기하 단원평가

평면벡터 [B2]

001.

두 벡터 $\vec{a}=\left(1,\ \frac{1}{t}\right)$, $\vec{b}=(t,\ 1-2t)$가 서로 수직일 때, $|2\vec{a}+\vec{b}|^2$의 값은?[1) (단, $t \neq 0$)

① 9　② 10　③ 11
④ 12　⑤ 13

002.

삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\angle \mathrm{B}=90^\circ$, $\angle \mathrm{C}=30^\circ$이다. 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2$의 값을 구하여라.[2)

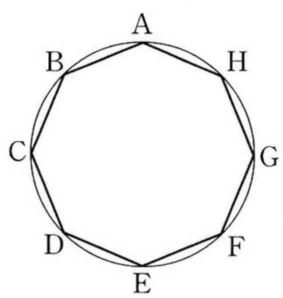
003.

한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에서 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{CA}=\vec{c}$라 할 때, $\vec{a}-2\vec{b}-\vec{c}$의 크기는?[3)]

① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

004.

그림과 같이 원에 내접하는 정팔각형에서 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}|=8$일 때, 정팔각형의 넓이는?[4)]



① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32
④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

005.

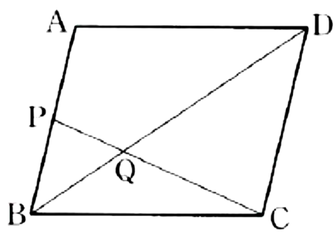
영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때, 세 벡터 $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$는

$$\vec{p}=2\vec{a}+\vec{b},\quad \vec{q}=\vec{a}-2\vec{b},\quad \vec{r}=10\vec{a}-k\vec{b}$$

로 나타내어진다. 이때, $\vec{p}+\vec{q}$와 $\vec{q}-\vec{r}$가 서로 평행하기 위한 실수 k의 값을 구하여라.5)

006.

그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 AB의 중점을 P, 대각선 DB를 $m:1$로 내분하는 점을 Q라 하자. 세 점 P, Q, C가 한 직선 위에 있을 때, 실수 m의 값을 구하여라.6)



007.

삼각형 ABC에서 $\overrightarrow{AB}=a$, $\overrightarrow{AC}=b$라 하고 변 AC의 중점을 D, 변 BC를 $3:2$로 내분하는 점을 E라 하자. $\overrightarrow{DE}=m\vec{a}+n\vec{b}$일 때, 실수 m, n의 합 $m+n$의 값은?7)

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{2}{3}$

008.

삼각형 ABC의 무게중심 G에 대하여 $\overrightarrow{GA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{GB}=\vec{b}$라 할 때, $\overrightarrow{CA}=m\vec{a}+n\vec{b}$이다. 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?8)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

009.

넓이가 60인 삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에 대하여

$$7\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{CA}$$

일 때, 삼각형 PAB의 넓이는?9)

① 15 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 45

010.

세 점 O, A, B에 대하여

$$|\overrightarrow{OA}|=5,\quad |\overrightarrow{OB}|=5,\quad \angle AOB=60^{\circ}$$

일 때, $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$, $m+n\le 2$, $m\ge 0$, $n\ge 0$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 둘레의 길이는?10)

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

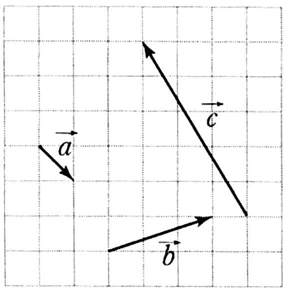
011.

두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 1)$, $\vec{b}=(-1,\ 1)$에 대하여 $\vec{p}=\vec{a}+k\vec{b}$일 때, $|\vec{p}|$의 최솟값은?11)
(단, k는 실수이다.)

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

012.

모눈종이 위의 세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$가 그림과 같이 나타날 때, $\vec{c}=p\vec{a}+q\vec{b}$가 성립하도록 하는 실수 p, q에 대하여 p^2+q^2의 값은?12)



① $\frac{29}{2}$ ② $\frac{65}{4}$ ③ 17
④ $\frac{73}{4}$ ⑤ $\frac{41}{2}$

013.

서로 다른 네 점 $\mathrm{A}(x,\ 1)$, $\mathrm{B}(-1,\ -2)$, $\mathrm{C}(2,\ y)$, $\mathrm{D}(7,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD에 대하여 대각선 BD의 중점을 M이라 하자. 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{MC}}$가 서로 같은 벡터가 되도록 하는 x, y에 대하여 x^2+y^2의 값은?[13)]

① 13 ② 17 ③ 20
④ 25 ⑤ 32

014.

세 점 $\mathrm{A}(4,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$, $\mathrm{C}(9,\ 7)$에 대하여 점 P가 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=4$를 만족시킨다. 이때 점 P와 원점 사이의 거리의 최댓값을 구하여라.[14)]

015.

두 벡터 $\vec{a}=(t^2, -4)$, $\vec{b}=(-4, 3t)$에 대하여 $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 최댓값은?[15] (단, t는 실수이다.)

① 9　　② $\frac{19}{2}$　　③ 10

④ $\frac{21}{2}$　　⑤ 11

016.

세 점 O, A, B에 대하여 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$
(나) $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$

이때, 두 선분 OA, OB를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이는?[16]

① $3\sqrt{2}$　　② $4\sqrt{2}$　　③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $5\sqrt{3}$

017.

등식 $(\overrightarrow{\mathrm{CA}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$을 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?17)

① 정삼각형
② $\angle\mathrm{BAC}=90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $\angle\mathrm{ABC}=90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형
⑤ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형

018.

두 벡터 $\vec{a}=\left(\frac{3}{2},\ 2\right)$, $\vec{b}=\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$가 이루는 각의 크기는?18)

① 30°　② 45°　③ 60°
④ 90°　⑤ 120°

019.

두 벡터 $\vec{a}=(t^2,\ 1-2t)$, $\vec{b}=(2t+k,\ t^2-kt+1)$이 모든 실수 t에 대하여 서로 수직이 되지 않도록 하는 정수 k의 개수는?[19)]

① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

020.

두 직선 $\dfrac{x-2}{m}=3-y$, $\dfrac{x+5}{3}=y-7$이 이루는 각의 크기가 45°일 때, 양수 m의 값은?[20)]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

021.

두 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(5,\ -2)$와 점 P의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{p}$라 할 때, $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 둘레의 길이는?[21)]

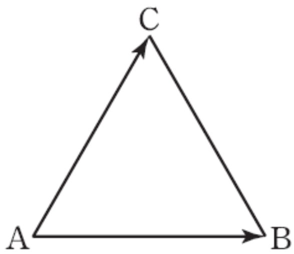
① $4\sqrt{3}\pi$ ② $2\sqrt{13}\pi$ ③ $2\sqrt{14}\pi$
④ $2\sqrt{15}\pi$ ⑤ 8π

022.

그림과 같은 정삼각형 ABC에서

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=\sqrt{21}$$

일 때, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는?[22)]



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

023.

좌표평면에서 타원 $x^2+5y^2=5$ 위를 움직이는 점 P가 있다.

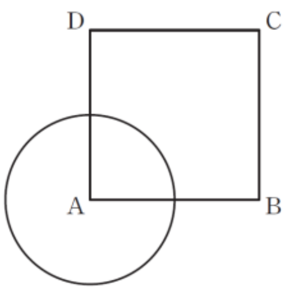
$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\frac{2}{|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형과 타원 $x^2+5y^2=5$가 만나는 점들 중에서 서로 다른 두 점 사이의 거리의 최댓값과 최솟값의 합은?[23) (단, O는 원점이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

024.

그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD와 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 이 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$와 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$의 내적 $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}$의 최솟값은?[24)



① $18-8\sqrt{5}$ ② $18-6\sqrt{5}$ ③ $20-8\sqrt{5}$
④ $20-6\sqrt{5}$ ⑤ $20-4\sqrt{5}$

025.

세 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$
> (나) $|\overrightarrow{OA}|=1$, $|\overrightarrow{OB}|=2$, $|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2}$

두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?[25)]

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

[기하 단원평가]

평면벡터 B2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	28	03	④	04	④	05	5
06	2	07	④	08	③	09	②	10	④
11	③	12	⑤	13	④	14	17	15	①
16	②	17	④	18	②	19	④	20	②
21	②	22	③	23	③	24	③	25	①

22번 해설

$|\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}|=3\left|\dfrac{\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{3}\right|=3|\overrightarrow{AD}|$라 하면

$\overrightarrow{AD}$는 A를 시점으로 하고 선분 BC를 $2:1$로 내분하는 점 D를 종점으로 하는 벡터이다.

$|\overrightarrow{AD}|=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$이고 삼각형의 한 변의 길이를 $3a$라 할 때, 삼각형 ACD에서 코사인법칙을 쓰면

$$\frac{7}{3}=9a^2+a^2-2\times 3a\times a\times\cos 60^\circ$$

따라서 $3a=\sqrt{3}$이다.

23번 해설

$\overrightarrow{OX}=\dfrac{2}{|\overrightarrow{OP}|}\overrightarrow{OP}$에서 점 X가 나타내는 도형은 중심이 O이고 반지름의 길이가 2인 원이다.

따라서 점 X가 나타내는 도형의 방정식은 $x^2+y^2=4$이다.

원 $x^2+y^2=4$와 타원 $x^2+5y^2=5$의 교점의 좌표를 구하면

$$\mathrm{A}\left(\frac{\sqrt{15}}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \mathrm{B}\left(-\frac{\sqrt{15}}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \mathrm{C}\left(-\frac{\sqrt{15}}{2},\ -\frac{1}{2}\right),\ \mathrm{D}\left(\frac{\sqrt{15}}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$$

이다. 따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $4+1=5$이다.

※ $\overrightarrow{OX}=2\times\dfrac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$에서 $\dfrac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$는 크기가 1이고 방향이 $\overrightarrow{OP}$와 같은 벡터이다.

24번 해설

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}&=(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MB})\cdot(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MC})\\&=|\overrightarrow{PM}|^2+\overrightarrow{PM}\cdot(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}\\&=|\overrightarrow{PM}|^2+\overrightarrow{PM}\cdot\vec{0}-|\overrightarrow{MB}|^2\\&=|\overrightarrow{PM}|^2-4\end{aligned}$$

$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$는 선분 PM의 길이가 최소일 때 최소가 되므로 점 P가 선분 AM 위에 있을 때 최소이다.

※ $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=|\overrightarrow{PM}|^2-|\overrightarrow{MB}|^2$은 기억해두자.

25번 해설

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$에서 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OC}$이므로

$$(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=(-\overrightarrow{OC})\cdot(-\overrightarrow{OC})$$

이다. $|\overrightarrow{OA}|^2+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2=|\overrightarrow{OC}|^2$에서 $1+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+4=2$이다.

1) ②

2) 28

3) ④

4) ④

5) 5

6) 2

7) ④

8) ③

9) ②

10) ④

11) ③

12) ⑤

13) ④

14) 17

15) ①

16) ②

17) ④

18) ②

19) ④

20) ②

21) ②

22) ③

23) ③

24) ③

25) ①