수학(하) 단원평가

함수와 그래프 [A1]

001.

$\frac{a^2-a}{a^2+a}\times\frac{a^2+3a+2}{a^2-4a+3}\div\frac{a+2}{a-3}$의 값은?1)

① $\frac{1}{a-3}$ ② $\frac{1}{a-1}$ ③ $\frac{1}{a+1}$

④ $\frac{1}{a+3}$ ⑤ 1

002.

집합 $X=\{1,\ 2\}$를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=x^2-2ax$, $g(x)=ax+b$가 서로 같은 함수일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?2)

① -3 ② -2 ③ -1

④ 2 ⑤ 3

003.

집합 $X=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$에 대하여 X에서 X로의 세 함수 f, g, h는 각각 일대일대응, 항등함수, 성수함수이고 $f(2)=g(6)+h(6)$, $f(8)=f(6)+4$일 때, $f(4)+g(4)+h(4)$의 값은?[3)]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

004.

실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수

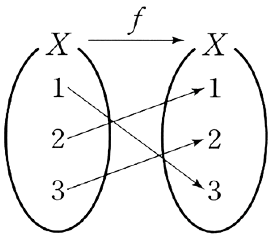
$$f(x)=\begin{cases}2x+1 & (x \geq 1)\\ ax+b & (x < 1)\end{cases}$$

가 일대일대응일 때, 상수 b의 값의 범위는?[4)] (단, a는 상수)

① $b>1$ ② $b<1$ ③ $b<3$
④ $b \leq 3$ ⑤ $b>3$

005.

함수 $f: X \to X$가 그림과 같을 때, $(f \circ f)(1)-(f \circ f \circ f)(1)$의 값은?[5)]



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

006.

두 함수 $f(x)=x^2-1$, $g(x)=\begin{cases} -x+3 & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$에 대하여 $(f \circ g)(-3)+(g \circ f)(3)$의 값은?[6)]

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

007.

두 함수 $f(x)=x-1$, $g(x)=-x+2$에 대하여 $f \circ h=g$를 만족하는 함수 $h(x)$는?[7)]

① $h(x)=-x-3$　② $h(x)=-x+3$　③ $h(x)=x-3$
④ $h(x)=x+3$　⑤ $h(x)=3x$

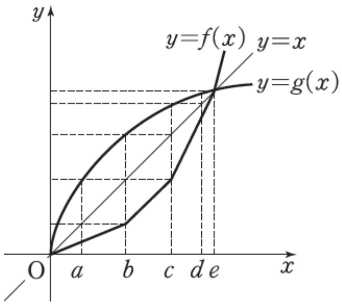
008.

함수 $f(x)=x^2-6x+12(x \geq 3)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 두 점 A, B에서 만날 때, 선분 AB의 길이는?[8)]

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}$　③ 1
④ $\sqrt{2}$　⑤ 2

009.

$x \geq 0$에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 다음 그림과 같을 때, $g^{-1}(f^{-1}(b))$는?[9] (단, 모든 점선은 x축 또는 y축에 평행하다.)



① a　② b　③ c
④ d　⑤ e

010.

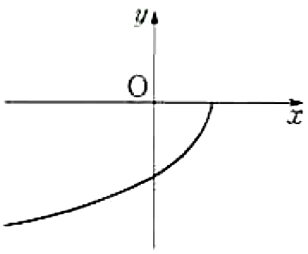
$f(x)=\dfrac{1}{x(x+1)}$일 때, $f(1)+f(2)+\cdots+f(99)$의 값은?[10]

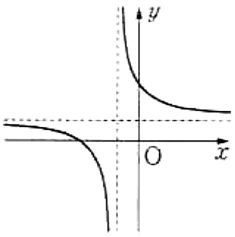
① $\dfrac{98}{99}$　② $\dfrac{99}{100}$　③ $\dfrac{100}{101}$
④ $\dfrac{101}{100}$　⑤ $\dfrac{100}{99}$

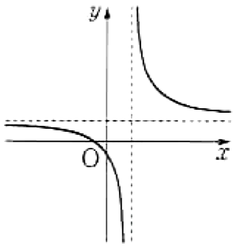
011.

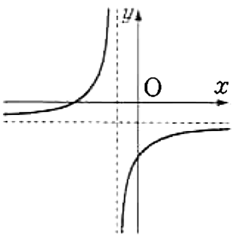
오른쪽 그림은 무리함수 $y=a\sqrt{bx+c}$의 그래프의 개형이다.

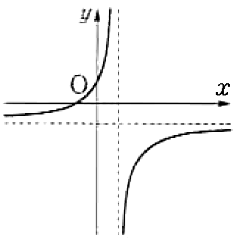
이때 유리함수 $y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 그래프의 개형은?11)

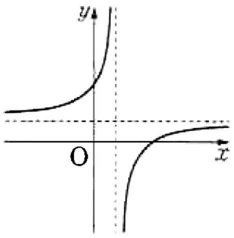


①


②


③


④


⑤


012.

다음 중 함수 $y=\sqrt{4-2x}+1$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?12)

① 그래프가 점 $(2,\ 1)$을 지난다.

② 정의역은 $\{x|x \leq 2\}$이다.

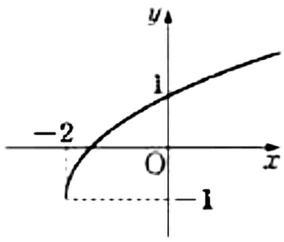
③ 치역은 $\{y|y \geq 1\}$이다.

④ 그래프를 평행이동하면 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프와 겹쳐진다.

⑤ 그래프는 제4사분면을 지난다.

013.

함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 그림과 같을 때,
상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b+c$의 값은?13)



① 2　　② 3　　③ 4
④ 5　　⑤ 6

014.

정의역이 $\{x|-2 \le x \le 1\}$인 함수 $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a+b$의 값은?14)

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

015.

함수 $y=-\sqrt{x+1}-3$의 역함수는?15)

① $y=x^2-6x+8$ $(x \ge -3)$
② $y=x^2-4x+1$ $(x \ge -3)$
③ $y=x^2+4x-5$ $(x \le -3)$
④ $y=x^2+6x+8$ $(x \le -3)$
⑤ $y=x^2+6x-7$ $(x \le -3)$

016.

함수 $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?16)

ㄱ. 치역은 $\{y|y\neq 2$인 실수$\}$이다.
ㄴ. 그래프는 점 $(-2,\ 2)$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. 그래프는 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 평행이동한 것이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

017.

함수 $f(x)=\dfrac{x-1}{x}$에 대하여

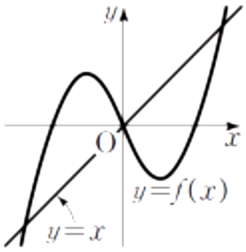
$$f^1(x)=f(x),\quad f^{n+1}(x)=f(f^n(x))\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의할 때, $y=f^{2013}(2)+f^{2014}(x)$는 점 $(a,\ b)$에 대하여 대칭이다.
이때, $a+b$의 값은?17)

① -2　② -1　③ 1
④ 2　⑤ 3

018.

그림과 같이 직선 $y=x$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점이 아닌 서로 다른 두 점에서 만날 때, $(f\circ f)(x)=f(x)$를 만족시키는 실수 x의 개수는?18)



① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

019.

함수 $y=-\sqrt{4-2x}$의 그래프와 직선 $y=-2x+k$가 만나지 않도록 하는 자연수 k의 최솟값은?19)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

020.

무리식 $\sqrt{-3x^2-2x+5}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 실수 x의 값 중 최댓값을 구하여라.[20)]

021.

함수 $y=ax+b$에 대하여 $f^{-1}(-2)=-4$, $f^{-1}(4)=8$일 때, $f(2)$를 구하여라.[21)]
(단, a, b는 상수)

022.

유리함수 $f(x)=\dfrac{3x+2}{x-a}$에 대하여

$$f(x)=f^{-1}(x)$$

를 만족시키는 상수 a의 값을 구하여라.[22)]

023.

0이 아닌 실수 x, y, z에 대하여 $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{5}$일 때, $\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$의 값은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.[23)]

024.

집합 $X=\{x|1 \le x \le a\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+b$가 역함수가 존재할 때, $a+b$의 값을 구하여라.24) (단, $a \neq 1$)

025.

무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c(a>0)$의 정의역이 $\{x|x \ge 4\}$, 치역이 $\{y|y \ge 2\}$일 때, $\frac{4a^2+b+c^2}{4a}$의 최솟값과 그 때의 a값의 합을 구하여라.25) (단, a, b, c는 상수이다.)

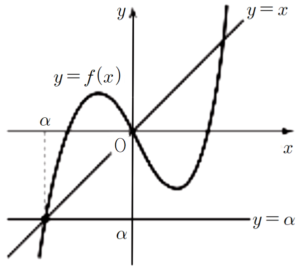
[수학(하) 단원평가]

함수와 그래프 A1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	②	03	①	04	③	05	④
06	①	07	②	08	④	09	②	10	②
11	⑤	12	⑤	13	④	14	②	15	④
16	③	17	⑤	18	③	19	④	20	1
21	1	22	3	23	69	24	5	25	2

18번 해설

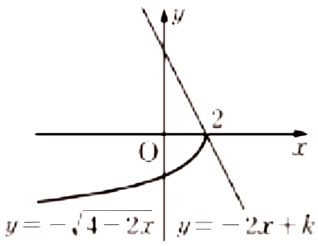
$f(x)=t$로 놓자. $(f\circ f)(x)=f(x)$은 $f(t)=t$이 되고
$f(t)=t$의 해는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점의 x좌표이다.
이 때 교점 중 원점이 아닌 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 α, $\beta(\alpha<\beta)$라 하면
t값은 $t=\alpha(\alpha<0)$, $t=0$, $t=\beta(\beta>0)$이다.



(ⅰ) $t=\alpha$, 즉 $f(x)=\alpha$일 때,
오른쪽 그래프에서 알 수 있듯이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=\alpha$는 한 점 $(\alpha,\ \alpha)$에서 만나므로 조건을 만족시키는 실수 x는 α의 1개다.
마찬가지 방법으로 (ⅱ) $t=0$, (ⅲ) $t=\beta$일 때를 구해보면,
(ⅱ) $t=0$일 때 3개, (ⅲ) $t=\beta$일 때 1개다.

19번 해설

판별식부터 치지 말고 반드시 그래프를 그려보자.
$y=-\sqrt{4-2x}$는 점 $(2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하고
제3사분면 방향으로 향하는 그래프이고, 직선 $y=-2x+k$는
기울기가 -2이고 y절편이 k인 그래프이다.
따라서 한 점에서 만날 때의 그래프 중 k값이 최소인 것은
오른쪽 그림과 같다. 직선 $y=-2x+k$이 $(2,\ 0)$을 지날
때이므로 k값은 4이다.

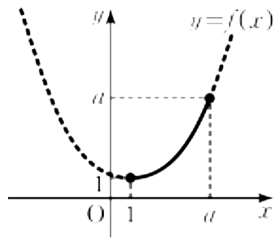


24번 해설

함수 f는 정의역이 $X=\{x|1\le x\le a\}$이고 일대일대응이므로
치역도 $X=\{x|1\le x\le a\}$이다. 이때, 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+b$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 $f(1)=1$, $f(a)=a$이다.
즉, $b=1$이고 $\frac{1}{3}(a-1)^2+1=a$가 되어야 한다.



25번 해설

정의역과 치역에서 $b=-4a$, $c=2$이다. 주어진 식에 대입해보면

$$\frac{4a^2+b+c^2}{4a}=\frac{4a^2-4a+4}{4a}=a+\frac{1}{a}-1$$

$a>0$에서 $\frac{1}{a}>0$이므로 산술평균과 기하평균을 이용한다.