수학1 단원평가

삼각함수 [B1]

001.

$1 \le n \le 100$인 자연수 n에 대하여 크기가 $360^\circ \times n + (-1)^n \times 90^\circ \times (n+1)$인 각을 나타낸 동경을 OP_n이라 하자. 동경 OP_3, OP_4, $\cdots$, OP_{100} 중에서 동경 OP_2와 같은 위치에 있는 동경 OP_n의 개수를 구하여라.[1] (단, O는 원점이다.)

002.

중심이 O인 부채꼴 OAB와 부채꼴 OCD는 다음의 두 조건 (가), (나)를 모두 만족한다.

(가) 부채꼴 OAB는 반지름이 2이고 둘레는 7이다.
(나) 부채꼴 OCD는 반지름이 4이고 중심각은 부채꼴 OAB의 두 배다.

이 때, 부채꼴 OCD의 넓이는?[2]

① 16 ② 24 ③ 32
④ 40 ⑤ 48

003.

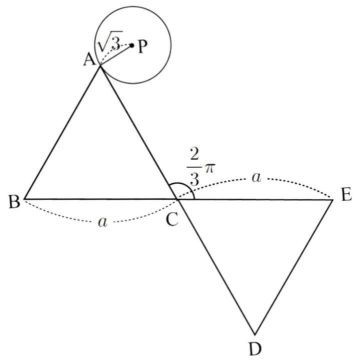
부등식 $(a^2+b^2)x+2>16x+a$가 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하도록 실수 a, b를 정할 때, 점 $(a,\ b)$가 그리는 도형의 길이는?3)

① $\frac{16}{3}\pi$　② $\frac{17}{3}\pi$　③ 6π

④ $\frac{19}{3}\pi$　⑤ $\frac{20}{3}\pi$

004.

그림과 같이 $\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{CDE}$는 한 변의 길이가 a인 정삼각형이고, $\angle\mathrm{ACE}=\frac{2}{3}\pi$이다. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원 P가 $\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{CDE}$의 둘레를 외접하면서 시계 방향으로 한 바퀴 돌아 처음 출발한 자리로 왔을 때, 원 P의 중심이 움직인 거리가 $23+\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$이다. a의 값은?4)

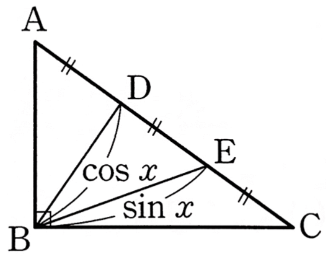


① 4　② $\frac{9}{2}$　③ 5

④ $\frac{11}{2}$　⑤ 6

005.

다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}$의 삼등분점이 D, E이다. $\overline{BD} = \cos x$, $\overline{BE} = \sin x$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?5)

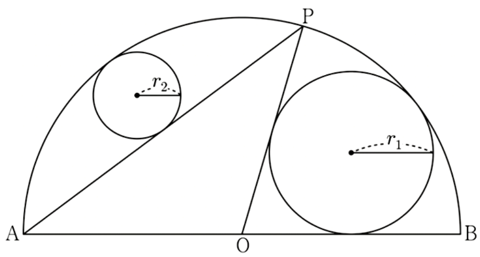


① $\frac{\sqrt{5}}{5}$　② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{5}$

006.

그림과 같이 길이가 2인 $\overline{AB}$를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위에 점 P를 $\cos(\angle BAP) = \frac{4}{5}$가 되도록 잡는다. 부채꼴 OBP에 내접하는 원의 반지름의 길이가 r_1, 호 AP를 이등분하는 점과 $\overline{AP}$의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이가 r_2일 때, $r_1 r_2$의 값은?6)



① $\frac{3}{40}$　② $\frac{1}{10}$　③ $\frac{1}{8}$

④ $\frac{3}{20}$　⑤ $\frac{7}{40}$

007.

$\left(\dfrac{1}{\cos^2 1^\circ}+\dfrac{1}{\cos^2 2^\circ}+\cdots+\dfrac{1}{\cos^2 44^\circ}\right)-\left(\tan^2 1^\circ+\tan^2 2^\circ+\cdots+\tan^2 45^\circ\right)$의 값을 구하여라.[7)]

008.

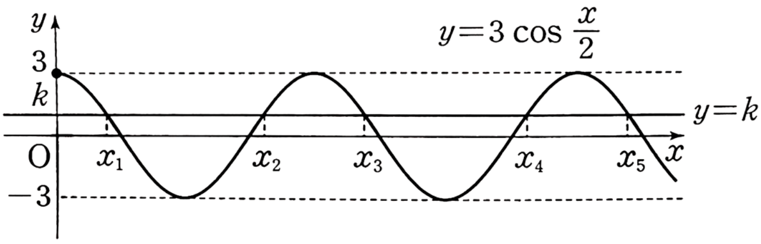
이차방정식 $3x^2-2\sqrt{3}x+k=0$의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$일 때,

x^2의 계수가 1이고 $\tan\theta$, $\dfrac{1}{\tan\theta}$을 두 근으로 하는 이차방정식은?[8)] (단, k는 상수이다.)

① $x^2-6x+1=0$ ② $x^2-6x+2=0$ ③ $x^2-5x+7=0$
④ $x^2-5x+1=0$ ⑤ $x^2-6x+7=0$

009.

그림과 같이 $x \geq 0$에서 정의된 함수 $y = 3\cos\frac{x}{2}$의 그래프와 직선 $y = k(0 < k < 3)$가 만나는 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 x_1. x_2, x_3, $\cdots$라 하자. $x_9 + x_{10} = a\pi$일 때, a의 값을 구하여라.[9)]



010.

실수 a에 대하여 $0 \leq x \leq 2$에서 x에 대한 방정식

$$3\sin(2\pi x) - a = 0$$

의 실근의 개수를 $f(a)$라 하자. 집합 $A = \{f(a) | a\text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합은?[10)]

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

011.

두 함수 $f(\theta)$와 $g(\theta)$가 $f(\theta)=\dfrac{\sin(\pi+\theta)}{1+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)}$, $g(\theta)=\dfrac{\cos(\pi+\theta)}{1+\cos\left(\dfrac{3}{2}\pi-\theta\right)}$일 때,

$f(\theta)f(-\theta)g(\theta)g(-\theta)$를 간단히 하면?[11)]

① $-\dfrac{1}{\tan^2\theta}$　② $-\tan^2\theta$　③ $\dfrac{\tan^2\theta}{2}$

④ $\tan^2\theta$　⑤ $\dfrac{1}{\tan^2\theta}$

012.

양의 상수 a에 대하여 곡선

$$f(x)=a\sin\frac{x+\pi}{3}\ (0\le x\le 6\pi)$$

와 직선 $y=-\dfrac{a}{2}$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값이 6π일 때, a의 값을 구하여라.[12)]

013.

a, b는 양수이고 $\alpha+\beta+\gamma=\pi$이다. $a^2+b^2=3ab\cos\gamma$일 때,
$9\sin^2(\pi+\alpha+\beta)+9\cos\gamma$의 최댓값은?[13)]

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

014.

$0<\theta<\frac{\pi}{2}$일 때, $\log(\sin\theta)-\log(\cos\theta)=-\frac{1}{2}\log 3$을 만족시키는 θ에 대하여 $\frac{18\theta}{\pi}$의 값을 구하여라.[14)]

015.

θ가 $\left\{\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+1\right\}^2=2\sin(2\pi-\theta)\cos(\pi-\theta)+1$을 만족할 때, $-64\sin\theta\cos\theta$의 값을 구하여라.15)

016.

$0\le x\le\pi$일 때, 2 이상의 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=\sin x$와 $y=\sin(nx)$의 교점의 개수를 a_n이라 하자. a_3+a_5의 값을 구하여라.16)

017.

방정식 $\sin^2\theta - \cos\theta - a + 1 = 0$을 만족하는 θ의 값이 존재하기 위한 실수 a의 값의 범위는?[17)]
(단, $0 \le \theta < 2\pi$)

① $0 < a < \frac{3}{2}$ ② $0 \le a < \frac{3}{2}$ ③ $0 < a \le \frac{5}{2}$
④ $0 \le a \le \frac{9}{4}$ ⑤ $0 < a < \frac{9}{4}$

018.

방정식 $\cos kx = \frac{1}{2}$의 모든 실근의 합을 $f(k)$라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)$의 값은?[18)]
(단, $0 \le x < 2\pi$)

① 4π ② 6π ③ 8π
④ 10π ⑤ 12π

019.

$0 \le x \le \frac{\pi}{2}$에서 함수 $f(x)$가 $f(x)=\dfrac{\cos^2 x+\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$일 때,

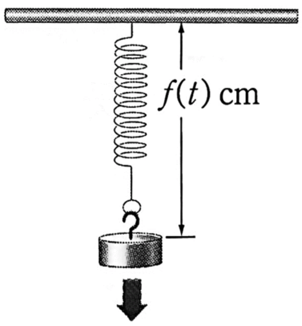
함수 $f(x)$의 최솟값과 $f(x)$가 최소가 될 때의 x값의 곱은?19)

① $\sqrt{2}\pi$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$

④ $\sqrt{3}\pi$　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5}\pi$

020.

막대에 고정된 용수철에 추를 매달아 놓으면 다음 그림과 같이 평형을 이루는 상태가 된다. 이 추를 아래로 당겼다가 놓으면 용수철은 일정한 주기로 위, 아래로 움직이는 운동을 하게 된다. 평형을 이루는 상태에서 추를 아래로 4cm만큼 당겼다가 놓을 때, 시각 t초에서의 막대로부터 추까지의 거리를 $f(t)$cm라 하면 $f(t)=20+4\cos\frac{\pi}{2}t$ (단, $0 \le t \le 4$)가 성립한다. 막대로부터 추까지의 거리가 18cm가 되는 시각은?20)

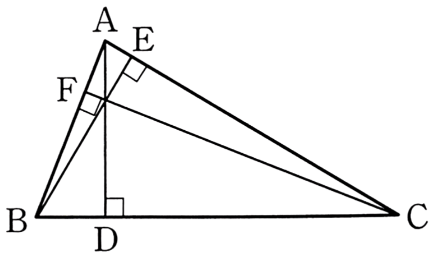


① $\frac{2}{3}$초 또는 $\frac{4}{3}$초　② $\frac{4}{3}$초 또는 2초　③ $\frac{4}{3}$초 또는 $\frac{8}{3}$초

④ 2초 또는 $\frac{10}{3}$초　⑤ $\frac{8}{3}$초 또는 $\frac{10}{3}$초

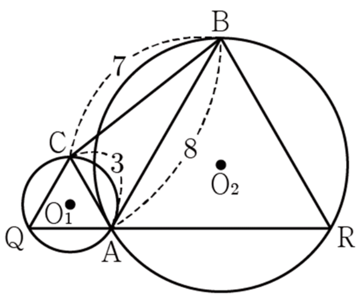
021.

그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 꼭짓점 A, B, C에서 각 꼭짓점의 마주보는 변 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자. $\overline{AD}:\overline{BE}:\overline{CF}=3:4:6$일 때, $\frac{2(\sin A+\sin B)}{\sin C}$의 값을 구하여라.[21)]



022.

$\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=7$, $\overline{CA}=3$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정삼각형 ACQ와 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정삼각형 ABR를 다음 그림과 같이 그린다. 두 정삼각형 ACQ, ABR의 외접원의 중심을 각각 O_1, O_2라 할 때, $\overline{O_1O_2}^2$의 값은?[22)]



① $\frac{70}{3}$ ② $\frac{79}{3}$ ③ $\frac{88}{3}$

④ $\frac{97}{3}$ ⑤ $\frac{106}{3}$

023.

$\triangle$ABC가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인가?[23)]

(가) $\sin A = \sin C \cos B$
(나) $a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}\,bc$

① $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
② $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

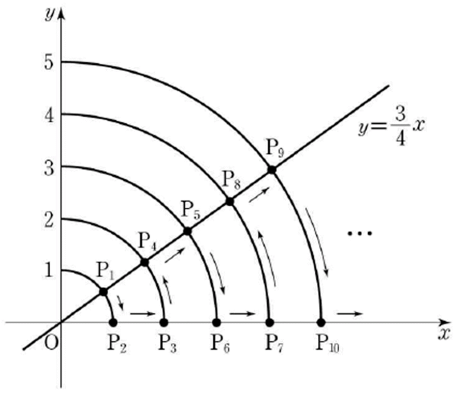
024.

원점 O와 점 $A\left(\frac{3}{2}\pi,\ 0\right)$을 이은 선분 OA를 12등분하는 점을 차례대로 A_1, A_2, $\cdots$, A_{11}이라 하자. 점 A_k를 지나고 x축에 수직인 직선과 함수 $y = \sin x$의 그래프의 교점을 B_k라 할 때, $\overline{A_1B_1}^2 + \overline{A_2B_2}^2 + \overline{A_3B_3}^2 + \cdots + \overline{A_{11}B_{11}}^2$의 값은?[24)] (단, $k = 1,\ 2,\ \cdots,\ 11$)

① $\frac{9}{2}$
② $\frac{11}{2}$
③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{15}{2}$
⑤ $\frac{17}{2}$

025.

다음 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y=\frac{3}{4}x$, $y=0$과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1부터 시작하여 화살표 방향을 따라 P_2, P_3, P_4, $\cdots$으로 나타낸 것이다. 점 P_{25}의 x좌표는?25)



① $\frac{52}{5}$　② 11　③ $\frac{56}{5}$

④ 12　⑤ $\frac{64}{5}$

[수학1 단원평가]

삼각함수 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	24	02	②	03	①	04	②	05	③
06	①	07	43	08	①	09	36	10	①
11	②	12	4	13	③	14	3	15	24
16	9	17	④	18	⑤	19	②	20	③
21	7	22	④	23	⑤	24	②	25	①

5번 해설

점 D, E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하고, $\overline{AB}=3a$, $\overline{BC}=3b$라고 하면
$\triangle$DBF에서 $\cos^2 x=(2a)^2+b^2$, $\triangle$EBG에서 $\sin^2 x=a^2+(2b)^2$이다.

12번 해설

$A-B=x\sin y+y\sin x-(x\cos x+y\cos y)=x(\sin y-\cos x)+y(\sin x-\cos y)$

$0<x<\frac{\pi}{4}$, $0<y<\frac{\pi}{4}$인 모든 x, $y(x\neq y)$에 대하여 $\sin y<\cos x$, $\sin x<\cos y$

이므로 $x(\sin y-\cos x)+y(\sin x-\cos y)<0$이다. 따라서 $A-B<0$이다.

13번 해설

$\alpha+\beta+\gamma=\pi$이므로 $9\sin^2(\pi+\alpha+\beta)+9\cos\gamma=9\sin^2(\pi+\pi-\gamma)+9\cos\gamma=-9\left\{\left(\cos\gamma-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}\right\}$이다.

한편, $a^2+b^2=3ab\cos\gamma$이므로 $\cos\gamma=\frac{a^2+b^2}{3ab}=\frac{1}{3}\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq\frac{2}{3}$이다. (산술기하)

최댓값은 $\cos\gamma=\frac{2}{3}$일 때 $-9\left\{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}\right\}=11$이다.

21번 해설

$$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c=\frac{2S}{3k}:\frac{2S}{4k}:\frac{2S}{6k}=4:3:2$$

이다. 양수 l에 대하여 $\sin A=4l$, $\sin B=3l$, $\sin C=2l$로 놓고 대입.

22번 해설

$\frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ}=2R_1$에서 $R_1=\sqrt{3}$, $\frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ}=2R_2$에서 $R_2=\frac{8\sqrt{3}}{3}$이다.

$\triangle$ABC에서 코사인법칙을 치면 $\angle A=60^\circ$이다. 따라서 $\angle O_1AO_2=120^\circ$이므로

$\triangle O_1AO_2$에서 코사인법칙을 치면 $\overline{O_1O_2}^2=\frac{97}{3}$이다.