수학2 단원평가

함수의 극한 [B2]

001.

$\lim_{x \to -1}(x^2+ax+b)=2$, $\lim_{x \to 2}(x^2+ax+b)=11$일 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?1)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

002.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} -x^2 & (x\text{는 유리수}) \\ -x^3 & (x\text{는 무리수}) \end{cases}$

일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?2) (단, n은 자연수이다.)

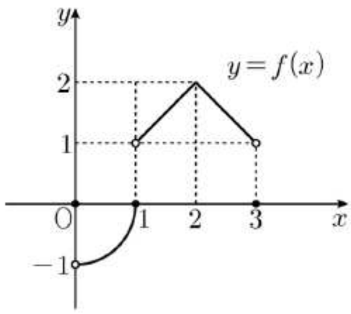
① $\lim_{n \to \infty} f\left(-1-\frac{1}{n}\right)=1$ ② $\lim_{n \to \infty} f\left(-1+\frac{\sqrt{3}}{n}\right)=1$

③ $\lim_{n \to \infty} f\left(2-\frac{\sqrt{3}}{n}\right)=-8$ ④ $\lim_{x \to 0} f(x)=0$

⑤ $\lim_{x \to 1} f(x)=-1$

003.

함수 $f(x)$의 그래프는 $0 \le x \le 3$에서 다음 그림과 같고, 함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$와 $f(x-3)=f(x+3)$를 만족시킨다. 이때 $\lim_{x \to 101-} f(x)+f(100)$의 값은?3)



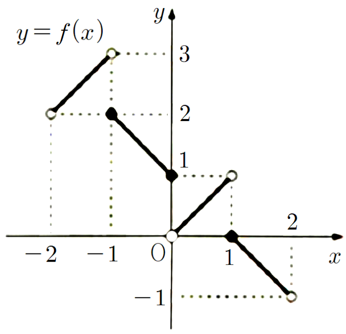
① -3　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 3

004.

함수 $f(x)=[x^2-x]$에 대하여 $\lim_{x \to 0-} f(x)+\lim_{x \to 1-} f(x)+\lim_{x \to 2+} f(x)$의 값을 구하여라.4)
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

005.

그림은 정의역이 $\{x|-2<x<2\}$이고 공역이 $\{y|-1<y<3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프를 나타낸 것이다. 옳은 것만을 보기에서 고른 것은?5)



ㄱ. $\lim_{x \to -1+} f(x)$의 값이 존재하지 않는다.

ㄴ. $\lim_{x \to 1-} f(x)f(x-1)=1$

ㄷ. $\lim_{x \to a-} f^{-1}(x)=f^{-1}(a)$를 만족시키지 않는 실수 a의 값의 개수는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

006.

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}=2$, $\lim_{x \to 1} \frac{g(x)}{x-1}=4$일 때, $\lim_{x \to 1} \frac{f(x-1)+g(2-x)}{x^2-1}$의 값은?6)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

007.

두 함수 $f(x)=x^2-2x-3$, $g(x)=|x|$일 때,

$\lim_{x\to 3-}\frac{(g\circ f)(x)}{x-3}+\lim_{x\to -1-}\frac{(g\circ f)(x)}{x+1}$의 값은?7)

① -4 ② -6 ③ -8

④ 8 ⑤ 6

008.

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt[3]{x}-1}=a$, $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}=b$라 할 때, 실수 a, b에 대하여 ab의 값은?8)

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ 1 ⑤ 2

009.

함수 $f(x)=\frac{x^2-9}{|x-3|}$, $g(x)=\frac{3x}{x+1}$에 대하여 $3\lim_{x\to\infty}f(g(x))+2\lim_{x\to-\infty}f(g(x))$의 값은?9)

① -30　② -6　③ 0
④ 6　⑤ 30

010.

삼차방정식 $x^3-(3a+2)x^2+(4a-1)x-a+2=0$의 세 실근 중에서 가장 작은 근을 α라 할 때, $\lim_{a\to\infty}\alpha$의 값은?10) (단, α는 상수이다.)

① -1　② $-\frac{2}{3}$　③ $-\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{2}{3}$

011.

함수 $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{ax^2+bx+c}$가 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\dfrac{1}{3}$, $\lim\limits_{x\to-1}|f(x)|=\infty$, $\lim\limits_{x\to5}|f(x)|=\infty$를 모두 만족시킬 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?11)

① -24　② -18　③ -12
④ -6　⑤ 6

012.

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?12)

> $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+3x^3-2x^2}{x^{n+1}-3}=4$, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x^n}=1$인 자연수 n이 존재한다.

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

013.

세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 다음의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[13)]

ㄱ. $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$가 수렴하면 $\lim_{x\to a}f(x)$, $\lim_{x\to a}g(x)$는 각각 수렴한다.

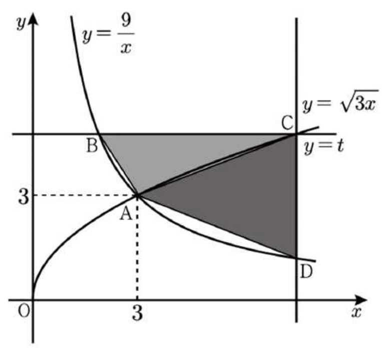
ㄴ. $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$와 $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}$가 수렴하면 $\lim_{x\to a}\{f(x)g(x)\}$는 수렴한다.

ㄷ. $f(x)<g(x)<h(x)$이고 $\lim_{x\to\infty}\{h(x)-f(x)\}=0$이면 $\lim_{x\to\infty}g(x)$는 수렴한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

014.

다음 그림과 같이 두 곡선 $y=\frac{9}{x}$와 $y=\sqrt{3x}$가 점 A$(3,\ 3)$에서 만난다. 직선 $y=t(t>2)$가 두 곡선 $y=\frac{9}{x}$, $y=\sqrt{3x}$와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 C를 지나고 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=\frac{9}{x}$와 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 ACB의 넓이를 $f(t)$, 삼각형 ADC의 넓이를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 3+}\frac{g(t)}{f(t)}$의 값은?[14)]



① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

015.

함수 $f(x)=\begin{cases} 3 & (x \le -3) \\ x & (-3 < x < 3) \\ -3 & (x \ge 3) \end{cases}$일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?15)

ㄱ. $\lim_{x \to 3+} \{f(x)-f(-x)\}=-6$
ㄴ. 함수 $f(x)+f(-x)$는 $x=3$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)+f(-x)$는 실수 전체에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

016.

실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$를 $f(x)=\begin{cases} -x^2-x+12 & (x\text{는 정수가 아닐 때}) \\ x+k & (x\text{는 정수일 때}) \end{cases}$로 정의하자.
열린구간 $(-4,\ 3)$에서 함수 $f(x)$가 불연속인 x의 값의 개수가 4가 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은?16)

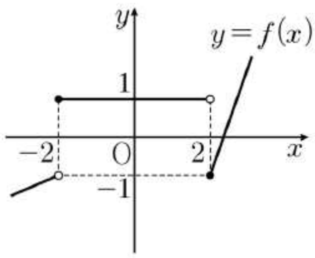
① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

017.

함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 다항함수 $g(x)$는 다음 조건을 모두 만족시킨다. 이때 $g(3)$의 값을 구하여라.17)

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2-x+2}=3$

(나) 모든 실수 x에서 함수 $f(x)g(x)$는 연속이다.

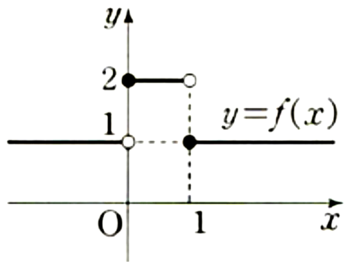


018.

함수 $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\le 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0)\end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하여라.18)

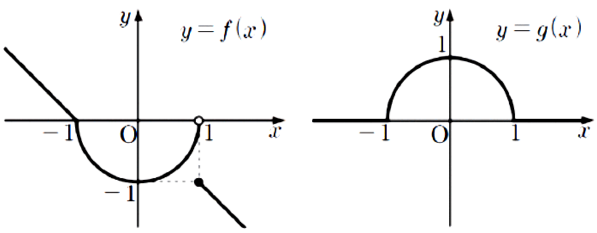
019.

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $g(x)=af(x)+f(x-1)$이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하여라.[19]



020.

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[20]



ㄱ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $(f \circ g)(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $(g \circ f)(x)$는 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

021.

$-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$일 때, 함수 $f(x) = \left[\sqrt{8-x^2}\right]$이 불연속이 되는 x의 값의 개수는?[21)]
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

022.

$x \ge 2$인 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가 $(x-3)f(x) = a\sqrt{x-2}+b$를 만족시킨다.
$f(3) = 2$일 때, 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값을 구하여라.[22)]

023.

구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 연속인 함수 $f(x)$가 구간 $[0,\ 4]$에서

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+ax+b & (0 \le x < 3) \\ 3(x-3) & (3 \le x \le 4)\end{cases}$$ 로 정의되고,

모든 실수 x에 대하여 $f(x-1)=f(x+3)$을 만족시킬 때, $f(10)$의 값은?[23]

① 0 ② 1 ③ 2

④ 3 ⑤ 4

024.

$x \neq 0$인 실수 x에서 함수 $f(x)$를 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+9}+a}{x^2}$로 정의하자.

함수 $f(x)$가 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 연속일 때, $f(0)$의 값은?[24] (단, a는 상수이다.)

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{1}{3}$

④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

025.

연속함수 $f(x)$가 $f(-1)=1$, $f(1)=1$을 만족한다. 다음의 방정식 중
열린 구간 $(-1,\ 1)$에서 반드시 실근을 갖는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[25)]

ㄱ. $f(x)-2x=0$
ㄴ. $2xf(x)=1$
ㄷ. $f(x)+2x^3=0$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[수학2 단원평가]

함수의 극한 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	①	03	①	04	1	05	④
06	②	07	③	08	②	09	②	10	④
11	①	12	③	13	②	14	①	15	⑤
16	④	17	15	18	13	19	1	20	③
21	④	22	32	23	④	24	①	25	⑤

10번 해설

$f(x)=(x-1)\{x^2-(3a+1)x+a-2\}$에서 $\alpha=\dfrac{3a+1-\sqrt{9a^2+2a+9}}{2}$이다.

12번 해설

$n=1$일 때, $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+3x^3-2x^2}{x^2-3}=4$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$

$f(x)=-3x^3+6x^2+ax$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}(-3x^2+6x+a)=a$, $a=1$

$f(x)=-3x^3+6x^2+x$, $f(1)=-3+6+1=4$

$n=2$일 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(x)+3x^3-2x^2}{x^3-3}=4$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=1$, $f(x)=x^3+bx^2$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}(x+b)=b$, $b=1$

$f(x)=x^3+x^2$, $f(1)=1+1=2$

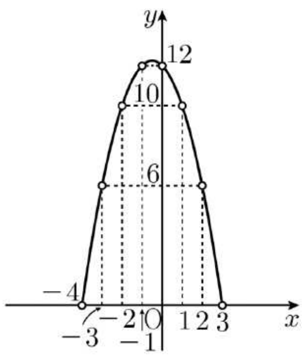
$n\geq 3$일 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(x)+3x^3-2x^2}{x^{n+1}-3}=4$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^n}=1$, $f(x)=4x^{n+1}+cx^n$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^n}=\lim\limits_{x\to 0}(4x+c)=c$, $c=1$

$f(x)=4x^{n+1}+x^n$, $f(1)=4+1=5$

16번 해설

$y=f(x)$의 그래프는



$y=x+k$가 두 점 $(-3,\ 6)$, $(1,\ 10)$을 지나거나 두 점 $(-2,\ 10)$, $(0,\ 12)$를 지나야 한다.
따라서 $k=9$ 또는 $k=12$이다.

1) ②

2) ①

3) ①

4) 1

5) ④

6) ②

7) ③

8) ②

9) ②

10) ④

11) ①

12) ③

13) ②

14) ①

15) ⑤

16) ④

17) 15

18) 13

19) 1

20) ③

21) ④

22) 32

23) ④

24) ①

25) ⑤