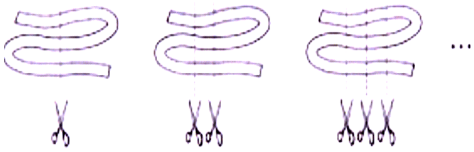
수학1 단원평가

수열 [B2]

001.

다음 그림과 같이 2번 접어 세 겹으로 만든 리본을 가위로 평행하게 1번, 2번, 3번, …을 자르면 리본은 각각 몇 개의 조각으로 나눠진다. 이와 같이 2번 접어 세 겹으로 만든 리본을 가위로 평행하게 10번 자를 때, 나눠진 리본의 최대 개수는?1)



① 22　　② 25　　③ 28
④ 31　　⑤ 34

002.

첫째항이 22인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_n + a_{n+2}(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 하자. $a_{10} = b_{10}$일 때, b_8의 값은?2)

① 6　　② 8　　③ 10
④ 12　　⑤ 14

003.

공차 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_{23}=23$일 때, $|a_n|$의 값이 최소가 되는 자연수 n의 값을 구하여라.[3)]

004.

곡선 $y=x(x-2)(x+11)$과 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점에서 만나고, 곡선과 직선의 교점의 x좌표 α, β, γ가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k의 값을 구하여라.[4)] (단, $\alpha<\beta<\gamma$)

005.

다음과 같이 1과 6 사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열

$1,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{10},\ 6$과 $\quad 1,\ b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_{20},\ 6$

이 모두 등차수열을 이룰 때, $\dfrac{b_{20}-b_{11}}{a_{10}-a_1}$의 값은?5)

① $\dfrac{7}{21}$ ② $\dfrac{8}{21}$ ③ $\dfrac{3}{7}$

④ $\dfrac{10}{21}$ ⑤ $\dfrac{11}{21}$

006.

$20 \le p \le 30$인 유리수 p 중에서 5를 분모로 갖는 기약분수의 총합은?6)

① 1000 ② 1100 ③ 1200

④ 1300 ⑤ 1400

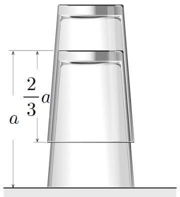
007.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^3$일 때, $\sum_{k=1}^{100} a_{2k}$의 값을 99로 나눈 나머지는?[7)]

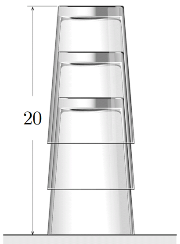
① 7　　② 19　　③ 37
④ 63　　⑤ 87

008.

어느 공장에서 생산하는 직원뿔대 모양의 유리컵의 높이는 a(cm)이고 크기와 모양은 모두 일정하다. [그림1]과 같이 유리컵 두 개를 밑면이 지면과 평행하도록 지면 위에 포개어 쌓으면 유리컵 한 개의 높이의 $\frac{2}{3}$만큼 항상 겹치게 된다. [그림2]와 같이 유리컵 3개를 이와 같은 방법으로 쌓을 때, 지면으로부터 마지막으로 쌓은 유리컵의 밑면까지의 높이가 20(cm)이다. 유리컵 6개를 이와 같은 방법으로 쌓을 때, 지면으로부터 마지막으로 쌓은 유리컵의 밑면까지의 높이는 k(cm)이다. k의 값은?[8)] (단, 유리컵을 쌓은 지면은 평평하다.)



[그림 1]



[그림 2]

① 30　　② 32　　③ 34
④ 36　　⑤ 38

009.

두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫 항부터 제n항까지의 합이 각각

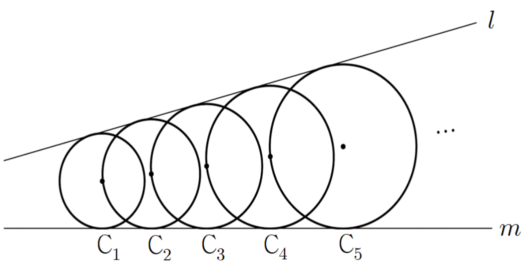
$$S_n = 2n^2 + pn, \quad T_n = qn^2 + 5n$$

이다. 두 수열의 공차의 합이 0이고 두 수열의 제5항이 서로 같을 때, $p+q$의 값은?[9)]

① -43 ② -33 ③ -23
④ -13 ⑤ -3

010.

그림과 같이 두 직선 l, m에 동시에 접하는 원 C_1이 있다. 원 C_1의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_1보다 큰 원을 C_2라 하자. 원 C_2의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_2보다 큰 원을 C_3라 하자. 이와 같은 방법으로 원 C_k의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_k보다 큰 원을 C_{k+1}이라 하자. 원 C_1의 넓이가 1, 원 C_5의 넓이가 4일 때, 원 C_{19}의 넓이를 구하여라.[10)]



011.

10보다 크고 100보다 작은 두 자연수 m, n이 다음 조건을 만족시킬 때, $m+n$의 값을 구하여라.11)

> (가) $\log_m n$은 유리수이다.
> (나) 세 수 m, n, 256은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

012.

$\frac{1}{4}$과 16 사이에 n개의 수를 넣어 만든 공비가 양수 r인 등비수열

$$\frac{1}{4},\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ 16$$

의 모든 항의 곱이 1024일 때, r^9의 값을 구하여라.12)

013.

두 수 3과 40 사이에 10개의 수를 넣어 만든 등비수열 3, a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}, 40이 있다. 등식 $3+a_1+a_2+\cdots+a_{10}+40=k\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{10}}+\frac{1}{40}\right)$을 만족시키는 상수 k의 값을 구하여라.13)

014.

일반항이 $a_n=2^{1-n}$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?14)

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$은 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{S_n+a_n\}$은 등비수열이다.
ㄷ. $S_n=\frac{1}{2}a_{n+1}+2$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

015.

$\sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=2}^{10} k^2 + \sum_{k=3}^{10} k^2 + \cdots + \sum_{k=9}^{10} k^2 + \sum_{k=10}^{10} k^2$의 값은?15)

① 3005 ② 3015 ③ 3025
④ 3035 ⑤ 3040

016.

n이 자연수일 때, x에 대한 다항식 $x^3+(1-n)x^2+n$을 $x-n$으로 나눈 나머지를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$의 값은?16)

① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$
④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

017.

자연수 n에 대하여 2^n의 모든 양의 약수 중에서 서로 다른 두 약수를 택하여 곱했을 때 나올 수 있는 모든 값만을 원소로 하는 집합을 S_n이라 하자. 집합 S_n의 원소의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{f(k)f(k+1)}$의 값은?17)

① $\frac{5}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{20}{21}$ ⑤ $\frac{25}{21}$

018.

x에 대한 방정식

$$\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi}x \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

의 양의 실근의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n+1)(a_n+3)}$의 값을 구하여라.18)

019.

수열 $1,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ 1,\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \cdots$의 첫째항부터 제$150$항까지에서 $\frac{1}{2}$은 몇 번 나타나는가?[19) (단, 약분해서 $\frac{1}{2}$인 것을 포함하여 센다.)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

020.

모든 n에 대하여 $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_4 = 105$, $S_8 = 1785$이다. 이때 S_{10}은?[20) (단, 모든 자연수 n에 대하여 a_n은 양의 실수이다.)

① 7000 ② 7161 ③ 7287
④ 7364 ⑤ 7489

021.

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=52$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=1-\frac{1}{(n+2)^2}$$

을 만족할 때, a_{25}를 구하여라.21)

022.

다음 규칙을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

(가) $a_1=2$
(나) a_{n+1}은 $3a_n$을 5로 나눈 나머지이다.

이 수열에서 $a_{13}+a_{40}$의 값은?22)

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

023.

수열 $\{a_n\}$이 다음과 같이 정의되어 있다.

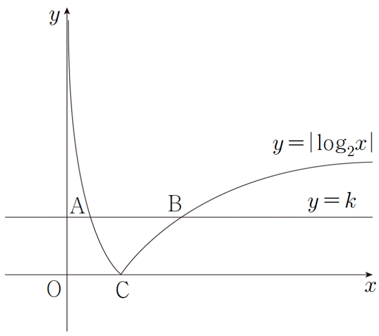
$$\begin{cases} a_1 = 2, \ a_2 = 3 \\ a_{n+2} = a_n \cdot a_{n+1} \ (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{cases}$$

$\sum_{k=1}^{20} a_k$의 일의 자리의 숫자는?[23)]

① 0　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

024.

그림과 같이 곡선 $y = |\log_2 x|$와 직선 $y = k$가 만나는 점을 각각 A, B라 하고
곡선 $y = |\log_2 x|$와 x축이 만나는 점을 C라 하자. k가 자연수일 때,
선분 AB 위의 점(양 끝점 포함) 중에서 x좌표가 2^m(m은 정수)꼴인 점의
개수를 a_k라 하자. $\sum_{k=1}^{15} a_k$의 값은?[24)]



① 240　② 245　③ 250
④ 255　⑤ 260

025.

두 함수 $f(x)=2^x$, $g(x)=x-[x]$에 대하여 합성함수 $y=(g \circ f)(x)$의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{n}x+1(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$이 만나는 점의 개수를 a_n이라 하자.

$a_1+a_2+a_3$의 값은?[25] (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 6 ② 8 ③ 10

④ 12 ⑤ 14

[수열 단원평가]

수열 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	④	03	17	04	120	05	⑤
06	①	07	①	08	②	09	②	10	512
11	80	12	64	13	120	14	③	15	③
16	④	17	②	18	120	19	①	20	②
21	36	22	④	23	②	24	④	25	⑤

15번 해설

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=2}^{10} k^2 + \sum_{k=3}^{10} k^2 + \cdots + \sum_{k=9}^{10} k^2 + \sum_{k=10}^{10} k^2$$

$$= (1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2) + (2^2+3^2+4^2+\cdots+10^2) + \cdots + (9^2+10^2) + 10^2$$

$$= 1\times1^2 + 2\times2^2 + 3\times3^2 + \cdots + 10\times10^2$$

$$= 1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3$$

$$= \sum_{k=1}^{10} k^3 = 3025$$

23번 해설

각 항의 일의 자리의 숫자를 a_1부터 나열하면

2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, $\cdots$

이다. 8개마다 반복되는군. $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 일의 자리의 숫자는 3이다.

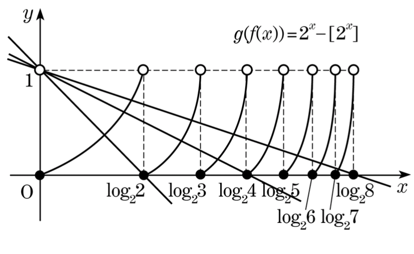
24번 해설

$A(2^{-k}, k)$, $B(2^k, k)$이므로 x좌표가 2^m(m은 정수)의 꼴인 점의 개수는

$-k$부터 k까지 정수의 개수이므로 $a_k = k-(-k)+1 = 2k+1$이다.

$$\sum_{k=1}^{15} a_k = \sum_{k=1}^{15}(2k+1) = 2\times\frac{15\times16}{2}+15 = 255$$

25번 해설



$n=1$일 때 $y=-\frac{1}{n}x+1$의 x절편이 $1=\log_2 2$이므로 교점의 개수는 $a_1=2$이다.

$n=2$일 때 $y=-\frac{1}{n}x+1$의 x절편이 $2=\log_2 2^2$이므로 교점의 개수 $a_2=2^2$이다.

$n=3$일 때 $y=-\frac{1}{n}x+1$의 x절편이 $3=\log_2 2^3$이므로 교점의 개수 $a_3=2^3$이다.