

# 수학(하) 단원평가

---

집합과 명제 [B1]



## 001.

집합  $A = \{\emptyset, 1, 2, \{\emptyset\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?1)

- ①  $\emptyset \in A$                       ②  $\{\emptyset\} \in A$                       ③  $\{\emptyset\} \subset A$   
④  $\{1, 2\} \in A$                       ⑤  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset A$

## 002.

전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여

$$[B \cap (B \cup C)] \cup [A \cap (A^c \cup B)]$$

를 간단히 하면 나오는 집합은?2)

- ①  $\emptyset$                                   ②  $A$                                   ③  $B$   
④  $A \cap B$                               ⑤  $U$



### 003.

전체집합  $U$ 의 서로 다른 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여

$$A \cup (B - A) = B, (A^c \cup B^c) \cap C = \emptyset$$

일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?<sup>3)</sup>

- ①  $A \subset B \subset C$                       ②  $A \subset C \subset B$                       ③  $B \subset C \subset A$   
④  $C \subset A \subset B$                       ⑤  $C \subset B \subset A$

### 004.

전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}, (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{2, 5, 6, 8, 9\}$$

일 때, 집합  $B$ 의 모든 원소의 합은?<sup>4)</sup>

- ① 15                                      ② 20                                      ③ 25  
④ 30                                      ⑤ 35



## 005.

자연수 전체의 부분집합  $A$ 가 다음 조건을 만족할 때, 집합  $A$ 의 개수는?<sup>5)</sup>

(가)  $x \in A$ 이면  $\frac{36}{x} \in A$

(나) 집합  $A$ 의 모든 원소의 곱은  $6^5$ 이다.

- ① 1                      ② 3                      ③ 4  
④ 6                      ⑤ 8

## 006.

전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 다음 조건을 만족시키는 집합  $X$ 의 개수는?<sup>6)</sup>

집합  $X$ 의 원소 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는 6이다.

- ① 92                      ② 94                      ③ 96  
④ 98                      ⑤ 100



### 007.

전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta$ 를 다음과 같이 정의 하자.

$$A \Delta B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$$

집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때,  $A \Delta B = \emptyset$ 을 만족하는 집합  $B$ 의 모든 원소의 합은?<sup>7)</sup>

- ① 3                                      ② 10                                      ③ 15
- ④ 27                                      ⑤ 40

### 008.

다음 보기 중에서 명제인 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>8)</sup>

ㄱ. 2는 홀수이다.  
 ㄴ.  $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$   
 ㄷ. 정삼각형은 이등변삼각형이 아니다.  
 ㄹ. 모든 자연수  $x$ 에 대하여  $x(x-2) = 0$ 이다.

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ



## 009.

두 조건  $p$ ,  $q$ 의 진리집합을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하자. 명제  $\sim p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례를 찾으려고 할 때, 다음 중 그 반례가 속하는 집합은?<sup>9)</sup>

- ①  $P \cap Q$                       ②  $Q \cap P^c$                       ③  $P - Q$   
④  $(P \cap Q)^c$                       ⑤  $(P \cup Q)^c$

## 010.

실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p$ ,  $q$ 가 다음과 같다.

$$p: -3 < x < a+2, \quad q: |x-5| \geq 2$$

명제  $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은?<sup>10)</sup>

- ① 1                                  ② 0                                  ③ 1  
④ 2                                  ⑤ 3



## 011.

다음 중 참인 명제는?11)

- ①  $a > b$ 이면  $a^2 > b^2$ 이다.
- ②  $n(A) \leq n(B)$ 이면  $A \subset B$ 이다.
- ③  $xy \neq 0$ 이면  $x \neq 0$ 이고  $y \neq 0$ 이다.
- ④ 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 \leq x - 1$ 이다.
- ⑤ 두 자연수  $x, y$ 에 대하여  $x^2 + y^2$ 은 짝수이면  $xy$ 가 홀수이다.

## 012.

다음 보기 중 조건  $p$ 가 조건  $q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것만을 있는 대로 고른 것은?12)

- ㄱ.  $p: x^2 + x - 6 = 0, \quad q: x < -1$  또는  $x > 1$
- ㄴ.  $p: x < 0, \quad q: x + |x| = 0$
- ㄷ.  $p: x, y, z$  중 적어도 두 개는 0이다.,  $q: |xy| + |yz| + |zx| = 0$
- ㄹ.  $p: (A \cap B) \cap C = C, \quad q: (A \cup B) \cup C = A \cup B$

- ① ㄱ, ㄷ                      ② ㄱ, ㄴ, ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
- ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ



### 013.

전체집합  $U$ 에서 정의된 세 조건  $p, q, r$ 의 진리집합을 각각  $P, Q, R$ 라 하자.

$\sim q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건이고,  $r$ 은  $p$ 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?<sup>13)</sup>

- ①  $Q \subset P$                       ②  $Q^c \subset R$                       ③  $P - R = \emptyset$
- ④  $(P \cup R) \subset Q$                 ⑤  $(Q - R) \subset P^c$

### 014.

세 집합  $A, B, C$ 에 대하여 다음 보기의 설명 중에서 옳은 것을 있는 대로 모두 고른 것은?<sup>14)</sup>

ㄱ.  $A \cap C = B \cap C$ 는  $A = B$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.  
 ㄴ.  $A \subset B$  또는  $A \subset C$ 는  $A \subset (B \cup C)$ 이기 위한 필요조건이지만  
 충분조건은 아니다.  
 ㄷ.  $A \subset (B \cap C)$ 는  $A \subset B$ 이고  $A \subset C$ 이기 위한 필요충분조건이다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ





## 015.

세 실수  $a, b, c$ 에 대하여 보기에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>15)</sup>

- ㄱ.  $a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$  (등호는  $a = b = 0$ 일 때 성립)
- ㄴ.  $|a - b| \leq |a| + |b|$  (등호는  $ab \geq 0$ 일 때 성립)
- ㄷ.  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  (등호는  $a = b = c$ 일 때 성립)

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ                                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 016.

직선  $4x + y = 2$  위의 점 중  $xy > 0$ 을 만족시키는 점  $(x, y)$ 에 대하여  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 의 최솟값은?<sup>16)</sup>

- ① 3                                      ②  $\frac{7}{2}$                                       ③ 4
- ④  $\frac{9}{2}$                                       ⑤ 5



## 017.

실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x+y+z=1$ ,  $x^2+y^2+z^2=3$ 이 성립할 때,  $z$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자. 이때,  $M-m$ 의 값은?17)

- ① 2                                      ②  $\frac{7}{3}$                                       ③  $\frac{8}{3}$   
 ④ 3                                      ⑤  $\frac{10}{3}$

## 018.

$n(A)=3$ 인 자연수의 부분집합  $A$ 에 대하여 집합  $B$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) 집합  $B$ 의 진부분집합의 개수는 31이다.  
 (나)  $B = \{x+y \mid x \in A, y \in A\}$ 일 때,  
 집합  $B$ 의 최솟값은 6, 최댓값은 18이다.

이때, 두 집합  $A, B$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?18)

- ㄱ.  $9 \in A$   
 ㄴ.  $9 \in B$   
 ㄷ.  $n(A-B)=1$

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



## 019.

명제 ' $x^2 - ax + 2 \neq 0$ 이면  $x - 1 \neq 0$ 이다.'가 참일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.<sup>19)</sup>

## 020.

실수  $x$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 가

$$p: x \leq 5 \text{ 또는 } x \geq 6$$

$$q: -4 \leq x < 3$$

$$r: a + 1 \leq x \leq 2a + 8$$

일 때, 명제 ' $(\sim p \text{ 또는 } q)$ 이면  $\sim r$ '가 참이 되도록 하는 모든 정수  $a$ 의 합을 구하여라.<sup>20)</sup>

(단,  $-7 \leq a \leq 7$ )



## 021.

두 양수  $x, y$ 에 대하여  $\left(2x + \frac{3}{y}\right)\left(\frac{3}{x} + 2y\right)$ 는  $xy = p$ 일 때, 최솟값  $q$ 를 갖는다.  
 $pq$ 의 값을 구하여라.<sup>21)</sup>

## 022.

$\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 4$ ,  $\overline{CA} = 3$ 인  $\triangle ABC$ 의 내부의 한 점  $P$ 에서 세 변  $AB, BC, CA$ 에 내린 수선의 발은 각각  $D, E, F$ 라 하자.  $\overline{PF} = 1$ 일 때,  $\overline{PD}^2 + \overline{PE}^2$ 의 최솟값은  $m$ 이다.  
 $17m$ 의 값을 구하여라.<sup>22)</sup>



## 023.

전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합

$$A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수, } x \text{는 자연수}\}$$

에 대하여  $A_6 \cup X = X$ ,  $(A_4 \cup A_3) \cap X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.<sup>23)</sup>  
(단,  $k$ 는 15 이하의 자연수이다.)

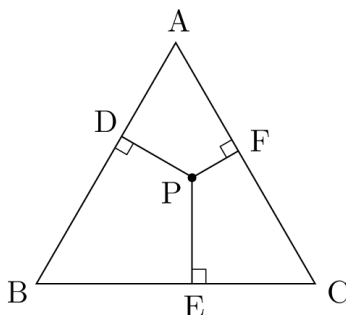
## 024.

집합  $X$ 의 모든 원소의 곱을  $P(X)$ 라 하자. 전체집합  $U = \left\{-4, -\frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 의  
두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $n(A) = 2$ ,  $n(B) = 3$ 이다.  $P(A \cup B)$ 로 가능한 값 중  
최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M - m$ 의 값을 구하여라.<sup>24)</sup>



## 025.

그림과 같이 높이가 2인 정삼각형  $ABC$ 의 내부의 한 점  $P$ 에서  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각  $D$ ,  $E$ ,  $F$ 라 하자.  $\overline{PD}$ ,  $\overline{PE}$ ,  $\overline{PF}$ 의 길이를 각각  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 라 할 때,  $xy + yz + zx$ 의 최댓값은  $M$ 이다.  $3M$ 의 값을 구하여라.<sup>25)</sup>



[수학(상) 단원평가]  
집합과 명제 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	④	04	③	05	④
06	③	07	②	08	⑤	09	⑤	10	③
11	③	12	③	13	⑤	14	②	15	③
16	④	17	③	18	⑤	19	3	20	11
21	36	22	32	23	32	24	144	25	4

## 16번 해설

$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = (4x + 9)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 임을 이용해보자.

## 17번 해설

주어진 식을  $x + y = 1 - z$ ,  $x^2 + y^2 = 3 - z^2$ 로 변형해서 코쉬슈바르츠 부등식을 이용해보자.

## 18번 해설

집합  $A = \{a, b, c\}$ (단,  $a < b < c$ )라 두면 최솟값은  $a + a$ , 최댓값은  $b + b$ 이다.

## 22번 해설

삼각형 ABC는 직각삼각형임이고 넓이는 6이다.

선분 PD, 선분 PE, 선분 PF의 길이를 각각  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 라 두면 삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (5x + 4y + 3z) \text{이고 문제에서 } z = 1 \text{이므로 } \frac{1}{2} \times (5x + 4y + 3) = 6 \text{이다.}$$

$5x + 4y = 9$ , 코쉬슈바르츠 부등식을 이용하면  $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구할 수 있다.

## 25번 해설

높이가 2이므로 정삼각형의 한 변의 길이는  $\frac{4}{\sqrt{3}}$ 이다.

삼각형의 넓이를 이용하면  $x + y + z = 2$ 이다.

$x + y + z = A$ ,  $xy + yz + zx = B$ 로 치환하고

두 식  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 0$ 을 이용하면  $xy + yz + zx$ 의 최댓값을 구할 수 있다.