수학2 단원평가

다항함수의 적분법 [C1]

001.

다항함수 $f(x)$가 $\int f(x)dx = x^3 + x^2 - x$를 만족시킬 때, $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$의 값은?1)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

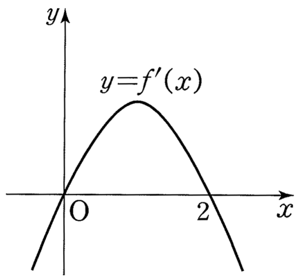
002.

$\int_0^1 \frac{x^2+1}{2x+2}dx - \int_0^1 \frac{1}{y+1}dy$의 값은?2)

① $-\frac{5}{4}$　② -1　③ $-\frac{3}{4}$
④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{4}$

003.

삼차함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값이 각각 6, 2이고, 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $f(1)$의 값은?3)



① 0　② 1　③ 2
④ 3　⑤ 4

004.

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
> (나) $\int \{f(x)+f'(x)\}dx=\frac{1}{2}x^4+mx^3+\frac{1}{2}x^2+nx+C$

두 상수 m, n의 합 $m+n$의 값은?4) (단, C는 적분상수이다.)

① -3　② -1　③ 1
④ 3　⑤ 5

005.

함수 $f(x)=x^3-3x^2+4\int_0^1 f(t)dt$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_2^{2+h} f(x)dx$ 의 값은?5)

① -5　② -4　③ -3
④ -2　⑤ -1

006.

이차함수 $f(x)=k(x-1)(x-3)$에 대하여

$$\int_0^3 \{f(x)+|f(x)|\}dx=8$$

일 때, 양수 k의 값은?6)

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2
④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

007.

이차함수 $f(x)$에 대하여 $S(x)=\int_0^x f(t)dt$라 할 때,

$$\lim_{x\to1}\frac{S(x)-5}{x-1}=0,\quad \lim_{x\to2}\frac{S(x)-4}{x-2}=0$$

이 성립한다. $\int_0^2 |f(x)|dx$의 값은?7)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

008.

정의역이 $\{x\,|\,x\ge 0\}$인 함수 $f(x)=\int_0^2 |2t-x|dt$에 대하여

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?8)

ㄱ. $f(5)=6$ ㄴ. 최솟값은 2이다. ㄷ. $x=4$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

009.

이차함수 $f(x)=ax^2-2ax\,(a>0)$에 대하여 $\int_1^k f(x)dx=0$이다.

$$\int_1^k |f(x)|dx=A, \quad \int_0^1 |f(x)|dx=B$$

라 할 때, $\frac{A}{B}$의 값은?9) (단, a, k는 상수이고, $k>1$이다.)

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2

④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

010.

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x f(t)dt = xf(x)-\frac{4}{3}x^3+ax^2$이다.
>
> (나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최솟값 0을 갖는다.

$f(2)$의 값은?10) (단, a는 상수이다.)

① 1　② 2　③ 3

④ 4　⑤ 5

011.

최고차항의 계수가 1인 일차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x}(t^2-4t+4)f(t)dt$$

라 하자. 함수 $y=|g'(x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g'(4)$의 값은?11)

① 2　　② 4　　③ 6
④ 8　　⑤ 10

012.

삼차함수 $f(x)=a(x^3-x)(a>0)$가

$$\int_{-1}^{1}|f(x)|dx=2\int_{1}^{k}f(x)dx$$

를 만족시킬 때, 상수 k의 값은?12) (단, a는 상수이고, $k>1$이다.)

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　② $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　③ $\sqrt{2}$
④ $\frac{3}{2}$　　⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

013.

함수 $f(x)=|x-3|(x-1)-4x+12$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?13)

① 37 ② $\frac{112}{3}$ ③ $\frac{113}{3}$

④ 38 ⑤ $\frac{115}{3}$

014.

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 0$이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$의 교점의 x좌표는 0, 1, 2의 세 개뿐이다.
(다) $\int_0^1 f(x)dx=\frac{3}{4}$, $\int_1^2 f(x)dx=\frac{4}{3}$

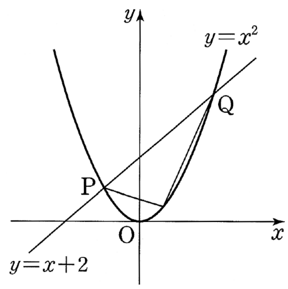
$f(x)$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $\int_0^2 |f(x)-g(x)|dx$의 값은?14)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$

④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

015.

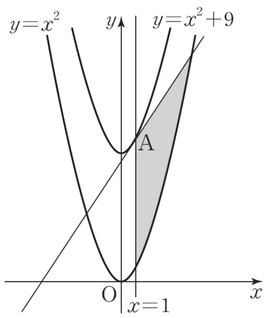
곡선 $y=x^2$과 직선 $y=x+2$로 둘러싸인 부분과 그 경계로 이루어진 영역을 A라 하고 두 교점을 각각 P, Q라 하자. 영역 A에 포함되며 P, Q를 두 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이의 최댓값을 S_1, 영역 A의 넓이를 S_2라 할 때, $\dfrac{S_2}{S_1}$의 값은?15)



① $\dfrac{7}{6}$　② $\dfrac{4}{3}$　③ $\dfrac{3}{2}$
④ $\dfrac{5}{3}$　⑤ $\dfrac{11}{6}$

016.

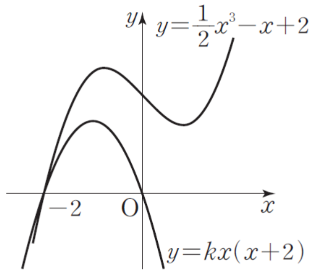
그림과 같이 곡선 $y=x^2+9$와 직선 $x=1$이 만나는 점을 A라 할 때, 점 A에서의 접선과 곡선 $y=x^2$ 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 두 부분 중 직선 $x=1$의 오른쪽에 색칠된 부분의 넓이를 S라 하자. 곡선 $y=x^2+a^2$과 직선 $x=1$이 만나는 점을 B라 할 때, 점 B에서의 접선과 곡선 $y=x^2$ 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분 중 직선 $x=1$의 오른쪽 부분의 넓이가 $\dfrac{S}{9}$이다. 양수 a의 값은?16)



① $\sqrt{3}$　② $\sqrt[3]{3}$　③ $\sqrt[4]{3}$
④ $\sqrt[5]{3}$　⑤ $\sqrt[6]{3}$

017.

그림과 같이 두 곡선 $y=\frac{1}{2}x^3-x+2$와 $y=kx(x+2)$가 오직 한 점에서 만나며 곡선 $y=kx(x+2)$가 곡선 $y=\frac{1}{2}x^3-x+2$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분할 때, 음수 k의 값은?17)



① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ -1
④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

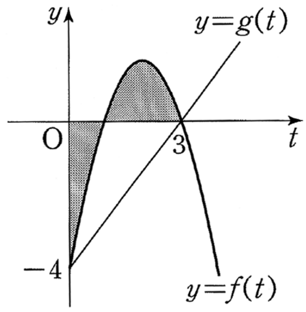
018.

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=3t^2-8t$일 때, 출발 후 가속도가 4가 되는 시각까지 점 P의 위치의 변화량은?18)

① -8 ② -7 ③ -6
④ -5 ⑤ -4

019.

좌표평면의 원점을 동시에 출발하여 x축과 y축 위를 각각 움직이는 두 점 P, Q의 t초 후의 속도를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, 곡선 $y=f(t)$와 직선 $y=g(t)$는 그림과 같다. 곡선 $y=f(t)$와 t축, y축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 같을 때, 두 점 P, Q가 동시에 운동 방향을 바꾸는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는?19)



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

020.

원점에서 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도가 각각

$$v_P(t)=t^2-2t, \quad v_Q(t)=-t^2+4t$$

이다. 두 점 P, Q가 출발 후 처음으로 만날 때까지 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값은?20)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

021.

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족 시킬 때, $\int_{-1}^{1} 15f(x)dx$의 값을 구하여라.21)

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$
(나) 극댓값은 존재하지 않고 극솟값은 2이다.
(다) $\int_{0}^{1} f'(x)dx=2$

022.

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\int_{0}^{a} f(x+1)dx + \int_{0}^{-a} f(x+1)dx = 0$이다.
(나) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 8$, $\int_{0}^{1} f(-x)dx = 5$

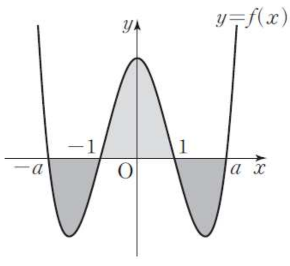
$\int_{0}^{2} f(x)dx$의 값을 구하여라.22)

023.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극댓값, $x=a$에서 극솟값을 갖는다. 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$에서의 접선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중에서 점 A가 아닌 점을 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$라 하자. $b \leq -1$일 때, 함수 $y=f'(x)$의 그래프와 직선 $x=b$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이의 최솟값을 구하여라.23)

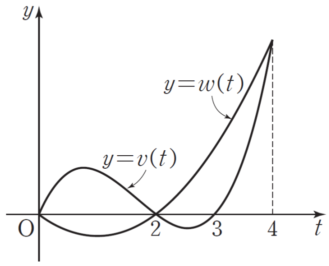
024.

그림과 같이 사차함수 $f(x)=(x^2-1)(x^2-a^2)(a>1)$에 대하여 닫힌 구간 $[-a,\ -1]$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 닫힌 구간 $[1,\ a]$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이의 합이 닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, a^2의 값을 구하여라.24)



025.

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(0 \leq t \leq 4)$에서의 속도를 각각 $v(t)$, $w(t)$라 하자. 곡선 $y=v(t)$와 곡선 $y=w(t)$가 그림과 같고 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 두 점 P, Q는 출발 후 $t=4$일 때 처음으로 만난다.
(나) 점 P가 출발하여 $t=4$까지 움직일 때 출발할 때와 반대 방향으로 움직인 거리를 p, 점 Q가 출발하여 $t=2$까지 움직인 거리를 q라 하면 $|p-q|=\frac{11}{4}$이다.

$t=0$에서 $t=4$까지 두 점 P, Q가 움직인 거리를 각각 m, n이라 할 때, $10|m-n|$의 값을 구하여라.25) (단, $v(2)=v(3)=w(2)=0$이고, $v(4)=w(4)$이다.)

[수학2 단원평가]

다항함수의 적분법 C1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	⑤	03	⑤	04	④	05	③
06	⑤	07	①	08	⑤	09	③	10	②
11	④	12	③	13	②	14	③	15	②
16	②	17	①	18	①	19	③	20	④
21	76	22	6	23	108	24	5	25	55

17번 해설

곡선 $y=\frac{1}{2}x^3-x+2$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\int_{-2}^{0}\left(\frac{1}{2}x^3-x+2\right)dx=4$이다.

곡선 $y=kx(x+2)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\int_{-2}^{0}k(x^2+2x)dx=-\frac{4}{3}k$이다.

곡선 $y=kx(x+2)$가 곡선 $y=\frac{1}{2}x^3-x+2$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를

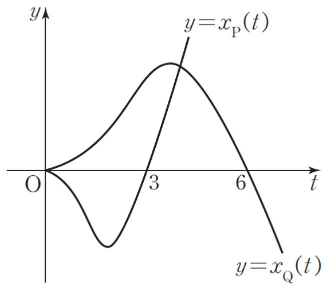
이등분하므로 $-\frac{4}{3}k=4\times\frac{1}{2}$이다. 따라서 $k=-\frac{3}{2}$이다.

20번 해설

두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치를 각각 $x_{\mathrm{P}}(t)$, $x_{\mathrm{Q}}(t)$라 하면

$$x_{\mathrm{P}}(t)=\int_0^t v_{\mathrm{P}}(t)dt=\int_0^t(t^2-2t)dt=\frac{1}{3}t^2(t-3),$$

$$x_{\mathrm{Q}}(t)=\int_0^t v_{\mathrm{Q}}(t)dt=\int_0^t(-t^2+4t)dt=-\frac{1}{3}t^2(t-6)$$



이다. 출발 후 처음으로 두 점 P, Q가 만나는 시각은

$\frac{1}{3}t^2(t-3)=-\frac{1}{3}t^2(t-6)$에서 $t=\frac{9}{2}$일 때이다.

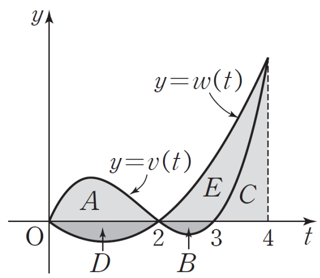
$0\le t\le\frac{9}{2}$에서 두 점 P, Q 사이의 거리를 $l(t)$라 하면

$$l(t)=x_{\mathrm{Q}}(t)-x_{\mathrm{P}}(t)=-\frac{1}{3}t^2(t-6)-\frac{1}{3}t^2(t-3)=-\frac{1}{3}t^2(2t-9)$$

이다. 따라서 $t=3$일 때 $l(t)$는 극대이면서 최대이므로 $l(t)$의 최댓값은 $l(3)=9$이다.

25번 해설

그림과 같이 두 곡선 $y=v(t)$, $y=w(t)$와 t축, 직선 $t=4$로 둘러싸인 다섯 개의 부분을 각각 A, B, C, D, E라 하고, 그 넓이를 각각 a, b, c, d, e라 하자.



$t=4$일 때, 두 점 P, Q는 출발 후 처음으로 만나므로

$\int_0^4 v(t)dt=\int_0^4 w(t)dt$에서 $b-d=a-e$이다.

또, 점 P가 출발하여 $t=4$까지 움직일 때 점 P가 출발할 때와 반대 방향으로 움직인 거리 p는 b이다.

점 Q가 $t=0$에서 $t=2$까지 움직인 거리 q는 d이므로 $|b-d|=|p-q|=\frac{11}{4}$이다.

한편 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리 m과 점 Q가 움직인 거리 n은 각각 $m=a+b+c$, $n=d+e+c$이므로

$$|m-n|=|(a+b+c)-(d+e+c)|=2|b-d|=2\times\frac{11}{4}=\frac{11}{2}$$

이다.