수1 단원평가

수열 [B1]

001.

등차수열

$$30,\ 30+\frac{1}{7},\ 30+\frac{2}{7},\ 30+\frac{3}{7},\ \cdots,\ 50$$

의 모든 항의 합은?[1)]

① 5560 ② 5600 ③ 5640
④ 5680 ⑤ 5720

002.

두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 제n항의 합이 100으로 항상 일정하다. 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면 $|d|=4$이고 제31항에서 처음으로 음수가 되는 항 -3을 갖는다. 이때 $|b_n|$의 최솟값을 구하여라.[2)]

003.

첫째항이 a이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여
$a_3 \neq 0$, $(a_2 + a_4)^2 = 16a_3$일 때, a의 값은?3)

① -8 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 8

004.

첫째항이 4이고 공비가 5인 등비수열에서 제21항은 n자리의 수이다. 이때, 자연수 n의 값은?4) (단, $\log 2 = 0.3010$으로 계산한다.)

① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

005.

첫째항이 22인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_n + a_{n+2}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

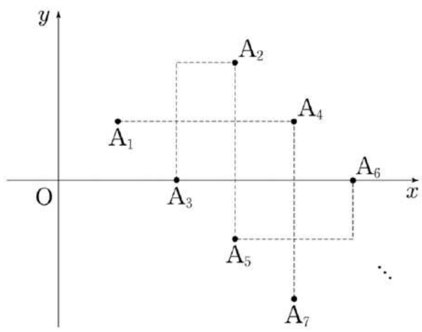
이라 하자. $a_{10} = b_{10}$일 때, b_8의 값은?5)

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

006.

자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
(나) n이 짝수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.
(다) n이 3 이상의 홀수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 -1 만큼, y축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점이다.



위의 규칙에 따라 정해진 점 A_k의 좌표가 $(7,\ -2)$이고 점 A_l의 좌표가 $(9,\ -7)$일 때, $k+l$의 값은?6)

① 27 ② 29 ③ 31
④ 33 ⑤ 35

007.

자연수의 집합에서 정의되는 두 함수 f와 g는

$$f(n+1)=f(n)+3,\ f(5)=23$$
$$g(n+1)=5g(n),\ g(1)=5$$

를 만족한다. $(f \circ g)(k)=383$일 때, $20k$의 값을 구하여라.7)
(단, $f \circ g$는 f와 g의 합성함수이다.)

008.

공차 d_1인 등차수열 $\{a_n\}$과 공차가 d_2인 등차수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 할 때, $S_n=2n^2+pn$, $T_n=qn^2-6n(n \geq 1)$이다. $d_1+2d_2=0$이고, $a_3=2b_3$일 때, 두 상수 p, q에 대하여 $p+q$의 값은?8)

① -33　② -30　③ -27
④ -24　⑤ -21

009.

등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{15} a_k = 105$, $\sum_{k=1}^{21} (-1)^k a_k = -13$을 만족시킬 때, a_{31}의 값은?9)

① 47　② 50　③ 53
④ 56　⑤ 59

010.

각 항이 복소수인 등비수열 $\{z_n\}$에 대하여

$$z_1 = 1, \quad z_2 = a + bi, \quad z_3 = a - bi$$

일 때, z_1부터 z_{100}까지의 항 중에서 실수인 것들의 합을 구하여라.10) (단, a, b는 실수, $b > 0$)

011.

수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 76$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 4 & (a_n \geq 33) \\ \frac{1}{4}a_n & (a_n < 33) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{14} a_n$의 값을 구하여라.11)

012.

수직선 위에 20개의 점의 좌표 $\mathrm{P}_1(a_1)$, $\mathrm{P}_2(a_2)$, $\cdots$, $\mathrm{P}_{20}(a_{20})$에 대하여 a_1, a_2, $\cdots$, a_{20}이 이 순서대로 공차가 d인 등차수열을 이룬다고 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?12) (단, $a_1 < a_2 < \cdots < a_{20}$)

ㄱ. $d = 2$일 때, $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_3} = 4$이다.
ㄴ. $a_1 = -8$, $\overline{\mathrm{P}_2\mathrm{P}_5} = 9$일 때, $a_{20} = 50$이다.
ㄷ. $a_1 = 2$, $a_{20} = 40$일 때, $a_{10} = 20$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄱ, ㄷ

013.

자연수 k에 대하여 $n=5^k$일 때, $f(n)$이

$$f(5n)=f(n)+3,\ f(5)=4$$

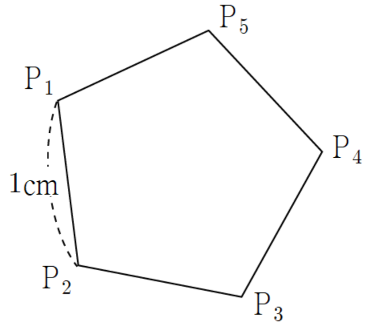
를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} f(5^k)$의 값을 구하여라.13)

014.

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $1\mathrm{cm}$인 정오각형 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3\mathrm{P}_4\mathrm{P}_5$가 있다. 꼭짓점 P_1에 있는 점 A는 다음과 같은 규칙에 따라 시계 반대 방향으로 변 위를 움직인다.

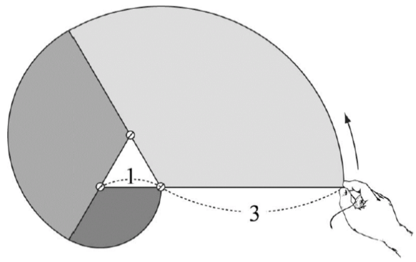
(가) 첫 번째에 점 A는 $1\mathrm{cm}$만큼 이동하여 꼭짓점 P_2에 도착한다.
(나) 점 A가 n번째에 꼭짓점 $\mathrm{P}_i(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$에 도착하면
$(n+1)$번째에는 P_i를 출발하여 $i\mathrm{cm}$만큼 이동한다.

점 A가 n번째에 도착한 꼭짓점이 P_i일 때, 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=i$라고 하면 $a_1=2,\ a_2=4$이다. 이때 $\sum_{k=1}^{150} a_k$의 값을 구하여라.14)



015.

한 변의 길이가 1인 정n각형의 꼭짓점에 못을 박아 놓는다. 실을 한 꼭짓점에 고정시켜 길이가 n이 되도록 잡고 한 변의 연장선 방향으로 팽팽하게 당긴 후 실의 끝의 이동거리가 최소가 되도록 정n각형의 둘레로 한 바퀴 돌릴 때, 실이 움직인 영역의 넓이를 S_n이라 하자. 예를 들어 S_3은 그림과 같이 정삼각형의 한 꼭짓점에 고정시킨 길이가 3이 되도록 실을 잡고 정삼각형 둘레로 한 바퀴 돌릴 때 실이 움직인 영역의 넓이를 나타낸다. 이 때, S_{20}의 값은?15) (단, 실과 못의 굵기는 고려하지 않는다.)



① $\frac{287}{2}\pi$　② $\frac{289}{2}\pi$　③ $\frac{291}{2}\pi$

④ $\frac{293}{2}\pi$　⑤ $\frac{295}{2}\pi$

016.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 2, 공비가 3인 등비수열이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = 4n \cdot 3^n$이다.

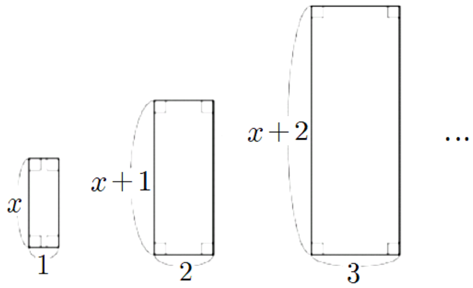
b_{10}의 값은?16)

① 22　② 32　③ 42

④ 52　⑤ 62

017.

그림과 같이 가로의 길이가 n, 세로의 길이가 $x+n-1$인 직사각형의 넓이를 각각 a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}이라 하자. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=880$일 때, x의 값을 구하여라.[17)]



018.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 다음 관계식이 성립한다.

$$2a_1+6a_2+12a_3+\cdots+n(n+1)a_n=n+1$$

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제100항까지의 합을 $\frac{q}{p}$라고 할 때, $p+q$의 값을 구하여라.[18)]
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

019.

수열 $\{a_n\}$을

$$a_n = 3^n - 10\left[\frac{3^n}{10}\right] \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{50} a_k$의 값을 구하여라.19)

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

020.

20개의 양수 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{20}은 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 a_{20} = 8$

(나) $\dfrac{\log_2 a_n + \log_2 a_{n+2}}{2} = \log_2 a_{n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 18)$

20개의 양수 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{20}을 모두 곱한 값을 P라 할 때, $\log_2 \mathrm{P}$의 값을 구하여라.20)

021.

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = 1,$$
$$a_{n+1} - a_n = (-1)^{n+1} \cdot n(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의될 때, a_{100}의 값은?21)

① -51　② -49　③ -47
④ 49　⑤ 51

022.

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 2$이고, $a_{n+1} = a_n + (-1)^n \dfrac{2n+1}{n(n+1)}(n \geq 1)$을 만족시킨다.

$a_{20} = \dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하여라.22) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

023.

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}+a_n=2n^2$을 만족시킨다.
$a_3+a_5=26$일 때, a_2의 값은?[23)]

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

024.

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=2,$$
$$(n+1)a_n=na_{n+1}-1\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하여라.[24)]

025.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때, $4S_n=5a_n-4n+3(n\geq 1)$을 만족시킨다.
다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> $4S_n=5a_n-4n+3$ ⋯ ㉠
> 에서 $n=1$일 때, $4S_1=5a_1-1$이므로 $a_1=1$이다.
> $4S_{n+1}=5a_{n+1}-4(n+1)+3$ ⋯ ㉡
> ㉡에서 ㉠을 뺀 식으로부터 $a_{n+1}=5a_n+\boxed{\text{(가)}}$이다. 수열 $\{a_n+1\}$이
> 등비수열이므로 일반항 a_n을 구하면 $a_n=\boxed{\text{(나)}}(n\geq 1)$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(4)$의 값은?[25)]

① 251 ② 253 ③ 255
④ 257 ⑤ 259

[수1 단원평가]

수열 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	1	03	③	04	③	05	④
06	①	07	60	08	①	09	③	10	34
11	658	12	⑤	13	175	14	376	15	①
16	③	17	10	18	503	19	252	20	30
21	⑤	22	39	23	②	24	155	25	②

8번 해설

$\{a_n\}$과 $\{b_n\}$은 등차수열이다.

$a_n = 4n + p - 2,\ b_n = 2qn - q - 6$

이고 $d_1 = 4,\ d_2 = 2q$이다.

14번 해설

$\{a_n\}: 2,\ 4,\ 3,\ 1,\ 2,\ 4,\ 3,\ 1,\ \cdots$

$\sum_{k=1}^{150} a_k = 37 \times (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1 + a_2) = 376$

15번 해설

도형의 규칙성을 찾아내자. 마음 비우고 $S_3,\ S_4$만 구해보면 금방 찾을 수 있다.

22번 해설

쭉. 대입해서 더하는 것보다 항을 계속 구해보는 것이 유리.

23번 해설

$a_{n+1} + a_n = 2n^2$에서

$n = 1$일 때, $a_2 + a_1 = 2 \times 1^2$이므로 $a_2 = 2 - a_1$이다.

$n = 2$일 때, $a_3 + a_2 = 2 \times 2^2$이므로 $a_3 = 8 - a_2 = 6 + a_1$이다.

$n = 3$일 때, $a_4 + a_3 = 2 \times 3^2$이므로 $a_4 = 18 - a_3 = 12 - a_1$이다.

$n = 4$일 때, $a_5 + a_4 = 2 \times 4^2$이므로 $a_5 = 32 - a_4 = 20 + a_1$이다.

$a_3 + a_5 = 26 + 2a_1 = 26$이므로 $a_1 = 0$이다. $a_2 = 2 - a_1 = 2$.

24번 해설

양변을 $n(n+1)$로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n} + \frac{1}{n(n+1)}$$

이다. $\frac{a_n}{n} = b_n$이라 하면, $b_1 = 2,\ b_{n+1} = b_n + \frac{1}{n(n+1)}$이다.