수학2 단원평가

함수의 극한 [A1]

001.

함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} -(x-1)^2-3 & (x \geq 1) \\ x+1 & (x < 1) \end{cases}$일 때, $\lim_{x \to 1+} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$의 값은?1)

① -5 ② -4 ③ -3

④ -2 ⑤ -1

002.

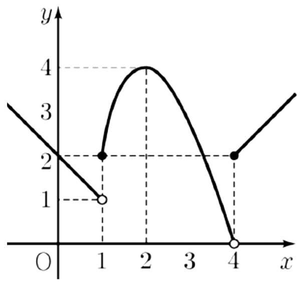
극한값 $\lim_{x \to 0-} \dfrac{1}{1+3^{\frac{1}{x}}}$의 값은?2)

① 0 ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1

④ 2 ⑤ 3

003.

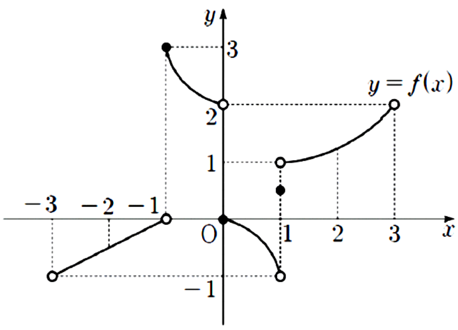
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다. $\lim_{t\to\infty} f\left(\frac{t+3}{t+1}\right)+\lim_{t\to-\infty} f\left(\frac{4t+5}{t+1}\right)$의 값은?3)



① 2　　② 3　　③ 4
④ 5　　⑤ 6

004.

$-3<x<3$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다.
부등식 $\lim_{x\to a-} f(x) > \lim_{x\to a+} f(x)$를 만족시키는 상수 a의 값은?4) (단, $-3<a<3$)



① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

005.

$\lim_{x \to -1+} \frac{x^2+x}{|x^2-1|} = a$, $\lim_{x \to 0+} \frac{x+|x|}{x} = b$라 할 때, 실수 a, b에 대하여 ab의 값은?5)

① -1　　② -2　　③ -3
④ -4　　⑤ -5

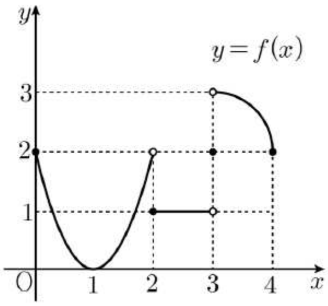
006.

함수 $f(x) = \frac{[x]^2+5x}{[x]}$에 대하여 $\lim_{x \to k} f(x)$의 값이 존재하도록 하는 정수 k의 값은?6)
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2　　② 3　　③ 4
④ 5　　⑤ 6

007.

정의역이 $\{x|0 \le x \le 4\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.
$\lim_{x\to 1-} f(f(x))+f(f(2))+\lim_{x\to 3+} f(f(x))$의 값은?7)



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

008.

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 3}\frac{f(x-3)}{x^2-3x}=5$일 때, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$의 값은?8)

① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

009.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 보기에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?[9] (단, a는 실수)

ㄱ. $\lim\limits_{x\to a}f(x)$와 $\lim\limits_{x\to a}g(x)$의 값이 존재하면 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$의 값이 존재한다.
ㄴ. $\lim\limits_{x\to a}f(x)$와 $\lim\limits_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$의 값이 존재하면 $\lim\limits_{x\to a}g(x)$의 값이 존재한다.
ㄷ. $\lim\limits_{x\to a}f(x)$와 $\lim\limits_{x\to a}f(x)g(x)$의 값이 존재하면 $\lim\limits_{x\to a}g(x)$의 값이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

010.

이차함수 $f(x)$와 다항함수 $g(x)$가 $\lim\limits_{x\to\infty}\{2f(x)-3g(x)\}=2$를 만족시킬 때,

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8f(x)-3g(x)}{3g(x)}$의 값은?[10]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

011.

$\lim_{x \to -\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+9}+x\right)$의 값은?[11)]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

012.

$\lim_{x \to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{4+x}}\right)=\frac{1}{a}$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.[12)]

013.

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2+1}=3$, $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2-1}=-3$을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?13)

① 20　② 22　③ 24
④ 26　⑤ 28

014.

$\lim_{x\to\infty}\frac{3[4x^2-x]}{2x^2+1}$의 값은?14) (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $\frac{9}{2}$　② 5　③ 6
④ $\frac{15}{2}$　⑤ 8

015.

다항함수 $f(x)$는 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

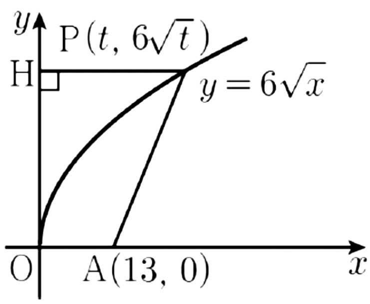
(가) $2x^2-5x \le f(x) \le 2x^2+2$

(나) $\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x^2+2x-3}=\dfrac{1}{4}$

$f(3)$의 값을 구하여라.15)

016.

다음 그림과 같이 함수 $y=6\sqrt{x}$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 6\sqrt{t})$와 x축 위의 점 $(13,\ 0)$이 있다. 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{t\to\infty}(\overline{\mathrm{PA}}-\overline{\mathrm{PH}})$의 값을 구하여라.16)



017.

함수 $f(x)=\begin{cases} 3x-1 & (x \le a) \\ x^3+1 & (x > a) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(|x|)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값은?[17] (단, $a>0$)

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2

④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

018.

함수 $f(x)=\begin{cases} 4-2x & (|x| \ge 1) \\ ax+a^2 & (|x| < 1) \end{cases}$이 $x=1$에서 연속이고,

$x=-1$에서 불연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?[18]

① -2　　② -1　　③ 0

④ 1　　⑤ 2

019.

두 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x & (x<2) \\ -x^2+2 & (x \geq 2) \end{cases}$, $g(x)=x^2-x-a$에 대하여

함수 $y=f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?[19)]

① -1　② 0　③ 1

④ 2　⑤ 3

020.

두 함수 $f(x)=x^2-x-2$, $g(x)=x^2+kx+3$에 대하여 함수 $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$가

실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 k의 개수는?[20)]

① 6　② 7　③ 8

④ 9　⑤ 10

021.

모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가 $(x-1)f(x)=x^2-3x+a$를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?21)

① -2　　② -1　　③ 0
④ 1　　⑤ 2

022.

모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$
(나) $-2 \le x \le 1$일 때, $f(x)=\begin{cases} ax+b & (-2 \le x \le -1) \\ x+|x| & (-1 < x \le 1) \end{cases}$

이때 $f\left(\dfrac{9}{2}\right)$의 값은?22)

① 0　　② 1　　③ 2
④ 3　　⑤ 4

023.

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-2} & (x \neq 2) \\ 3 & (x=2) \end{cases}$에 대하여 함수 $(x^2+ax+b)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $b-a$의 값은?23) (단, a, b는 상수이다.)

① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

024.

다음을 최대/최소의 정리라 한다.

> 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이면
> $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

구간 $[1,\ 3]$에서 정의된 다음 함수 중 최대/최소 정리의 역이 성립하지 않음을 보이는 예로 적절한 것은?24) (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $f(x)=|x|$　② $f(x)=x^2-2x-3$　③ $f(x)=\sqrt{x-1}$
④ $f(x)=[x]$　⑤ $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

025.

연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(-2)=-3$, $f(-1)=3$, $f(0)=2$, $f(1)=0$, $f(2)=5$, $f(3)=-2$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(-2,\ 3)$에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는가?[25)]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

[수학2 단원평가]

함수의 극한 A1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	③	03	①	04	③	05	①
06	⑤	07	①	08	②	09	②	10	④
11	①	12	16	13	③	14	③	15	10
16	5	17	①	18	④	19	④	20	②
21	②	22	②	23	④	24	④	25	③

16번 해설

$\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{(t-13)^2+36t}$, $\overline{\mathrm{PH}}=t$이므로 $\lim_{t\to\infty}(\overline{\mathrm{PA}}-\overline{\mathrm{PH}})=\lim_{t\to\infty}\sqrt{(t-13)^2+36t-t}=5$

17번 해설

함수 $f(|x|)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $x=a$(단, $a>0$)에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x\to a+}f(|x|)=\lim_{x\to a-}f(|x|)=f(|a|)$$

이다. $3|a|-1=|a|^3+1$에서 $|a|=1$이다.

23번 해설

$g(x)=(x^2+ax+b)f(x)$라 하자. 즉, $g(x)=\begin{cases}\dfrac{(x^2+ax+b)}{x-2} & (x\neq 2)\\ 3(4+2a+b) & (x=2)\end{cases}$이다.

$\lim_{x\to 2}\dfrac{(x^2+ax+b)(x+1)}{x-2}=3(4+2a+b)$에서 $b=-2(a+2)$이고,

$\lim_{x\to 2}\dfrac{(x^2+ax+b)(x+1)}{x-2}=3(a+4)$에서 $3(a+4)=3(4+2a+b)$이다.

연립하여 풀면 $a=-4$, $b=4$이다.