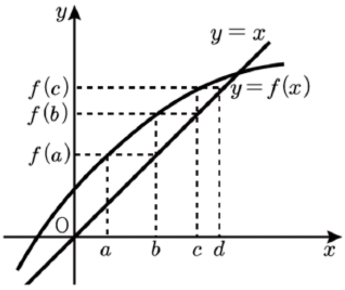
수학2 단원평가

다항함수의 미분법 [B2]

001.

그림과 같은 함수 $y=f(x)$의 역함수 $y=g(x)$가 존재할 때,
함수 $y=g(x)$의 구간 $[b,\ c]$에서의 평균변화율은?1)



① $\dfrac{d-c}{c-b}$ ② $\dfrac{b-a}{c-b}$ ③ $\dfrac{c-b}{d-c}$
④ $\dfrac{b-a}{d-c}$ ⑤ $\dfrac{c-b}{b-a}$

002.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 연속인 함수 $g(x)$가
다음 조건을 만족시킬 때, $g(1)$의 값은?2)

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x^2-1)g(x)=f(x)$이다.
(나) $f'(1)=1$

① $-\dfrac{1}{2}$ ② $-\dfrac{1}{4}$ ③ 0
④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

003.

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$$

를 만족하고 $f'(0)=2$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?[3)]

① $f(0)=0$

② $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=x+2$

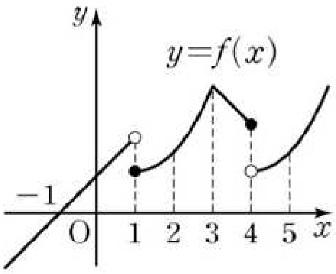
③ $f(x)+f(-x)=x^2$

④ $y=f(x)$는 $x=a$에서 불연속이 되는 a가 존재한다.

⑤ $f(x)$의 최솟값은 -2이다.

004.

함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 열린구간 $(-1,\ 5)$에서 함수 $f(x)$에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?[4)]



① $\lim_{x\to 3}f(x)$의 값이 존재한다.

② $f'(3)>0$

③ $f'(x)=0$인 점이 존재하지 않는다.

④ 함수 $f(x)$가 불연속인 점은 2개다.

⑤ 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점은 3개다.

005.

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $x=3$에 대하여 대칭일 때,
보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?5)

ㄱ. $y=f(x)$에서 x의 값이 -1에서 7까지 변할 때의 평균변화율은 0이다.
ㄴ. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b=6$이면 $f'(a)+f'(b)=0$이다.
ㄷ. $\sum_{k=1}^{15} f'(k-3)=0$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

006.

최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때,
$f'(1)$의 값을 구하여라.6)

(가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\{f(x)\}^2-f(x^2)}{x^3f(x)}=4$
(나) $\lim_{x\to 0}\dfrac{f'(x)}{x}=4$

007.

함수 $f(x)=ax^2+bx$에서 x의 값이 1에서 2까지 변할 때의 평균변화율은 0이다.
이 때, $\lim_{h \to 0}\frac{f(3+2h)-f(3)}{f(1+h)-f(1)}$의 값은?[7] (단, a, b는 0이 아닌 상수이다.)

① -6 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 6

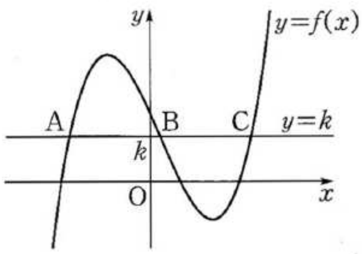
008.

삼차함수 $f(x)=(x-k)^3$과 다항함수 $g(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)g(x)$위의 $x=2$인 점에서의 접선의 기울기가 2이고 $g(2)=1$, $g'(2)=1$을 만족시킬 때, 모든 실수 k의 값의 곱은?[8]

① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

009.

그림과 같이 곡선 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$와 직선 $y=k$가 세 점 A, B, C에서 만난다. 다음 중 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 기울기를 나타내는 것은?[9]

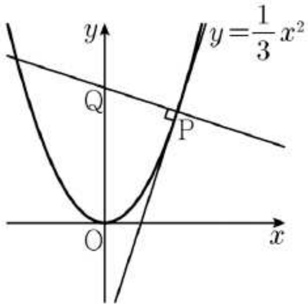


① $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$　　② $\overline{AB}\cdot\overline{BC}$　　③ $\overline{AC}\cdot\overline{BC}$

④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$　　⑤ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

010.

다음 그림과 같이 곡선 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{3}t^2\right)$이 있다. 점 P를 지나고 점 P에서의 접선과 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 $\mathrm{Q}(0,\ f(t))$라 할 때, $\lim\limits_{t\to 0} f(t)$의 값은?[10]



① $\dfrac{1}{2}$　　② 1　　③ $\dfrac{3}{2}$

④ 2　　⑤ $\dfrac{5}{2}$

011.

곡선 $y=x^3-3x^2+kx$ 위의 어떤 점에서도 기울기가 1인 접선을 그을 수 없다고 한다. 이때 상수 k의 값의 범위는?11)

① $k<-4$ ② $-4<k<0$ ③ $0<k<4$
④ $k>4$ ⑤ $-4<k<4$

012.

곡선 $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}(x>0)$ 위를 움직이는 점 P와 두 점 A$(1,\ -4)$, B$(6,\ 1)$에 대하여 △PAB의 넓이의 최솟값은?12)

① $15\sqrt{2}$ ② 20 ③ $10\sqrt{2}$
④ 10 ⑤ $5\sqrt{2}$

013.

점 $(-1,\ -3)$에서 곡선 $y=x^2+2x$에 그은 두 접선의 기울기가 각각 m_1, m_2일 때, m_1m_2의 값은?13)

① -8　② -6　③ -3
④ -2　⑤ -1

014.

점 $(a,\ 5)$에서 곡선 $y=x^3+3x^2+5$에 서로 다른 두 개의 접선을 그을 수 있을 때, 모든 상수 a의 값의 합은?14)

① $-\frac{10}{3}$　② $-\frac{11}{3}$　③ -4
④ $-\frac{13}{3}$　⑤ $-\frac{14}{3}$

015.

두 함수 $f(x)=x^3-x^2+ax$, $g(x)=-x^3+bx^2+c$의 그래프가 점 $(1,\ -2)$에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a, b, c의 곱 abc의 값은?[15)]

① 6　② 4　③ 2　④ 0　⑤ -2

016.

곡선 $y=x^3+1$과 점 $(1,\ 2)$에서 접하고 중심이 y축 위에 있는 원의 넓이는?[16)]

① $\frac{10}{81}\pi$　② $\frac{5}{18}\pi$　③ $\frac{40}{81}\pi$　④ $\frac{10}{9}\pi$　⑤ $\frac{40}{9}\pi$

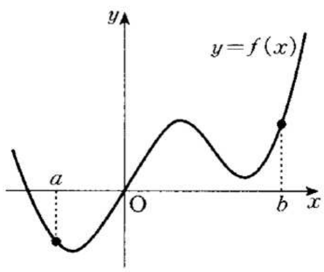
017.

함수 $f(x)=\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}(a-2b)x^2+6ax$가 감소하는 구간이 $(2,\ 3)$일 때, 상수 $a,\ b$의 합 $a+b$의 값은?[17)]

① 0　② 2　③ 4
④ 6　⑤ 8

018.

다음 그림은 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프이다. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[18)]



ㄱ. $f'(a)f'(b)<0$
ㄴ. $f'(c)=0$인 c의 값의 개수는 3이다. (단, $a<c<b$)
ㄷ. $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c의 값의 개수는 3이다. (단, $a<c<b$)

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

019.

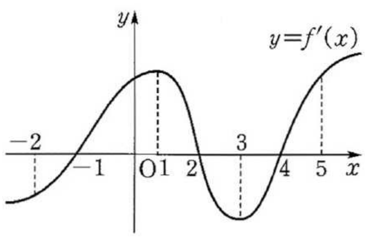
미분가능한 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값 5를 갖는다. $g(x)=(3x+1)f(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$의 $x=-1$인 점에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?[19)]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{6}$　⑤ 1

020.

함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[20)]



ㄱ. $f(x)$는 구간 $(-2,\ -1)$에서 증가한다.
ㄴ. $f(x)$는 구간 $(1,\ 3)$에서 감소한다.
ㄷ. $f(x)$는 구간 $(4,\ 5)$에서 증가한다.
ㄹ. $f(x)$는 $x=2$에서 극대이다.
ㅁ. $f(x)$는 $x=3$에서 극소이다.

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ

④ ㄷ, ㄹ　⑤ ㄹ, ㅁ

021.

함수 $f(x)=x^3+3(a-1)x^2-3(a-3)x$가 $x \le 0$에서 극값을 갖지 않도록 하는 실수 a의 최댓값은?[21)]

① -1　② 0　③ 1
④ 2　⑤ 3

022.

닫힌구간 $[2,\ 5]$에서 함수 $f(x)=x^3-6x^2+30$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?[22)]

① 10　② 12　③ 14
④ 17　⑤ 19

023.

함수 $y=x^3+3x^2-6x+k$가 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -7)$, $\mathrm{B}(2,\ 2)$를 이은 선분 AB와 만날 때, 실수 k의 값의 범위는?[23)]

① $-15\le k\le -1$　② $-15\le k\le 1$　③ $-1\le k\le 15$
④ $-5\le k\le 10$　⑤ $-10\le k\le 5$

024.

모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^4+2(a-2)x^2+10a\ge \dfrac{4}{3}x^3+8ax$가 성립하도록 하는 자연수 a의 최솟값은?[24)]

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

025.

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치가 각각

$$t^3+t^2-2t, \quad 4t^2-2t$$

이다. $t>0$에서 두 점 P, Q의 위치가 같아지는 순간, 두 점 P, Q의 속도를 각각 v_1, v_2라 할 때, v_1+v_2의 값은?[25)]

① 45　② 47　③ 49
④ 51　⑤ 53

[수학2 단원평가]

다항함수의 미분법 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	⑤	03	④	04	②	05	③
06	19	07	①	08	③	09	①	10	③
11	④	12	②	13	①	14	①	15	②
16	④	17	⑤	18	⑤	19	④	20	④
21	④	22	②	23	②	24	④	25	⑤

6번 해설

(가)에서 $f(x)$의 최고차항을 $ax^n(a \neq 1)$이라 하면

$\{f(x)\}^2 - f(x^2)$의 최고차항은 $a(a-1)x^{2n}$, $x^3 f(x)$의 최고차항은 ax^{n+3}이다.

$\Rightarrow$ $2n = n+3$이므로 $n = 3$이다.

이때, 극한값이 4이므로 $\dfrac{a(a-1)}{a} = 4$에서 $\alpha = 5$이다.

$f(x) = 5x^3 + bx^2 + cx + d$이다.

14번 해설

접점을 $(t,\ t^3+3t^2+5)$로 놓으면 접선의 방정식은 $y = (3t^2+6t)x - 2t^3 - 3t^2 + 5$이다.

$(a,\ 5)$를 지나므로 $5 = (3t^2+6t)a - 2t^3 - 3t^2 + 5$, $t\{2t^2 + 3(1-a)t - 6a\} = 0$이다.

(i) $t = 0$을 근으로 가질 때, $-6a = 0$이다.

(ii) 0이 아닌 중근을 가질 때 $D = 3a^2 + 10a + 3 = 0$이다.

$a = -3$ 또는 $a = -\dfrac{1}{3}$이다.

16번 해설

$f'(1) = 3$이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는 $-\dfrac{1}{3}$이다.

직선 $y - 2 = -\dfrac{1}{3}(x-1)$가 원의 중심 $(0,\ a)$를 지나야 하므로 $a = \dfrac{7}{3}$이다.

반지름의 길이 r는 두 점 $(1,\ 2)$, $\left(0,\ \dfrac{7}{3}\right)$ 사이의 거리 $r = \dfrac{\sqrt{10}}{3}$이다.

23번 해설

선분 AB의 방정식은 $y = 3x - 4(-1 \leq x \leq 2)$

선분 AB와 곡선이 만날 조건은 $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 3x - 4$이

$-1 \leq x \leq 2$의 범위에서 실근을 갖는 것이다.