

수학1 단원평가

수열 [A2]



001.

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} (a_n)^2 + 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 3a_n - 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. a_4 의 값은?1)

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

002.

첫째항이 -12 , 공차가 $\frac{4}{7}$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 양수가 나오는 항은 제 몇 항인가?2)

- ① 제21항 ② 제22항 ③ 제23항
④ 제24항 ⑤ 제25항



003.

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 = 36$ 이고 $a_2 a_4 = 180$ 일 때,
 $a_n < 100$ 을 만족시키는 n 의 최댓값을 구하여라.³⁾

004.

공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_2 - 3| = |a_3 - 3|$ 일 때, a_5 의 값은?⁴⁾

- ① 15 ② 18 ③ 21
④ 24 ⑤ 27



005.

등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 = 20$, $a_{13} = 83$ 이고, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 243$ 일 때, n 의 값은?⁵⁾

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

006.

모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n : S_{3n} = 1 : 9$ 일 때, $a_2 = ka_1$ 이다. 상수 k 의 값은?⁶⁾

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9



007.

첫째항이 14, 공차가 -4 인 등차수열에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, S_n 의 최댓값은?)

- ① 32 ② 36 ③ 40
④ 44 ⑤ 48

008.

등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_3 = 0$

(나) $a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 6$

$a_n \geq 300$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 a , a_n 의 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n > 310$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.⁸⁾



009.

-3과 11 사이에 n 개의 수를 나열한 수열 $-3, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 11$ 이 등차수열을 이루고 그 합이 32일 때, 공차 d 와 항수 n 을 구하면?⁹⁾

- ① $d=2, n=4$ ② $d=2, n=5$ ③ $d=2, n=6$
④ $d=3, n=4$ ⑤ $d=3, n=6$

010.

두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항이 각각 $a_n = 3n - 32, b_n = -2n + 21$ 일 때, $(|a_1| + |a_2| + \dots + |a_{18}|) + (|b_1| + |b_2| + \dots + |b_{18}|)$ 의 값은?¹⁰⁾

- ① 401 ② 411 ③ 421
④ 431 ⑤ 441



011.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 3n$ 일 때, a_4 의 값은? ⁽¹¹⁾

- ① 8 ② 10 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

012.

2와 $\frac{2}{3}$ 사이에 두 수 a, b 를 넣어서 만든 4개의 수 2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 이 순서로 조화수열을

이룰 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은? ⁽¹²⁾

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3



013.

등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 + a_4 = 36$, $a_{10} : a_{11} = 3 : 1$ 일 때, $a_5 + a_6$ 의 값을 구하여라.¹³⁾

014.

각 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 = 96$, $a_6 = 12$ 일 때, 처음으로 1보다 작아지는 항은 제 몇 항인지 고르면?¹⁴⁾

- ① 제6항 ② 제7항 ③ 제8항
- ④ 제9항 ⑤ 제10항



015.

첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_9 - S_5}{S_6 - S_2} = 3 \text{ 일 때, } a_7 \text{의 값을 구하여라.}^{15)}$$

016.

두 자연수 a, b 에 대하여 $-2, a, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고

$a, 2\sqrt{15}, b$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.¹⁶⁾



017.

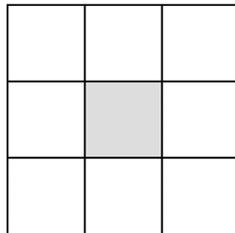
이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이 두 근 α, β 에 대하여 α, p, β 는 이 순서대로 등차수열을 이루고 α, q, β 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 다음 중 이차항의 계수가 1이고, p, q 를 두 근으로 하는 이차방정식은?¹⁷⁾ (단, q 는 양수)

- ① $x^2 - 5x + 3 = 0$ ② $x^2 + 5x - 3 = 0$ ③ $x^2 - 5x - 6 = 0$
- ④ $x^2 + 5x + 6 = 0$ ⑤ $x^2 - 5x + 6 = 0$

018.

한 변의 길이가 3인 정사각형이 있다. 첫 번째 시행에서 다음 그림과 같이 정사각형을 9등분하여 중앙의 정사각형을 버린다. 두 번째 시행에서는 첫 번째 시행의 결과로 남은 나머지 8개의 정사각형을 각각 9등분하여 중앙의 정사각형을 버린다. 이와 같은 시행을 10번 반복할 때, 남아 있는 도형의 넓이는 $\frac{2^p}{3^q}$ 이다. 이때 $p+q$ 의 값을 구하여라.¹⁸⁾

(단, p, q 는 자연수)





021.

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = n - 10 \left[\frac{n}{10} \right]$$

일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$ 의 값을 구하여라.²¹⁾

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

022.

수열

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$$

에서 $\frac{5}{8}$ 은 제 몇 항인지 구하여라.²²⁾



025.

다음은 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{i=1}^{2n-1} \{i + (n-1)^2\} = (n-1)^3 + n^3 \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n = 1$ 일 때, $1 + 0^2 = 0^3 + 1^3$ 이므로 (*)이 성립한다.

(2) $n = k$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하고,

$n = k+1$ 일 때 (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2k+1} (i + k^2) &= \sum_{i=1}^{2k-1} \{i + (k-1)^2\} + \sum_{i=1}^{2k-1} (2k-1) + \boxed{\text{(가)}} \\ &= \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

그러므로 $n = k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

따라서 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(k)$ 라 할 때, $\frac{g(4)}{f(4)}$ 의 값은?25)

① $\frac{23}{7}$

② $\frac{24}{7}$

③ $\frac{25}{7}$

④ $\frac{26}{7}$

⑤ $\frac{27}{7}$

[수열 단위평가]
수열 A2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	③	03	24	04	②	05	③
06	②	07	①	08	132	09	③	10	②
11	②	12	②	13	4	14	⑤	15	63
16	169	17	⑤	18	48	19	30	20	①
21	450	22	71	23	①	24	④	25	⑤

7번 해설

$$S_n = \frac{n\{2 \times 14 + (n-1) \times (-4)\}}{2} = -2(n-4)^2 + 32$$

10번 해설

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터 제10항까지 음수이고, 제11항부터 양수이다.

수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항부터 제10항까지 양수이고, 제11항부터 음수이다.

19번 해설

$$\log_2 a_k = \log_2 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 6 - k$$

$$\sum_{k=1}^{11} |\log a_k| = \sum_{k=1}^{11} |6 - k| = 30$$

※ 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{\log_p a_n\}$ 은 등차수열이다.

21번 해설

a_n 은 n 을 10으로 나눈 나머지, 즉, n 의 1의 자리수를 나타낸다.

$$a_1 = a_{11} = a_{21} = \dots = a_{91} = 1$$

$$a_2 = a_{12} = a_{22} = \dots = a_{92} = 2$$

⋮

$$a_{10} = a_{20} = a_{30} = \dots = a_{100} = 0$$

따라서 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100} = 10(1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 450$ 이다.

24번 해설

n 번의 시행 후 두 비커 A, B에 있는 물의 양을 각각 a_n, b_n 이라고 하면

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}a_n + b_n\right) = \frac{7}{9}a_n + \frac{1}{3}b_n$$

그런데 $a_n + b_n = 2$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{7}{9}a_n + \frac{1}{3}(2 - a_n) = \frac{4}{9}a_n + \frac{2}{3}$$

따라서 $p = \frac{4}{9}$, $q = \frac{2}{3}$ 이다.