미적분 단원평가

미분법 [A2]

001.

함수 $f(x)=x^2+2x$에 대하여 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율과 $x=c$에서의 순간변화율이 같을 때, 상수 c의 값을 구하여라.1)

002.

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x-2$가 점 $(-1,\ -3)$에서 접할 때, $\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{2h}$의 값은?2)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

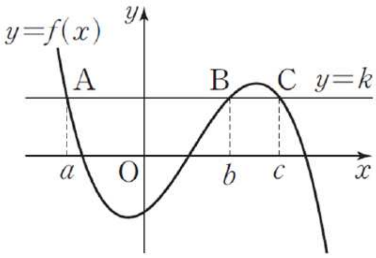
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

003.

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(1)=2$, $f'(1)=3$, $g(1)=5$, $g'(1)=2$일 때,
$\lim_{n\to\infty} n\left\{f\left(1+\frac{1}{n}\right)g\left(1+\frac{3}{n}\right)-f(1)g(1)\right\}$의 값을 구하여라.3)

004.

다음과 같이 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만난다. 세 점 A, B, C의 x좌표를 각각 a, b, c라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?4) (단, $a<b<c$)



ㄱ. $f'(a)>0$
ㄴ. $f'(a)+f'(c)<0$
ㄷ. $f'(a)f'(b)f'(c)>0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

005.

$(x+1)^5 = x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$임을 이용하여

$$f(x)=32\cdot x^5+4\cdot 16x^4+10\cdot 8x^3+9\cdot 4x^2+5\cdot 2x$$

에 대하여 $f'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하면?5)

① -72 ② -62 ③ 82
④ 148 ⑤ 160

006.

다항함수 $f(x)$가 $f(x)=2x^2+3xf'(1)$을 만족시킬 때, $f'(2)$의 값은?6)

① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

007.

함수 $f(x)=\begin{cases} ax^3+b^2 & (x \geq 1) \\ bx^2+ax+b & (x < 1) \end{cases}$가 $x=1$에서 미분가능할 때,

$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+2h)-f(1-h)}{h}$의 값을 구하여라.[7] (단, $a \neq 0$)

008.

다항식 $f(x)=x^4+ax+b$가 $(x-2)^2$으로 나누어 떨어질 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?[8]

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

009.

곡선 $y=-x^2+3x+5$ 위의 점 $(1,\ 7)$에서의 접선을 l이라 하고, 직선 l에 수직이고 이 곡선에 접하는 직선을 m이라 할 때, 직선 m의 방정식은?9)

① $x-y+5=0$ ② $x-y-5=0$ ③ $x+y-9=0$
④ $x+y+9=0$ ⑤ $x+2y-7=0$

010.

곡선 $y=x^3$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ a^3)$에서의 접선과 y축과의 교점을 Q라 하자. 두 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{R}(a,\ 0)$ 에 대하여 $\triangle\mathrm{OPQ}$와 $\triangle\mathrm{OPR}$의 넓이의 비는?10)

① $2:1$ ② $2:3$ ③ $1:3$
④ $1:2$ ⑤ $3:2$

011.

$f(1)-f(-1)=2f'(c)$를 만족시키는 c가 열린구간 $(-1,\ 1)$에 존재하는 함수인 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[11]

ㄱ. $f(x)=|x|-2$

ㄴ. $f(x)=\begin{cases} -3x-2 & (x<-1) \\ 1 & (-1\le x<1) \\ 3x-2 & (x\ge 1) \end{cases}$

ㄷ. $f(x)=-x^2+5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

012.

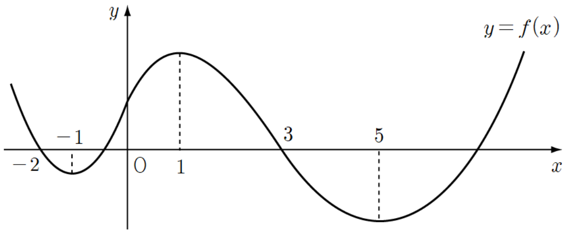
미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 두 가지 조건을 만족할 때 $f(1)$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?[12]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $|f'(x)|\le 3$
(나) $f(0)=2$

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

013.

아래 그림은 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프이다.



$g(x)=(x^2+x)f(x)$라 할 때, $g'(-2)$, $g'(-1)$, $g'(1)$, $g'(3)$, $g'(5)$의 값 중 양수인 것은?13)

① $g'(-2)$와 $g'(-1)$ ② $g'(-1)$과 $g'(1)$ ③ $g'(1)$과 $g'(3)$
④ $g'(-1)$과 $g'(3)$ ⑤ $g'(3)$과 $g'(5)$

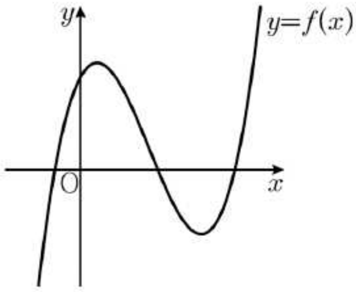
014.

함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+ax^3+bx^2+2x$에 대하여 $f'(-2)=0$, $f'(c)=0$이고 $f(x)$는 $x=-2$에서만 극값을 갖는다. 이때 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?14) (단, $c>0$)

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

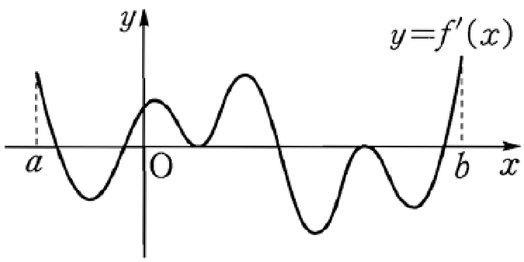
015.

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$의 값을 구하여라.[15)](단, a, b, c는 상수이다.)



016.

구간 $[a, b]$에서 함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수 $y=f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 점의 개수를 m, 극소가 되는 점의 개수를 n이라 하자. 이때 $m-n$의 값은?[16)]



① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

017.

함수 $f(x)=x^4+2x^3+ax^2$이 극댓값을 갖기 위한 실수 a의 값의 범위는?17)

① $a<-\frac{9}{8}$ ② $a<0$ ③ $0<a<\frac{9}{8}$

④ $a<\frac{9}{8}$ ⑤ $a<0$ 또는 $0<a<\frac{9}{8}$

018.

어느 완구판매회사에서는 신제품의 판매를 계획하고 신제품에 대하여 조사하였더니 다음과 같은 사실이 밝혀졌다. 가격을 1000원으로 하면 하루에 10000개를 팔 수 있다. 그런데 가격을 $10x$원 올리면 판매량이 하루에 $20x^2$개가 감소한다고 한다. 또 이 제품을 판매하기 위하여 기본 비용 150000원과 제품 1개당 추가로 900원의 비용이 든다고 한다. 하루의 이익이 최대가 될 때의 가격은?18)

① 1050원 ② 1100원 ③ 1150원

④ 1200원 ⑤ 1250원

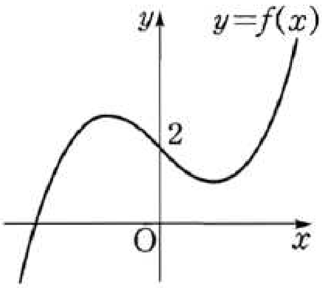
019.

방정식 $x^3-3x+k=0$의 근 중에서 적어도 한 근이 0과 2 사이에 있도록
상수 k의 값의 범위를 구하면?[19)]

① $0<k\le 2$ ② $0\le k<2$ ③ $-2<k\le 2$
④ $-2\le k<2$ ⑤ $-2<k<2$

020.

함수 $f(x)=x^3-2x+2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,
곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=ax$의 교점의 개수에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?[20)]



ㄱ. $a=3$이면 교점의 개수는 3이다.
ㄴ. $a=1$이면 교점의 개수는 2이다.
ㄷ. $a=\frac{1}{2}$이면 교점의 개수는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

021.

두 함수 $f(x)=x^4+2x^3-x^2-9x$, $g(x)=2x^3+5x^2-x-a$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 항상 위쪽에 있을 때, 실수 a의 값의 범위는?[21)]

① $a<-12$　② $a<-2$　③ $a>4$
④ $a>12$　⑤ $a>24$

022.

다음은 $x \geq 0$일 때, 부등식 $x^3+2>6x^2-9x$이 성립함을 증명하는 과정이다.

> $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$로 놓으면 $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$
> $x \geq 0$일 때 $f(x)$의 최솟값은 $\boxed{\text{(가)}}$이므로 $f(x)\boxed{\text{(나)}}0$
> $\therefore x^3+2>6x^2-9x$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은?[22)]

① 0, $>$　② 0, $<$　③ 2, $>$
④ 2, $<$　⑤ 2, $=$

023.

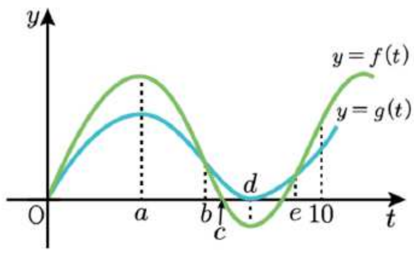
수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + k \ (k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 32이다. k의 값을 구하여라.[23]

024.

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 t초 후의 위치를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, 두 함수 $y=f(t)$, $y=g(t)$의 그래프가 다음 그림과 같다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[24] (단, $f'(a)=f'(d)=0$, $g'(a)=g'(d)=0$)



ㄱ. 두 점 A, B는 $0<t<10$에서 두 번 만난다.
ㄴ. 점 A는 $b<t<10$에서 운동방향을 두 번 바꾼다.
ㄷ. 두 점 A, B는 $c<t<d$에서 서로 반대 방향으로 움직인다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

025.

t초 후의 부피가 $V=t^3-3t+2$로 주어진 물체가 있다.
$t=2$일 때 이 물체의 부피의 증가율은?[25]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

[미적분 단원평가]

미분법 A2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	2	02	①	03	27	04	④	05	④
06	④	07	18	08	④	09	③	10	①
11	⑤	12	③	13	②	14	④	15	1
16	⑤	17	⑤	18	②	19	③	20	⑤
21	⑤	22	③	23	40	24	①	25	⑤

3번 해설

$\frac{1}{n}=h$라 하면, $n\to\infty$일 때, $h\to 0+$이다.

$$\lim_{n\to\infty} n\left\{f\left(1+\frac{1}{n}\right)g\left(1+\frac{3}{n}\right)-f(1)g(1)\right\}=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)g(1+3h)-f(1)g(1)}{h}$$
$$=3f(1)g'(1)+f'(1)g(1)$$
$$=27$$

12번 해설

평균값의 정리에 의해 $\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=f'(c)$를 만족하는 c가 $(0,\ 1)$에 존재한다.

$$\left|\frac{f(1)-f(0)}{1-0}\right|=|f(1)-2|=|f'(c)|\le 3\ \ (\text{단, } c\in(0,\ 1))$$

이므로 $-1\le f(1)\le 5$이다.

18번 해설

가격이 $(1000+10x)$원일 때의 이익을 $f(x)$라 하면 판매량은 $(10000-20x^2)$개이므로

$f(x)=(1000+10x)(10000-20x^2)-\{150000+900(10000-20x^2)\}$

20번 해설

곡선과 직선이 제1사분면에서 접할 때의 접점의 좌표를 $(t,\ t^2-2t+2)$라 하면

접선의 방정식은 $y=3(t^2-2)x-2t^3+2$이다.

직선이 원점을 지나므로 $-2t^3+2=0$이고 $t=1$이다.

$a>1$이면 교점의 개수는 3, $a=1$이면 교점의 개수는 2, $a<1$이면 교점의 개수는 1이다.