

수학1 단원평가

삼각함수 [B2]



001.

$0 < \cos\theta < \sin\theta$ 일 때,

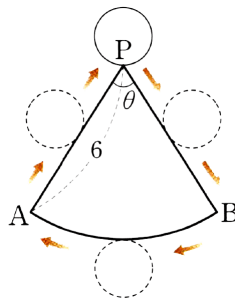
$$\sqrt{4-8\sin\theta\cos\theta} - \sqrt{4+8\sin\theta\cos\theta}$$

를 간단히 하면?¹⁾

- ① $-4\sin\theta$ ② $-4\cos\theta$ ③ 0
- ④ $4\cos\theta$ ⑤ $4\sin\theta$

002.

중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 PAB의 점 P에서 반지름의 길이가 1인 원이 부채꼴과 접하고 있다. 원을 부채꼴과 접하면서 세 바퀴 굴렸더니 점 P로 되돌아왔다. 이때 θ 의 값은?²⁾

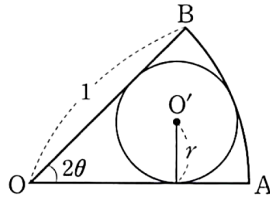


- ① $\pi - \frac{5}{2}$ ② $\pi - 2$ ③ $\pi - \frac{3}{2}$
- ④ $\frac{\pi}{2} - 1$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$



003.

그림과 같이 중심각의 크기가 2θ , 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB에 반지름의 길이가 r 인 원 O' 이 내접할 때, 다음 중 r 를 θ 에 대한 함수로 나타낸 것은?3) (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{1}{1 + \sin\theta}$ ② $\frac{1}{1 + 2\sin\theta}$ ③ $\frac{\sin\theta}{1 + \sin\theta}$
 ④ $\frac{\sin\theta}{1 + 2\sin\theta}$ ⑤ $\frac{\sin\theta}{1 + \sin 2\theta}$

004.

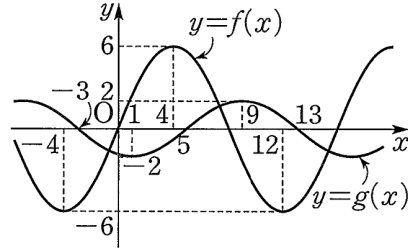
$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\frac{\sin\theta + 2\sin\theta\cos\theta}{1 + \cos\theta + \cos^2\theta - \sin^2\theta} = 2$ 일 때, $\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은?4)

- ① $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



005.

주기가 같은 두 삼각함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $g(x)=af(x-b)$ 이다. 이때 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?5) (단, $a > 0$, $-8 < b < 8$)



- ① 5
- ② $\frac{16}{3}$
- ③ $\frac{17}{3}$
- ④ 6
- ⑤ $\frac{19}{3}$

006.

$0 \leq x \leq \pi$ 일 때, $\tan x - \sin 2x = 0$ 의 모든 근의 합은?6)

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② π
- ③ $\frac{3}{2}\pi$
- ④ 2π
- ⑤ $\frac{5}{2}\pi$



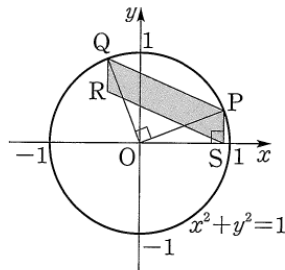
007.

부등식 $\cos^2\theta - 4\sin\theta \leq 2a$ 가 모든 실수 θ 에 대하여 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값은?7)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

008.

그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ 를 원점을 중심으로 시계바늘이 도는 반대 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 회전한 점을 Q 라 하자. 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 S 라 할 때, 사각형 $PQRS$ 가 평행사변형이 되도록 하는 점 R 의 좌표를 $(f(\theta), g(\theta))$, 평행사변형의 넓이를 $s(\theta)$ 라 하자. $\frac{s(\theta)}{f(\theta)g(\theta)} = -2$ 를 만족시키는 θ 에 대하여 $\tan\theta$ 의 값은?8) (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3



009.

함수 $f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+\pi) = f(x)$ 이다.

(나) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때, $f(x) = \sin 4x$

(다) $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ 일 때, $f(x) = -\sin 4x$

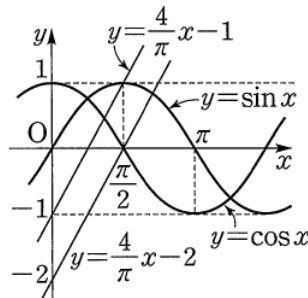
이때 함수 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{x}{\pi}$ 가 만나는 점의 개수는?9)

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

010.

그림은 두 함수 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 의 그래프와 두 직선 $y = \frac{4}{\pi}x - 1$, $y = \frac{4}{\pi}x - 2$ 이다.

세 방정식 $\sin x = \frac{4}{\pi}x - 2$, $\cos x = \frac{4}{\pi}x - 1$, $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{\pi}x - 1$ 의 실근을 각각 α , β , γ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?10)



- ㄱ. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3}{4}\pi$ ㄴ. $\beta < \frac{2 + \sqrt{2}}{8}\pi$ ㄷ. $\beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



011.

좌표평면 위의 점 $A(\pi, 1)$ 과 함수 $f(x) = \cos x$ 의 그래프 위의 점 P 에 대하여 선분 AP 의 중점을 Q 라 할 때, 점 Q 가 나타내는 그래프의 식을 $y = g(x)$ 라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (11)

- ㄱ. 함수 $g(x)$ 의 주기는 π 이다.
- ㄴ. 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 0이다.
- ㄷ. 부등식 $f(x)g(x) < 0$ 을 만족시키는 10 이하의 자연수 x 의 값의 합은 36이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

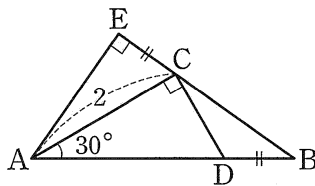
012.

아래의 그림에서

$$\overline{AC} = 2, \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\angle AEC = \angle ACD = 90^\circ$$

이고 $\overline{EC} = \overline{BD}$ 이다. 이때 \overline{BC} 의 값은? (12)

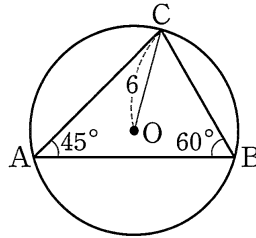


- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ 6



013.

그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 O 에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $A = 45^\circ$, $B = 60^\circ$ 일 때, 변 AB 의 길이는?¹³⁾



- ① $3(1 + \sqrt{3})$ ② $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})$ ③ $3(\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- ④ $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ⑤ $3\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$

014.

x 에 대한 이차방정식 $ax^2 - 4\sqrt{b}x \sin(B+C) + 4\sin^2 A = 0$ 이 중근을 가질 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?¹⁴⁾

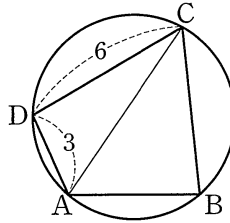
- ① $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ② $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형
- ③ $a = b$ 인 이등변삼각형 ④ $a = c$ 인 이등변삼각형
- ⑤ 정삼각형



015.

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AD}=3$, $\overline{CD}=6$ 이다.

$\cos B = \frac{1}{9}$ 일 때, \overline{AC} 의 값은?15)



- ① $4\sqrt{3}$ ② 7 ③ $5\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{51}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

016.

삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $5a^2 = 5b^2 + 6bc + 5c^2$ 이 성립할 때, $\tan A$ 의 값은?16)

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{3}$



017.

삼각형의 세 변의 길이가 각각 7, 8, 9일 때, 이 삼각형의 외접원의 넓이는?17)

- ① $\frac{437}{20}\pi$ ② $\frac{439}{20}\pi$ ③ $\frac{441}{20}\pi$
- ④ $\frac{439}{10}\pi$ ⑤ $\frac{441}{10}\pi$

018.

삼각형 ABC가 $b^2 \tan A = a^2 \tan B$ 를 만족시킬 때, $\triangle ABC$ 의 모양이 될 수 있는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?18)

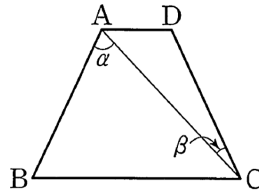
- ㄱ. $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ㄴ. $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ㄷ. $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ㄹ. $a = b$ 인 이등변삼각형
- ㅁ. $b = c$ 인 이등변삼각형

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄹ ③ ㄴ, ㅁ
- ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㅁ



019.

그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = 3\overline{AD}$ 이다. $\angle BAC = \alpha$, $\angle ACD = \beta$ 라 할 때,
 다음 중 $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ 의 값과 같은 것은?19)



- | | | |
|---|--|--|
| ① $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$ | ② $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}$ | ③ $\frac{3\overline{CD}}{\overline{AB}}$ |
| ④ $\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ | ⑤ $\frac{3\overline{CD}}{\overline{AC}}$ | |

020.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 두 함수 $y = a \sin 3x$, $y = 2 \cos 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 함수 $y = a \sin 3x$ 의 그래프 위의 임의의 점 P 에 대하여 삼각형 ABP 의 넓이의 최댓값이 $\frac{1}{3}$ 일 때, 양수 a 의 값은?20)

- | | | |
|-------------------|-------------------|-----|
| ① $\frac{4}{\pi}$ | ② $\frac{8}{\pi}$ | ③ 4 |
| ④ 8 | ⑤ 12 | |



021.

반지름의 길이가 10이고 넓이가 π 인 부채꼴의 중심각의 크기를 θ 라 할 때,
 $|\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \dots + \cos 50\theta|$ 의 값을 구하여라.²¹⁾

022.

이차함수 $f(x) = x^2 + x \cos\theta + \sin\theta - 1$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가
모두 -1 보다 크고 1 보다 작게 되도록 하는 θ 의 값의 범위는 $p < \theta < q$ 이다.

$\frac{16}{\pi^2}pq$ 의 값을 구하면?²²⁾ (단, $0 \leq \theta < 2\pi$)



023.

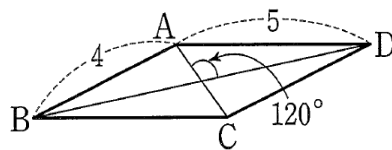
원점 O 와 점 $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 을 이은 선분 AB 를 8등분 하는 점을 x 좌표가 작은 것부터 차례대로 A_1, A_2, \dots, A_7 이라 하자. 점 A_k 를 지나고 x 축에 수직인 직선과 함수 $y = \sqrt{2} \sin x$ 의 그래프의 교점을 B_k 라 할 때,

$$\overline{A_1B_1}^2 + \overline{A_2B_2}^2 + \overline{A_3B_3}^2 + \dots + \overline{A_7B_7}^2$$

의 값을 구하여라.²³⁾ (단, $k = 1, 2, 3, \dots, 7$)

024.

그림과 같이 이웃하는 두 변의 길이가 각각 4, 5인 평행사변형 $ABCD$ 의 두 대각선이 이루는 각의 크기가 120° 일 때, 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이가 $\frac{p\sqrt{3}}{q}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?²⁴⁾ (단, p, q 는 서로소인 두 자연수이다.)





025.

방정식 $2\sin^2 x + \cos x = a$ 가 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m = \frac{q}{p}$ 이다. 서로소인 두 자연수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하여라.²⁵⁾

[수학1 단원평가]
삼각함수 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	②	03	③	04	③	05	②
06	④	07	⑤	08	①	09	⑤	10	⑤
11	④	12	②	13	⑤	14	③	15	②
16	①	17	③	18	④	19	③	20	②
21	1	22	3	23	7	24	11	25	17

10번 해설

ㄴ. $\cos\beta < \cos\frac{\pi}{4}$ 이므로 $\frac{4}{\pi}\beta - 1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

ㄷ. $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{\pi}x - 1$ 에서 $-\sin x = \frac{4}{\pi}x - 1$

즉 γ 는 방정식 $\sin x = -\frac{4}{\pi}x + 1$ 의 실근이다.

이때 두 직선 $y = \frac{4}{\pi}x - 1$, $y = -\frac{4}{\pi}x + 1$ 은 직선 $x = \frac{\pi}{4}$ 에 대하여 대칭이고,

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 두 곡선 $y = \cos x$, $y = \sin x$ 도 직선 $x = \frac{\pi}{4}$ 에 대하여 대칭이므로

두 점 $(\beta, 0)$, $(\gamma, 0)$ 은 직선 $x = \frac{\pi}{4}$ 에 대하여 대칭이다. 따라서 $\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\pi}{4}$ 이므로 $\beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ 이다.

12번 해설

$\angle EAC = 90^\circ - \angle ACE = \angle BCD$ 이며,

$\angle EAC = \theta$ 라 하면 $\overline{EC} = 2\sin\theta$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{EC} = 2\sin\theta$ 이다.

$\triangle BCD$ 에서 사인법칙에 의하여 $\frac{\overline{BC}}{\sin(\angle BDC)} = \frac{\overline{BD}}{\sin(\angle BCD)}$ 이므로 $\overline{BC} = \sqrt{3}$ 이다.

23번 해설

$$\overline{A_1B_1} = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{7}{16}\pi \right) = \sqrt{2} \cos \frac{7}{16}\pi,$$

$$\overline{A_2B_2} = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{8}\pi \right) = \sqrt{2} \cos \frac{3}{8}\pi,$$

$$\overline{A_3B_3} = \sqrt{2} \sin \frac{3}{16}\pi = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{5}{16}\pi \right) = \sqrt{2} \cos \frac{5}{16}\pi$$

이므로

$$\begin{aligned} & \overline{A_1B_1}^2 + \overline{A_2B_2}^2 + \overline{A_3B_3}^2 + \dots + \overline{A_7B_7}^2 \\ &= 2 \left(\cos^2 \frac{7}{16}\pi + \sin^2 \frac{7}{16}\pi \right) + 2 \left(\cos^2 \frac{3}{8}\pi + \sin^2 \frac{3}{8}\pi \right) + 2 \left(\cos^2 \frac{5}{16}\pi + \sin^2 \frac{5}{16}\pi \right) + 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \\ &= 2 + 2 + 2 + 1 = 7 \end{aligned}$$

24번 해설

평행사변형 ABCD의 대각선 AC와 BD의 교점을 O라 하자.

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AC} = 2a$, $\overline{BD} = 2b$ 라 하면 두 삼각형 ABO, AOD에서 코사인법칙에 의하여

$$4^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ, \quad 5^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ$$

이다. 연립하여 풀면 $ab = \frac{9}{2}$ 이고, ABCD의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2a \times 2b \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ 이다.