

기하 단원평가

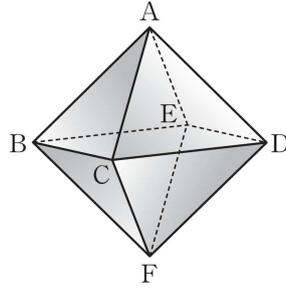
---

공간도형 [A1]



### 001.

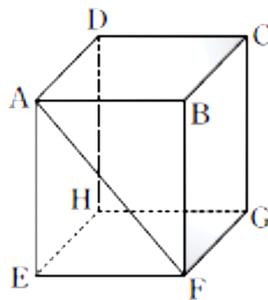
그림과 같은 정팔면체 ABCDEF의 각 모서리를 연장한 직선 중 직선 AB와 꼬인 위치에 있는 직선의 개수를  $a$ , 직선 AB와 수직인 직선의 개수를  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은?<sup>1)</sup>



- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

### 002.

그림과 같은 직육면체에서 직선 AF를 반드시 포함하고 여섯 개의 점 B, C, D, E, G, H 중에서 적어도 하나를 포함하는 서로 다른 평면의 개수를 구하여라.<sup>2)</sup>





### 003.

좌표공간의 두 점  $A(5, 6, 3)$ ,  $B(3, 5, 9)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로 외분하는 점의 좌표가  $(1, a, b)$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라.<sup>3)</sup>

### 004.

좌표공간에 세 점  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(2, 3, 5)$ ,  $B(1, a, -1)$ 이 있다.  
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하여라.<sup>4)</sup>



### 005.

좌표공간의 점  $A(2, 3, -1)$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $P$ ,  
점  $A$ 를  $zx$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을  $Q$ 라 하자.

두 점  $P$ 와  $Q$  사이의 거리는?<sup>5)</sup>

- ①  $\sqrt{6}$                       ②  $\sqrt{7}$                       ③  $2\sqrt{2}$   
④ 3                              ⑤  $\sqrt{10}$

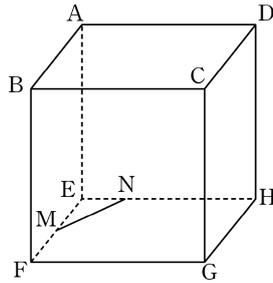
### 006.

좌표공간의 두 점  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(-1, 3, 2)$ 와  $xy$ 평면 위의 점  $P$ 에 대하여  
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $m^2$ 의 값을 구하여라.<sup>6)</sup>



### 007.

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에서 선분  $EF$ 의 중점을  $M$ , 선분  $EH$ 를 1:3으로 내분하는 점을  $N$ 이라 할 때, 점  $A$ 와 선분  $MN$  사이의 거리는?)



①  $\frac{2\sqrt{85}}{5}$

②  $\frac{3\sqrt{85}}{5}$

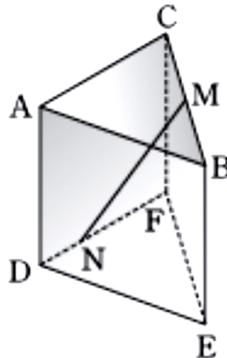
③  $\frac{2\sqrt{105}}{5}$

④  $\frac{3\sqrt{105}}{5}$

⑤  $\frac{4\sqrt{105}}{5}$

### 008.

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 삼각기둥에서 선분  $BC$ 의 중점을  $M$ , 선분  $DF$ 를 1:2로 내분하는 점을  $N$ 이라 할 때, 선분  $MN$ 의 길이는?)



① 7

② 8

③ 9

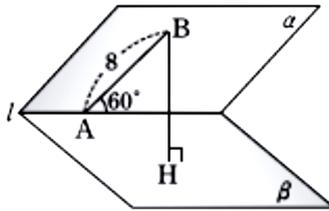
④ 10

⑤ 11

### 009.

그림과 같이 두 반평면  $\alpha, \beta$ 가 이루는 이면각의 크기는  $30^\circ$  이고 교선  $l$  위의 한 점  $A$ 와 평면  $\alpha$  위의 한 점  $B$ 에 대하여 선분  $AB$ 와 교선  $l$ 이 이루는 각의 크기는  $60^\circ$  이다.

$\overline{AB}=8$ 이고 점  $B$ 에서 평면  $\beta$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때, 선분  $BH$ 의 길이는?9)

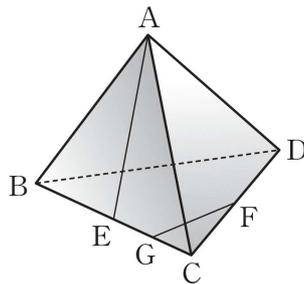


- ①  $\sqrt{3}$
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③  $3\sqrt{3}$
- ④  $4\sqrt{3}$
- ⑤  $5\sqrt{3}$

### 010.

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사면체  $ABCD$ 에서 두 모서리  $BC, CD$ 의 중점을 각각  $E, F$ , 모서리  $BC$ 를 3:1로 내분하는 점을  $G$ 라 하자. 두 직선  $AE, FG$ 가 이루는

각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin\theta$ 의 값은?10) (단,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ )

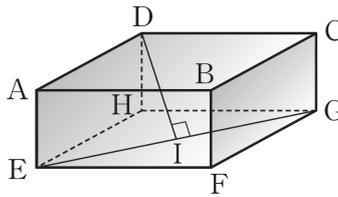


- ①  $\frac{2}{3}$
- ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ③  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- ⑤  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



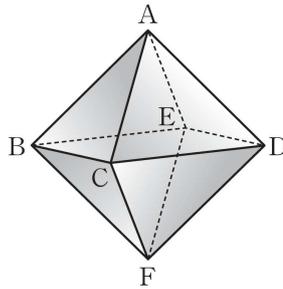
### 011.

그림과 같이  $\overline{AB} = \sqrt{5}$ ,  $\overline{AD} = 2$ ,  $\overline{AE} = 1$ 인 직육면체  $ABCD - EFGH$ 의 꼭짓점  $D$ 에서 직선  $EG$ 에 내린 수선의 발을  $I$ 라 하자. 선분  $DI$ 의 평면  $BFGC$  위로의 정사영의 길이를  $l$ 이라 할 때,  $81l^2$ 의 값을 구하여라.<sup>11)</sup>



### 012.

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정팔면체가 있다. 삼각형  $ABC$ 의 평면  $BCDE$  위로의 정사영을  $K$ 라 하자. 도형  $K$ 의 평면  $CFD$  위로의 정사영의 넓이는?<sup>12)</sup>



①  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
⑤  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



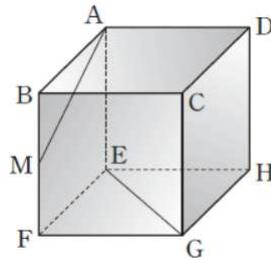
### 013.

좌표공간의  $x$ 축 위를 움직이는 점 P에서 구  $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z-8)^2 = 49$  위의 점까지의 거리의 최솟값은?<sup>13)</sup>

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3
- ④ 4                                      ⑤ 5

### 014.

그림과 같이 정육면체 ABCD-EFGH에서 모서리 BF의 중점을 M이라 하자. 직선 AM과 직선 EG가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때  $\cos\theta$ 의 값은?<sup>14)</sup>

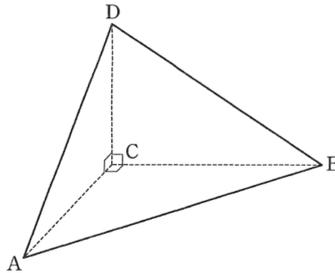


- ①  $\frac{\sqrt{10}}{5}$                                       ②  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$                                       ③  $\frac{\sqrt{14}}{5}$
- ④  $\frac{4}{5}$                                       ⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$



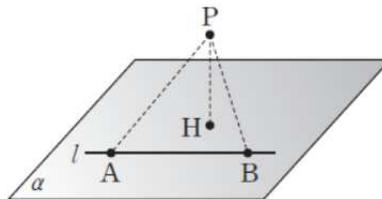
### 015.

$\overline{AB}=8$ ,  $\angle ACB=90^\circ$  인 삼각형 ABC에 대하여 점 C를 지나고 평면 ABC에 수직인 직선 위에  $\overline{CD}=4$ 인 점 D가 있다. 삼각형 ABD의 넓이가 20일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.<sup>15)</sup>



### 016.

평면  $\alpha$  위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을  $l$ 이라 하고, 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $\overline{AB}=\overline{PA}=\overline{PB}=6$ ,  $\overline{PH}=4$ 일 때, 점 H와 직선  $l$  사이의 거리는?<sup>16)</sup>



- ①  $\sqrt{11}$
- ②  $2\sqrt{3}$
- ③  $\sqrt{13}$
- ④  $\sqrt{14}$
- ⑤  $\sqrt{15}$



### 017.

좌표공간에 두 점  $A(2, 1, -1)$ ,  $B(1, 0, 1)$ 이 있다. 삼각형  $ABP$ 가 정삼각형이 되도록 하는  $xy$ 평면 위의 점  $P$ 의 좌표가  $(a, b, c)$ 일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?<sup>17)</sup> (단,  $a, b, c$ 는 음이 아닌 정수이다.)

- ① 1                                      ② 2                                      ③ 3  
④ 4                                      ⑤ 5

### 018.

좌표공간에서 두 점  $A(-1, 2, 1)$ ,  $B(3, 4, 3)$ 을  $xy$ 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 각각  $C, D$ 라 하자. 두 직선  $AB, CD$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은?<sup>18)</sup>

- ①  $\frac{11}{18}$                                       ②  $\frac{23}{36}$                                       ③  $\frac{2}{3}$   
④  $\frac{25}{36}$                                       ⑤  $\frac{13}{18}$



### 019.

좌표공간에 두 점  $A(0, 4, 4)$ ,  $B(a, 0, 1)$ 과 구  $S: x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$ 이 있다. 직선  $AB$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영과 구  $S$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영이 서로 접할 때, 양수  $a$ 의 값은?<sup>19)</sup>

- ① 2                                      ②  $\sqrt{6}$                                       ③  $2\sqrt{2}$
- ④  $2\sqrt{3}$                                       ⑤ 4

### 020.

좌표공간의 두 점  $A(a, -1, -3)$ ,  $B(6, b, c)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:3으로 내분하는 점과 구  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 8z + 10 = 0$ 의 중심이 일치할 때,  $abc$ 의 값을 구하여라.<sup>20)</sup>



### 021.

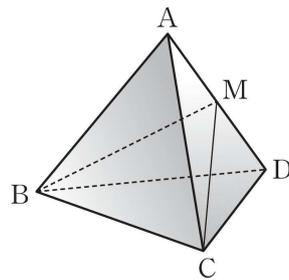
좌표공간의 정육면체  $ABCD - EFGH$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $A(2, 1, 1)$ ,  $E(2, 1, -1)$ 이다.
- (나) 세 선분  $AD$ ,  $AB$ ,  $AE$ 는 각각  $x$ 축,  $y$ 축,  $z$ 축에 평행하다.

점  $G$ 의 좌표가  $(a, b, c)$ 일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.<sup>21)</sup> (단,  $a < 2, b > 1$ )

### 022.

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체  $ABCD$ 에서 모서리  $AD$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때, 삼각형  $BCM$ 의 평면  $BCD$  위로의 정사영의 넓이는?<sup>22)</sup>



- ①  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ②  $\frac{\sqrt{15}}{3}$
- ③  $\sqrt{2}$
- ④  $\frac{\sqrt{21}}{3}$
- ⑤  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$



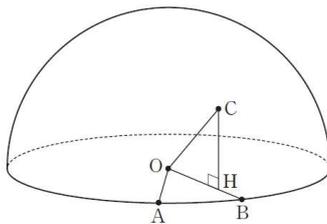
### 023.

좌표공간에서 두 점  $A(-1, 1, 2)$ ,  $B(1, 5, -2)$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 구  $S$ 가 있다. 구  $S$  위의 한 점  $C(0, 0, 0)$ 에 대하여 삼각형  $ABC$ 의 넓이는?<sup>23)</sup>

- ①  $\sqrt{5}$                       ②  $2\sqrt{5}$                       ③  $3\sqrt{5}$
- ④  $4\sqrt{5}$                       ⑤  $5\sqrt{5}$

### 024.

그림과 같이 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 4인 반구의 밑면의 둘레 위에 두 점  $A, B$ 가 있고, 반구 위에 점  $C$ 가 있다.



점  $C$ 에서 밑면에 내린 수선의 발  $H$ 는 선분  $OB$  위에 있고,  $\angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{6}$ 이다.

각  $AOC$ 의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은?<sup>24)</sup>

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$
- ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{3}{4}$



## 025.

사면체 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $AB \perp BC$ ,  $AB \perp CD$

(나)  $\overline{AB} = 4$

(다) 점 A와 직선 CD 사이의 거리는 5이다.

두 평면 ACD, BCD가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은?25)

①  $\frac{2}{5}$

②  $\frac{7}{15}$

③  $\frac{8}{15}$

④  $\frac{3}{5}$

⑤  $\frac{2}{3}$

[기하벡터 단원평가]  
공간도형과 공간좌표 A1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	4	03	19	04	6	05	⑤
06	30	07	③	08	①	09	②	10	⑤
11	181	12	③	13	③	14	①	15	12
16	①	17	④	18	③	19	③	20	14
21	10	22	①	23	③	24	⑤	25	④

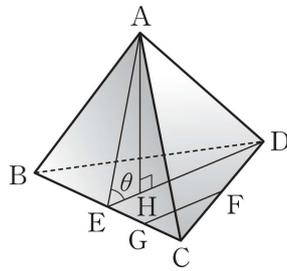
## 6번 해설

점  $A(1, 2, 3)$ 을  $xy$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을  $A'$ 이라 하면  $A'(1, 2, -3)$ 이다.

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B} = \sqrt{30}$$

## 10번 해설

삼각형  $CDE$ 에서 두 점  $F, G$ 는 각각 선분  $CD$ 와 선분  $CE$ 의 중점이므로  $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ 이다.  
따라서 두 직선  $AE, FG$ 가 이루는 각의 크기는 두 직선  $AE, DE$ 가 이루는 각의 크기와 같다.



## 13번 해설

구의 중심을  $C$ 라 하면 점  $C$ 의 좌표는  $(4, 6, 8)$ , 점  $C$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하면 점  $H$ 의 좌표는  $(4, 0, 0)$ 이다. 점  $P$ 의 좌표가  $(4, 0, 0)$ 일 때가 구하는 최솟값이다.

## 19번 해설

두 점  $A(0, 4, 4), B(a, 0, 1)$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영은 각각  $A'(0, 4, 0), B'(a, 0, 0)$ 이므로  $xy$ 평면에서 직선  $A'B'$ 의 방정식은  $\frac{x}{a} + \frac{y}{4} = 1$ , 즉,  $4x + ay - 4a = 0$ 이다.

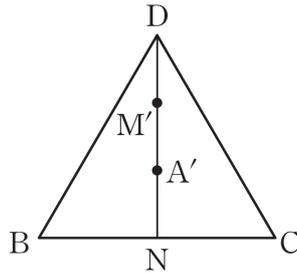
구  $S$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 방정식은  $x^2 + (y-1)^2 = 3$ 이다.

이들이 서로 접하므로  $\frac{|a-4a|}{\sqrt{4^2+a^2}} = \sqrt{3}$ 이므로  $a = 2\sqrt{2}$ 이다.

## 22번 해설

삼각형 DBC에서 선분 BC의 중점을 N이라 하고, 선분 DN을 2:1로 내분하는 점과 1:2로 내분하는 점을 각각 A', M'이라 하자. 점 A와 점 M의 평면 DBC 위로의 정사영이 각각 A', M'이므로 구하는 정사영의 넓이는 삼각형 M'BC의 넓이다.

구하는 정사영의 넓이는  $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{M'N} = \frac{1}{2} \times 2 \times \left( \sqrt{3} \times \frac{2}{3} \right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이다.



## 23번 해설

점 C는 구 위의 한 점이므로 삼각형 ABC는  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다.

따라서 삼각형 ABC의 넓이는  $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{30} = 3\sqrt{5}$ 이다.

## 24번 해설

$\overline{OH} = 2\sqrt{3}$ 이므로 점 H에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 D라 하면  $\overline{OD} = 3$ 이다.

삼수선의 정리에 의해  $CD \perp OA$ 이므로 삼각형 OCD는 직각삼각형이다.  $\cos\theta = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{3}{4}$ 이다.

## 25번 해설

조건(가)에서  $AB \perp BC$ ,  $AB \perp CD$ 이므로  $AB \perp$ (평면 BCD)

점 A에서 직선 CD에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼수선의 정리에 의하여  $BH \perp CD$ 이고,

조건(나), (다)에서  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{AH} = 5$ 이므로 직각삼각형 ABH에서  $\overline{BH} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이다.

$\cos\theta = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} = \frac{3}{5}$ 이다.