확률과 통계 단원평가

통계 [B1]

001.

확률변수 X가 0, 2, 4의 값을 취하고 확률분포가 다음 표와 같을 때, $\mathrm{P}(X \geq 2)$는?[1)]

X	0	2	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{3}a$	$\frac{1}{6}$	$1-a$	1

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

002.

정원이 40명인 두 학급 A, B에서 100점 만점의 시험을 실시하였더니 두 학급의 평균은 모두 30점이었고, A, B학급의 표준편차는 각각 10점, 15점이었다. A학급 학생의 점수에는 모두 30점씩 더해주고, B학급 학생의 점수는 모두 2배씩 해주었을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[2)]

ㄱ. A, B학급의 평균은 모두 60점이 된다.
ㄴ. A학급의 표준편차는 40점이 된다.
ㄷ. B학급의 표준편차는 30점이 된다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

003.

확률변수 X에 대하여 $\mathrm{E}(X)=5$, $\sigma(-2-\sqrt{3}X)=6$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하여라.[3)]

004.

발아율이 50%로 일정한 어떤 씨앗이 있다. 이 씨앗 100개를 심을 때, 발아하는 씨앗의 개수 X의 평균과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?[4)]

① 25, 5 ② 25, 50 ③ 50, 25
④ 50, 5 ⑤ 50, 50

005.

빨간 공 2개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 1개를 꺼내어 보고 다시 넣는 시행을 5번 반복하여 빨간 공이 나올 때마다 100원, 파란 공이 나올 때마다 200원씩 받는다. 이때 받는 금액의 기댓값은?[5)]

① 500원　② 600원　③ 700원
④ 800원　⑤ 900원

006.

이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르는 확률변수 X에 대하여 n이 일정할 때, X의 표준편차가 최대가 되도록 하는 p의 값은?[6)]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{3}{4}$

007.

확률변수 X의 확률분포를 나타낸 표가 다음과 같다.

X	0	1	$\cdots$	n	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	${}_n\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{4}\right)^n$	${}_n\mathrm{C}_1\left(\frac{3}{4}\right)^1\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$	$\cdots$	${}_n\mathrm{C}_n\left(\frac{3}{4}\right)^n$	1

확률변수 $\frac{1}{2}X+a$의 평균이 20, 분산이 3일 때, 상수 n, a에 대하여 $n+a$의 값을 구하여라.7)

008.

다음 세 수 A, B, C에 대하여 $A+B+C$의 값을 구하여라.8)

$$A=\sum_{r=0}^{48} {}_{48}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{4}\right)^r\left(\frac{3}{4}\right)^{48-r}$$

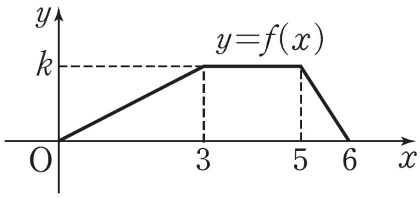
$$B=\sum_{r=0}^{48} r\cdot {}_{48}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{4}\right)^r\left(\frac{3}{4}\right)^{48-r}$$

$$C=\sum_{r=0}^{48} r^2\cdot {}_{48}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{4}\right)^r\left(\frac{3}{4}\right)^{48-r}$$

009.

확률변수 X가 취하는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 6$이고, 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\mathrm{P}(2 \leq X \leq 6)=\dfrac{q}{p}$이다, $p+q$의 값을 구하여라.[9]

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



010.

정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 10^2)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 확률변수 Y가 $Y=2X-1$일 때, $\mathrm{P}(Y \leq 89)$를 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[10]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332

① 0.1915 ② 0.3085 ③ 0.3830
④ 0.6085 ⑤ 0.8830

011.

100명을 모집하는 어느 회사의 입사 시험에 500명이 응시하였다. 응시자의 시험 성적이 평균이 250점, 표준편차가 50점인 정규분포를 따른다고 할 때, 합격하기 위한 최저 점수를 구하면?[11] (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.84) = 0.3$이다.)

① 255점　② 276점　③ 292점
④ 314점　⑤ 333점

012.

다음은 우찬이의 수학, 영어, 음악 점수와 우찬이네 반 전체 학생의 평균, 표준편차를 나타낸 표이다.

과목	점수(점)	평균(점)	표준편차(점)
수학	78	70	4
영어	82	79	5
음악	76	71	6

세 과목의 점수는 각각 정규분포를 따른다고 할 때, 우찬이가 다른 학생들에 비해 상대적으로 우수한 과목부터 차례대로 나열한 것은?[12]

① 수학, 영어, 음악　② 수학, 음악, 영어　③ 영어, 수학, 음악
④ 영어, 음악, 수학　⑤ 음악, 수학, 영어

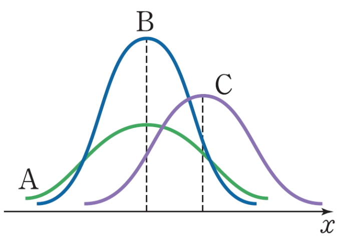
013.

슛블록 성공률이 20%인 농구 선수가 100번의 슛블록을 시도했을 때, 성공한 횟수가 k번 이하일 확률이 0.16이라 한다. 이때 표준정규분포표를 이용하여 상수 k의 값을 구하여라.[13)]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

014.

세 고등학교 A, B, C의 3학년 학생들이 모의고사를 치른 결과 수학 성적이 그림과 같은 정규분포를 이루었다. 세 고등학교의 3학년 재학생의 수가 같을 때, 다음 설명 중 옳은 것은?[14)] (단, A고등학교와 B고등학교 학생들의 수학 성적의 평균은 같다.)



① 수학 성적이 우수한 학생들은 B고등학교에 가장 많다.
② A고등학교 학생들이 B고등학교 학생들보다 수학 성적이 우수하다.
③ B고등학교 학생들이 C고등학교 학생들보다 수학 성적이 우수하다.
④ A고등학교 학생들이 B고등학교 학생들보다 수학 성적이 더 고르다.
⑤ B고등학교 학생들이 C고등학교 학생들보다 수학 성적이 더 고르다.

015.

한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오면 40원을 얻고, 짝수의 눈이 나오면 10원을 잃는 게임을 100번 했을 때, 받은 금액이 1000원 이상일 확률을 정규분포표를 이용하여 구하면?15)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.8413　② 0.9104　③ 0.9332
④ 0.9542　⑤ 0.9772

016.

어느 토끼농장에서 새로운 사료를 개발하여 토끼의 체중에 미치는 영향을 연구하고 있다. 이 농장의 토끼 중 100마리를 임의로 추출하여 조사하였더니 체중의 증가량의 평균은 2.57kg이고 표준편차는 0.35kg이었다. 이 농장 전체 토끼의 체중의 증가량의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$이다. $100(a+b)$의 값을 구하여라.16)
(단, 토끼의 체중의 증가량은 정규분포를 따르고 $\mathrm{P}(|Z| \le 2) = 0.95$로 계산한다.)

017.

어느 병원에서 태어난 신생아의 몸무게는 표준편차가 0.4kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원에서 n명의 신생아를 임의추출하여 신뢰도 95%로 모평균을 추정할 때, 모평균과 표본평균의 차가 0.05kg 이하가 되도록 하는 표본의 크기 n의 최솟값은?[17)]

(단, $\mathrm{P}(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$)

① 224 ② 230 ③ 235
④ 240 ⑤ 246

018.

어느 공장에서 생산되는 제품의 무게는 평균이 30g, 표준편차가 5g인 정규분포를 따르고, 무게가 40g 이상인 제품은 불량품으로 판정한다고 한다. 이 제품 중에서 2500개를 임의추출할 때, 불량품이 57개 이상일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[18)]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① 0.31 ② 0.23 ③ 0.16
④ 0.07 ⑤ 0.05

019.

1, 2, a의 숫자가 각각 적힌 3개의 공이 들어 있는 주머니에서 복원추출로 세 개의 공을 임의추출한다고 하자. 세 개의 공에 적힌 숫자의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X})=2$이다.
이때, $\mathrm{P}(\overline{X} \leq 2)$의 값은?[19)]

① $\frac{16}{27}$　② $\frac{17}{27}$　③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{19}{27}$　⑤ $\frac{20}{27}$

020.

확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=k)=\log_3 p_k\ (k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7)$$

이고, p_1, p_2, p_3 ,p_4, p_5, p_6, p_7이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,
$\mathrm{P}(X=4)$를 구하여라.[20)]

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{2}{7}$　③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{4}{7}$　⑤ $\frac{5}{7}$

021.

100원짜리 동전을 던지는 시행을 400회 반복할 때, 동전의 앞면이 나오는 횟수가 185회 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구하여라.[21]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

① 0.07 ② 0.05 ③ 0.03
④ 0.02 ⑤ 0.01

022.

정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 모평균 m을 신뢰도 95%로 추정하려고 한다. 모평균 m과 표본평균 $\overline{X}$의 차가 모표준편차의 $\frac{1}{5}$ 이하가 되기 위한 표본의 크기 n의 최솟값을 구하여라.[22] (단, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$)

023.

한 개의 주사위를 120회 던져서 홀수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}\left((X-a)^2\right)$의 최솟값을 구하여라.[23)]

024.

모평균이 m, 모표준편차가 1인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 k인 표본을 임의추출 할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $f(m)=\mathrm{P}\left(\overline{X} \le 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{k}}\right)$이라 하자. $\overline{X}$의 평균과 분산을 각각 $\mathrm{E}(\overline{X})$, $\mathrm{V}(\overline{X})$라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[24)] (단, k는 상수이고 Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.4750$으로 계산한다.)

ㄱ. $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{k}$

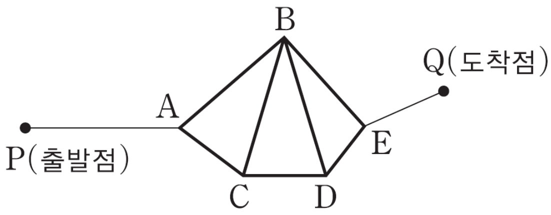
ㄴ. $f(0)=0.9750$

ㄷ. 양수 m에 대하여 m이 증가할 때, $f(m)$은 증가한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

025.

다음 그림과 같이 어느 지역의 5개의 관광지 A, B, C, D, E를 연결하는 도로망이 있다.



어느 여행사에서는 P지점을 출발하여 A, B, C, D, E 5개 관광지를 모두 방문하거나 일부 관광지만을 방문하면서, 한 번 방문한 관광지는 다시 지나지 않고 Q지점에 도착하는 7가지 종류의 관광코스를 만들었다. 그리고 한 관광지를 방문할 때마다 14000원씩 요금을 부과하여 각 관광코스별 관광요금을 결정하였다. 예를 들면 $P \to A \to B \to E \to Q$ 관광코스의 요금은 3×14000원이다. 한 관광객이 임의로 7가지의 관광코스 중 어느 하나를 선택하였을 때, 관광코스의 요금을 확률변수 X라 하자. 이때 확률변수 $\frac{X}{1000}$의 평균을 구하여라.[25) (단, 방문 순서가 다르면 다른 관광코스이고, 지나는 길에 있는 관광지는 꼭 방문한다.)

[확률과 통계 단원평가]

통계 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	⑤	03	37	04	④	05	④
06	③	07	60	08	166	09	11	10	②
11	③	12	②	13	16	14	⑤	15	⑤
16	514	17	⑤	18	③	19	②	20	①
21	①	22	97	23	30	24	③	25	60

15번 해설

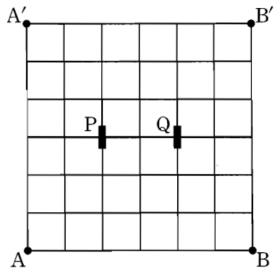
점 P가 원점을 출발하여 4번 ‘이동’을 시행했을 때, 점 A에 도달하려면
길이가 1인 $\uparrow$, $\rightarrow$, $\leftarrow$ 또는 길이가 $\sqrt{2}$인 $\nearrow$, $\nwarrow$을 사용하여야 하고,
대각선($\nearrow$, $\nwarrow$) 사용 횟수에 따라 케이스를 나누면 다음과 같다.

(Case1) $\rightarrow$, $\uparrow$, $\uparrow$, $\uparrow$를 사용하는 경우 : $\dfrac{4!}{3!}=4$(가지)

(Case2) $\nearrow$, $\nearrow$, $\uparrow$, $\leftarrow$를 사용하는 경우 : $\dfrac{4!}{2!}=12$(가지)

(Case3) $\nearrow$, $\nwarrow$, $\rightarrow$, $\uparrow$를 사용하는 경우 : $4!=24$(가지)

18번 해설



위의 그림과 같이 주어진 도형을 두 편의점을 연결한 직선에 대하여 대칭시켜 펼치면
구하는 경로의 수는 A지점에서 P지점 또는 Q지점을 거쳐 B′지점으로 가는 경로의 수와 같다.
따라서 구하는 경로의 수는 $\dfrac{5!}{2!3!}\times\dfrac{7!}{4!3!}+\dfrac{7!}{4!3!}\times\dfrac{5!}{2!3!}-2\times\dfrac{5!}{2!3!}\times 1\times\dfrac{5!}{2!3!}=500$이다.

23번 해설

$11^{12}=(1+10)^{12}={}_{12}C_0+{}_{12}C_1\times 10+{}_{12}C_2\times 10^2+{}_{12}C_3\times 10^3+\cdots+{}_{12}C_{12}\times 10^{12}$

24번 해설

Case1) □1□인 경우 : ${}_2H_1+{}_2H_2+{}_2H_3+{}_2H_4+{}_2H_5$
Case2) □1□1□인 경우 : ${}_3H_0+{}_3H_1+{}_3H_2+{}_3H_3+{}_3H_4$
Case3) □1□1□1□인 경우 : ${}_4H_0+{}_4H_1+{}_4H_2+{}_4H_3$