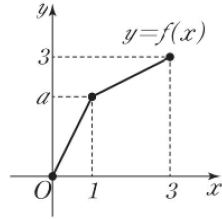
이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의  $x$ 좌표가 각각  $-1, 1, 2$ 일 때,  $2a + 4b - 10c$ 의 값을 구하여라.<sup>25)</sup> (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

[수학(하) 단원평가]  
함수와 그래프 C1 정답표

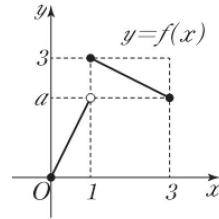
문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	④	03	②	04	②	05	①
06	④	07	③	08	④	09	④	10	④
11	②	12	②	13	①	14	⑤	15	③
16	③	17	②	18	⑤	19	①	20	⑤
21	1	22	3	23	3	24	2	25	20

## 7번 해설

함수  $f$ 가 일대일 대응이므로 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 [그림1] 또는 [그림2]와 같아야 한다.



[그림1]



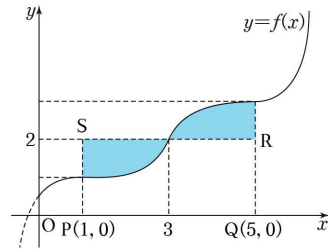
[그림2]

## 13번 해설

주어진 함수  $y = -\sqrt{4-x^2}$ 의 양변을 제곱하여 정리하면 원  $x^2 + y^2 = 4$ 의  $y \geq 0$ 인 부분이다.  
수  $y = mx - 2$ 는 점  $(0, -2)$ 를 지나는 직선을 의미하니 그래프를 그려  $m$ 값의 범위를 구해보자.

## 15번 해설

주어진 식  $f(3+x) + f(3-x) = 4$ 는  $f$ 가 점  $(3, 2)$ 에 대하여 대칭임을 의미한다.  
그림과 같이 점  $(3, 2)$ 에 대하여 대칭인 함수를 그려보면 양쪽이 삭삭해서 구하는 넓이는 직사각형 PQRS의 넓이와 같다.



## 18번 해설

주어진 식  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에

$$x = \frac{1}{2}x, y = \frac{1}{2}x \text{를 대입하여 정리하면 } f\left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{1}{2}f(x) \text{이다.}$$

$$x = \frac{1}{3}x, y = \frac{1}{3}x \text{를 대입하여 정리하면 } f\left(\frac{2}{3}x\right) = 2f\left(\frac{1}{3}x\right) \text{이다.}$$

$$x = \frac{1}{3}x, y = \frac{2}{3}x \text{를 대입하여 정리하면 } f\left(\frac{1}{3}x\right) = \frac{1}{3}f(x) \text{이다.}$$

## 19번 해설

점 P와 점 Q의 좌표를 각각  $\left(p, \frac{4}{p}\right), \left(q, -\frac{9}{q}\right)$ 라 하면

삼각형 OPQ의 넓이는  $\frac{1}{2} \left| -\frac{9p}{q} - \frac{4q}{p} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{9p}{q} + \frac{4q}{p} \right|$ 이다. 산술기하.

※ 세 점  $(0, 0), (a, b), (c, d)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2}|ad - bc|$ 이다.



## 20번 해설

조건 (나)에서  $f(1)=2$ 와  $f(2)=4$  중 적어도 하나는 성립한다.

(i)  $f(1)=2$ 이고  $f(2)\neq 4$ 일 때,

조건 (가)에 의하여  $(f \circ f)(1)=1$ 이므로  $f(f(1))=f(2)=1$ 이다.

$f(3)=3, f(4)=4$  이거나  $f(3)=4, f(4)=3$  이므로 함수  $f$ 의 개수는 2이다.

(ii)  $f(2)=4$ 이고  $f(1)\neq 2$ 일 때,

조건 (가)에 의하여  $(f \circ f)(2)=2$ 이므로  $f(f(2))=f(4)=2$ 이다.

$f(1)=1, f(3)=3$  이거나  $f(1)=3, f(3)=1$ 이므로 함수  $f$ 의 개수는 2이다.

(iii)  $f(1)=2$ 이고  $f(2)=4$ 일 때,

$f(f(1))=f(2)=4(\neq 1)$ 이므로  $(f \circ f)(1)=1$ 이 성립하지 않는다.

## 23번 해설

$$2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x-1}{x-1} \text{에서 } x \text{ 대신 } \frac{1}{x} \text{을 대입하여 정리하면 } 2f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{\frac{2}{x}-1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{x-2}{x-1} \text{이다.}$$

위 두식을 변변 빼면  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 이다.

## 24번 해설

점 P, Q를 각각  $(p, \sqrt{p-2}+2), (q, \sqrt{q-2}+2)$ 라 하자.

선분 PQ의 중점의 y좌표가 3이므로  $\sqrt{p-2}+2 + \sqrt{q-2}+2 = 6$ , 즉,  $\sqrt{p-2} + \sqrt{q-2} = 2$ 이다.

직선 PQ의 기울기는  $\frac{\sqrt{q-2} - \sqrt{p-2}}{q-p} = \frac{\sqrt{q-2} - \sqrt{p-2}}{(q-2) - (p-2)} = \frac{\sqrt{q-2} - \sqrt{p-2}}{(\sqrt{q-2})^2 - (\sqrt{p-2})^2} = 2$ 이다.

## 25번 해설

함수  $f(x)$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 가 존재하므로  $f(x)$ 는 증가함수이거나 감소함수이다.

(i)  $f(x)$ 가 증가함수일 때

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=f^{-1}(x)$ 의 교점은  $y=x$  위에만 존재한다.

따라서  $f(-1)=-1, f(1)=1, f(2)=2$ 가 성립한다. 주어진 조건과 모순이다.

(ii)  $f(x)$ 가 감소함수일 때

$f(-1)=2, f(1)=1, f(2)=-1$ 이다.

$$-a+b=2, a+b=c+\frac{5}{2}=1, 4c+5=-1$$