수학(하) 단원평가

함수와 그래프 [B1]

001.

$f(x)=\dfrac{4}{(4x+1)(4x+5)}$에 대하여

$$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(10)=\frac{a}{b}$$

일 때, $a+b$의 값은?[1) (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

① 37 ② 41 ③ 45
④ 49 ⑤ 53

002.

세 함수

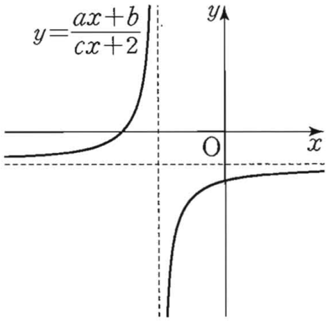
$$f(x)=-2x+1,\ g(x)=\frac{1}{3}x-5,\ h(x)$$

에 대하여 $(g^{-1}\circ f^{-1}\circ h)(x)=f(x)$가 성립할 때, $h(-1)$의 값은?[2)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

003.

함수 $y=\frac{ax+b}{cx+2}$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $y=-\sqrt{a-bx}+c$의 그래프가 지나는 모든 사분면은?[3] (단, a, b, c는 상수이다.)



① 제1, 2사분면
② 제1, 4사분면
③ 제2, 3사분면
④ 제3, 4사분면
⑤ 제1, 2, 4사분면

004.

정수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(4)$의 값은?[4]

(가) $f(1)=1$
(나) $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$

① 7
② 8
③ 9
④ 10
⑤ 11

005.

집합 $X=\{-2,\ -1,\ 3\}$에 대하여 함수 $f:X\rightarrow X$가

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx-2 & (x<0) \\ 3 & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 항등함수가 되도록 하는 두 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값은?5)

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

006.

두 집합

$$A=\left\{(x,\ y)\,\middle|\,y=\frac{-2x-1}{x+1}\right\},$$
$$B=\{(x,\ y)c|y=kx-k-6\}$$

에 대하여 $A\cap B\neq\varnothing$일 때, 실수 k의 값의 범위는?6)

① $-5<k<-1$
② $-4\leq k\leq -1$
③ $k\leq -5$ 또는 $-2\leq k<0$
④ $k\leq -4$ 또는 $-1\leq k<0$
⑤ $k\leq -4$ 또는 $k\geq -1$

007.

정의역과 공역이 모두 실수 전체의 집합인 함수

$$f(x)=\begin{cases} mx+1 & (x<1) \\ (m-4)x+m^2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 일대일대응일 때, 상수 m의 값은?[7]

① $-\sqrt{5}$　② $-\sqrt{2}$　③ $\sqrt{2}$
④ $\sqrt{5}$　⑤ 3

008.

집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 중
$\{f(-1)+1\}\{f(1)-1\}\neq 0$을 만족시키는 함수 f의 개수는?[8]

① 10　② 11　③ 12
④ 13　⑤ 14

009.

두 함수 $f(x)=3x-2$, $g(x)=ax+b$에 대하여 $f\circ g=g\circ f$가 성립할 때,
함수 $y=g(x)$의 그래프는 a의 값에 관계없이 항상 점 $(p,\ q)$를 지난다.
이때, $p-q$의 값은?9) (단, a, b는 상수이다.)

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

010.

이차함수 $f(x)=x^2+a(x\ge 0)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 a의 값의 범위는?10)

① $a<\frac{1}{4}$ ② $0<a\le\frac{1}{4}$ ③ $0\le a<\frac{1}{4}$
④ $0<a<2$ ⑤ $a\le 2$

011.

집합 $X=\{x|x \geq 1\}$에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$가

$$f(x)=x^2-2x+2$$

이다. 방정식 $f(x)=f^{-1}(x)$의 모든 근의 합은?[11)]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

012.

역함수 f^{-1}가 존재하는 함수 f에 대하여 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[12)]

ㄱ. f는 일대일 대응이다.
ㄴ. 두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점은
　직선 $y=x$ 위에 존재한다.
ㄷ. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점은
　함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프 위에 존재한다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

013.

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 X에서 X로의 두 함수 $f,\ g$가 모두 일대일대응이고

$$f(1)=3,\ f(2)=1,\ (g\circ f)(3)=3,\ (f\circ g)(3)=3$$

을 만족할 때, $(g\circ f)(2)$의 값은?13)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

014.

세 함수

$$f(x)=x-1\ (0\le x\le 3)$$
$$g(x)=\frac{1}{2}x^2\ (-1\le x\le 2)$$
$$h(x)=|x+1|\ (-2\le x\le 2)$$

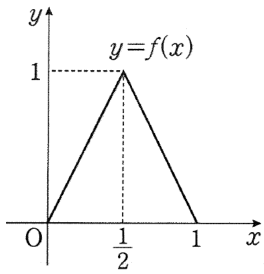
에 대하여 다음 중 합성함수가 정의되지 않는 것은?14)

① $f\circ g$　② $f\circ h$　③ $g\circ f$
④ $g\circ h$　⑤ $h\circ f$

015.

$0 \le x \le 1$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때,

방정식 $f(f(x))=\frac{1}{2}$의 실근의 개수는?15)



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

016.

유리식 $\frac{3a^2+5a+2}{a+6}$의 값이 정수가 되도록 하는 자연수 a의 최댓값과 최솟값의 합은?16)

① 72 ② 74 ③ 76
④ 78 ⑤ 80

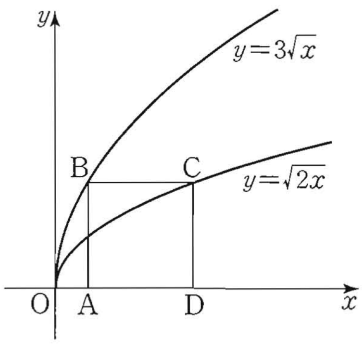
017.

함수 $|y|=\frac{k}{|x|}$ $(k>0)$의 그래프에 접하는 정사각형 ABCD에 대하여 두 점 A, C는 x축 위에 있고, 두 점 B, D는 y축 위에 있다. 정사각형 ABCD의 넓이가 48일 때, k의 값은?17)

① 4　② 6　③ 8
④ 10　⑤ 12

018.

그림과 같이 점 $\mathrm{A}(a,\ 0)$ $(a>0)$을 지나고, x축과 수직인 직선이 곡선 $y=3\sqrt{x}$와 만나는 점을 B라 하자. 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD의 한 꼭짓점 C가 곡선 $y=\sqrt{2x}$ 위에 있을 때, a의 값은?18)



① $\frac{16}{25}$　② $\frac{25}{36}$　③ $\frac{36}{49}$
④ $\frac{49}{64}$　⑤ $\frac{64}{81}$

019.

자연수 n에 대하여 $\sqrt{n^2+2n}$의 소수부분을 $f(n)$이라 할 때, $\dfrac{2n}{f(n)}$의 정수부분은?[19)]

① n ② $n+1$ ③ $2n$
④ $2n+1$ ⑤ $3n$

020.

일차함수 $f(x)$가 $f(1)=4$이고 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)$를 만족시킨다.
$g(x)=\dfrac{f(x)-8}{f(x)+8}$일 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점 P와 점 $\mathrm{A}(-2,\ 1)$ 사이의 거리의 최솟값은?[20)]

① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

021.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}-3x & (|x|\geq 1)\\ ax^2+bx-a & (|x|<1)\end{cases}$$

가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a의 최댓값 M과 상수 b의 값의 합 $M+b$의 값은?21)
(단, $a\neq 0$)

① $-\dfrac{3}{2}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 1

④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{3}{2}$

022.

함수 $y=\sqrt{ax}$ $(a>0)$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\dfrac{-x+1}{x+2}$의 그래프와 제2사분면에서 만날 때, 정수 a의 최솟값을 구하여라.22)

023.

$2 \le x \le 3$인 임의의 실수 x에 대하여

$$ax^2 - 2ax + a + 1 \le \frac{x+1}{x-1} \le bx^2 - 2bx + b + 1$$

이 항상 성립할 때, a의 최댓값과 b의 최솟값의 곱을 $\frac{q}{p}$라고 하면 $p+q$의 값을 구하여라.23)

(단, $a \ne 0$, $b \ne 0$, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

024.

실수 k에 대하여 함수 $y = \left| \frac{3x-2}{x+1} \right|$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 개수를 $f(k)$라 할 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$의 값을 구하여라.24)

025.

함수 $y=\frac{2x+2}{x+3}$의 그래프 위의 한 점 P에서 이 유리함수의 그래프의 두 점근선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{\mathrm{QR}}^2$의 최솟값을 구하여라.[25)]

[수학(하) 단원평가]

함수와 그래프 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	⑤	03	②	04	④	05	③
06	⑤	07	①	08	③	09	②	10	③
11	③	12	③	13	②	14	④	15	①
16	③	17	②	18	③	19	③	20	③
21	①	22	3	23	3	24	20	25	8

20번 해설

$f(x)=ax+b$라 두고 조건을 째려보면 $f(x)=4x$이다.

$g(x)=\dfrac{x-2}{x+2}=\dfrac{-4}{x+2}+1$이므로 점 P의 좌표를 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{-4}{t+2}+1\right)(t\neq-2)$라 하고

산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 최솟값을 구한다.

[참고] $g(x)$를 평행이동시켜서 $y=-\dfrac{4}{x}$의 그래프와 원점 사이의 거리의 최솟값을 구해도 된다.

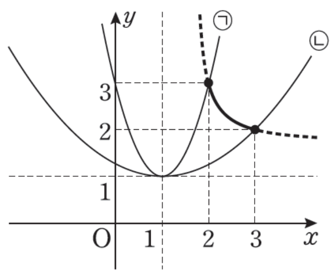
22번 해설

두 곡선 $y=ax^2-2ax+a+1$, $y=bx^2-2bx+b+1$은 모두 a, b의 값에 관계없이 점 $(1,\ 1)$을 지나는 이차함수의 그래프이다.

$2\leq x\leq 3$에서 주어진 부등식이 항상 성립하려면 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$의 그래프와 두 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.

㉠은 a가 최댓값을 갖도록 하는 함수의 그래프,

㉡은 b가 최솟값을 갖도록 하는 함수의 그래프이다.



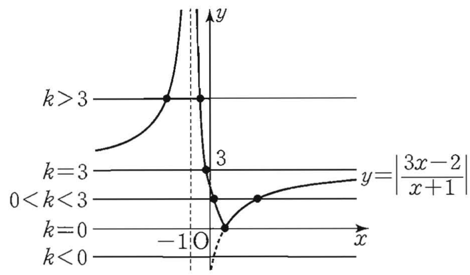
24번 해설

함수 $y=\left|\dfrac{3x-2}{x+1}\right|$의 그래프는 그림과 같고, k의 값에 따라 $f(k)$의 값을 구하면 다음과 같다.

(ⅰ) $k<0$: $f(k)=0$

(ⅱ) $k=0$ 또는 $k=3$: $f(k)=1$

(ⅲ) $0<k<3$ 또는 $k>3$: $f(k)=2$



25번 해설

$\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{-4}{a+3}+2\right)$이라고 하면 $\mathrm{Q}(a,\ 2)$, $\mathrm{R}\left(-3,\ \dfrac{-4}{a+3}+2\right)$이므로

$$\overline{\mathrm{QR}}^2=(a+3)^2+\left(\dfrac{-4}{a+3}\right)^2$$

이다. 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 최솟값을 구한다.