

수학2 단원평가

다항함수의 적분법 [B2]



001.

다항함수 $f(x)$ 가 $\frac{d}{dx} \int \{f(x) - 2x^2 + 4x\} dx = \int \frac{d}{dx} \{2f(x) - 5x + 7\} dx$ 를 만족시킨다.

$f(1) = 3$ 일 때, $f(0)$ 의 값은?1)

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

002.

함수 $f(x) = \int \frac{x^n}{n} dx$ 에 대하여 $f(0) = 0$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} f(1) = k$ 이다. 상수 k 에 대하여

$22k$ 의 값을 구하여라.2) (단, n 은 자연수이다.)



003.

함수 $f(x)$ 를 적분해야 할 것을 잘못하여 미분하였더니 $6x(x-2)$ 이었다.

$f(x)$ 의 부정적분 중 하나를 $F(x)$ 라 하면 $f(0)=2$, $F(1)=2$ 이다.

$F(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?³⁾

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -2
- ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -1

004.

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + \int x f(x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 2x$ 가 성립할 때,

$f(1)$ 의 값은?⁴⁾

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6



007.

삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = f'(x)$ 를 만족시키고, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2} = 0$ 이다.

$f'(1) = -9$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?7)

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

008.

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 $f(x) = \int xg(x)dx$, $\frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\} = 8x^3 - 4x$ 를 만족시킬 때,

$g(-1)$ 의 값은?8)

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20



009.

$f(x)$ 가 임의의 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b) + ab + ab^2 + a^2b$ 를 만족하고

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?⁹⁾

- ① 0 ② $\frac{5}{6}$ ③ 1
④ $\frac{11}{6}$ ⑤ 2

010.

다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$ 이고

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $f(-2)$ 의 값은?¹⁰⁾ (단, $f(0) > 0$ 이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10



011.

실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ 를 만족시킨다. 양수 t 에 대하여 $f'(0) = -t$ 일 때,

함수 $S(t)$ 를 $S(t) = \int_0^1 f(x) dx$ 라 정의하자. 이때, $\int_0^2 S(t) dt$ 의 값은? ⁽¹¹⁾

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{7}{12}$ ③ $-\frac{5}{6}$
④ -1 ⑤ $-\frac{4}{3}$

012.

$a = 3 - 2\sqrt{2}$, $b = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $-k \int_c^b x dx - \int_a^c x^2 dx = \int_c^b x^2 dx + k \int_a^c x dx$ 가 성립하도록 하는

상수 k 의 값은? ⁽¹²⁾ (단, c 는 상수이다.)

- ① $-\frac{37}{9}$ ② -4 ③ $-\frac{35}{9}$
④ $-\frac{34}{9}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$



013.

함수 $f(x)$ 를 $f(x)=\begin{cases} 3x+1 & (x < 0) \\ -x^2+2x+1 & (x \geq 0) \end{cases}$ 라 하자.

양의 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a f(x)dx$ 의 최댓값은?13)

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{11}{6}$
④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

014.

자연수 n 에 대하여 $f(n)=\int_0^{4n} |x-2n|dx$ 일 때, $\frac{f(1)+f(2)+\cdots+f(10)}{10}$ 의 값은?14)

- ① 148 ② 154 ③ 160
④ 166 ⑤ 172



015.

모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$, $f(x)+f(-x)=3x^2+4$ 를 만족시키는

연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 의 값은?¹⁵⁾

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

016.

실수 a 에 대하여 $\langle a \rangle$ 를 수직선 위의 점 $A(a)$ 에 가장 가까운 정수를 나타내는 점과 점 A 사이의 거리로 정의한다. 예를 들어 $\langle 0.2 \rangle = 0.2$, $\langle 1.6 \rangle = 0.4$ 이다.

이때, $f(x)=\langle x \rangle$ 에 대하여 $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.¹⁶⁾



017.

함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$, $f(2+x)=f(2-x)$ 를 만족시킨다.

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)=-3x^2+12$ 일 때, $\int_{-2}^6 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.¹⁷⁾

018.

함수 $f(x)=x^4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 일치하였다. $g(0)=0$ 이고 $\int_a^{4a} g(x)dx - \int_0^{3a} f(x)dx = -96$ 일 때,

상수 a 에 대하여 a^5 의 값을 구하여라.¹⁸⁾



019.

이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = \frac{3}{19}x^2 - \frac{2}{5}x \int_2^3 f(t)dt + \left\{ \int_2^3 f(t)dt \right\}^2$ 이 성립할 때,

정적분 $10 \int_2^3 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.19)

020.

함수 $f(x)$ 가 $\int_0^1 f(x)dx = 1$, $\int_0^1 xf(x)dx = 2$ 를 만족시킬 때, $\int_0^1 (x-k)^2 f(x)dx$ 의 값을

최소로 하는 실수 k 의 값을 구하여라.20)



021.

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 1일 때, $\int_{1-h}^{1+h} (ax^2 + bx + c)dx$ 와 같은 것을 고르면?21)

(단, a, b, c, h 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{3}ah^3$ ② $\frac{2}{3}ah^3$ ③ ah^3
④ $\frac{4}{3}ah^3$ ⑤ $\frac{5}{3}ah^3$

022.

포물선 $y = x^2 + 1$ 에 $P(a, 1)(a > 0)$ 에서 두 개의 접선을 그어 두 접선과 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이가 18이라고 할 때, a 의 값을 구하면?22)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



023.

곡선 $y = -x^2 + 1$ 과 이 곡선 위의 점 $(a, -a^2 + 1)$ 에서의 접선 및 두 직선 $x = 0$, $x = 1$ 에 둘러싸인 도형의 넓이를 S 라고 할 때, S 의 최솟값은?²³⁾ (단, $0 < a < 1$)

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

024.

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이 S 를 구하여라.²⁴⁾



025.

높은 빌딩에서 수직으로 낙하하는 물체의 t 초 후의 속도는 $v(t)=-10t(m/s)$ 이다.
이 물체가 1초 동안 낙하한 거리가 $80m$ 이상이 되는 것은 낙하를 시작한 지
몇 초가 지나서부터인가?²⁵⁾

- ① 6.5 ② 7 ③ 7.5
④ 8 ⑤ 8.5

[수학2단원평가]
다항함수의 적분법 B2 정답표

문항	정답								
01	①	02	20	03	②	04	①	05	1
06	②	07	①	08	⑤	09	④	10	④
11	①	12	③	13	①	14	②	15	⑤
16	1	17	64	18	32	19	10	20	2
21	②	22	③	23	①	24	1	25	③

7번 해설

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x-2} = 0$ 에서 $f(2)=4$, $f'(2)=0$ 이다. $f'(-x)=f'(x)$ 이므로 $f'(-2)=0$ 이다.

$f'(x)=k(x+2)(x-2)$ ($k \neq 0$)으로 놓고, 조건 대입하면 $k=3$ 이다.

16번 해설

$$f(x) = \langle x \rangle = \begin{cases} n-x & \left(n - \frac{1}{2} \leq x \leq n\right) \\ x-n & \left(n \leq x \leq n + \frac{1}{2}\right) \end{cases} \text{이므로}$$

$$\int_{n-\frac{1}{2}}^n f(x)dx = \int_{n-\frac{1}{2}}^n (n-x)dx = \frac{1}{8}, \quad \int_n^{n+\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_n^{n+\frac{1}{2}} (x-n)dx = \frac{1}{8} \text{이다.}$$

$$\int_0^4 f(x)dx = 4 \left(\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx \right) = 4 \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) = 1$$

18번 해설

$g(x) = (x-a)^4 + b$ 이고 $g(0)=0$ 이므로 $g(0) = (-a)^4 + b = 0$ 이다.

한편, 그래프의 평행이동에 의하여 $\int_a^{4a} g(x)dx = \int_0^{3a} g(x+a)dx$ 이므로

$$\int_a^{4a} g(x)dx - \int_0^{3a} f(x)dx = \int_0^{3a} g(x+a)dx - \int_0^{3a} f(x)dx = \int_0^{3a} (x^4 + b)dx - \int_0^{3a} x^4 dx = 3ab$$

20번 해설

$$\int_0^1 (x-k)^2 f(x)dx = \int_0^1 (x^2 - 2kx + k^2) f(x)dx = \int_0^1 x^2 f(x)dx - 2k \int_0^1 x f(x)dx + k^2 \int_0^1 f(x)dx \text{이다.}$$

$$\int_0^1 f(x)dx = 1, \quad \int_0^1 x f(x)dx = 2 \text{이므로 준식은 } k^2 - 4k + \int_0^1 x^2 f(x)dx = (k-2)^2 - 4 + \int_0^1 x^2 f(x)dx \text{이다.}$$

22번 해설

두 접선의 접점의 x 값은 0 과 $2a$ 이다. 그림에서

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{2a} (f(x)-1)dx - \frac{1}{2} \times (2a-a) \times (f(2a)-1) \\ &= \int_0^{2a} x^2 dx - 2a^3 = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{2a} - 2a^3 = \frac{2}{3} a^3 \end{aligned}$$

