기하 단원평가

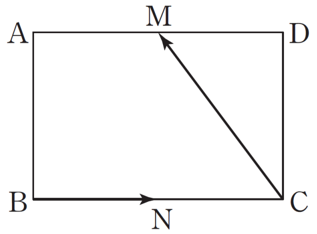
평면벡터 [A1]

001.

두 벡터 $\vec{a}=(2,\ 4)$, $\vec{b}=(1,\ 3)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+2\vec{b}$의 모든 성분의 합을 구하여라.1)

002.

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=3$인 직사각형 ABCD에서 선분 AD의 중점을 M, 선분 BC의 중점을 N이라 할 때, $|\overrightarrow{BN}-\overrightarrow{CM}|$의 값은?2)



① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ 3
④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$

003.

영벡터가 아니고 서로 평행하지 않은 두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 있다.

$$m(2\vec{a}-\vec{b})=(3+n)\vec{a}+2n\vec{b}$$

를 만족시키는 두 상수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?3)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

004.

두 벡터 $\vec{a}=(-2,\ 1)$, $\vec{b}=(1,\ -1)$에 대하여 벡터 $\vec{a}-2\vec{b}$의 크기는?4)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

005.

두 벡터 $\vec{a}=(1,\ 2)$, $\vec{b}=(3,\ -1)$에 대하여 벡터 $\vec{c}$는 벡터 $\vec{a}$와 평행하고 벡터 $\vec{c}-\vec{b}$는 벡터 $\vec{b}$와 수직일 때, 벡터 $\vec{c}$의 모든 성분의 합은?[5)] (단, $\vec{c}\neq\vec{0}$)

① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

006.

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$|\vec{a}|=2,\quad |\vec{b}|=3,\quad \vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=7$$

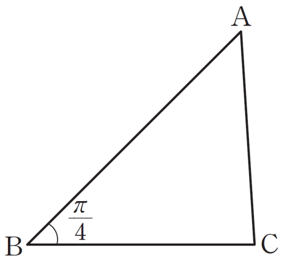
일 때, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기는?[6)]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

007.

그림과 같이 $|\overrightarrow{AB}|=4$, $\angle ABC=\frac{\pi}{4}$인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 넓이가 $3\sqrt{2}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{BC}$의 크기는?7)



① $2\sqrt{2}$　② 3　③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{11}$　⑤ $2\sqrt{3}$

008.

두 벡터 $\vec{a}=(4t-2,\ -1)$, $\vec{b}=\left(2,\ 1+\frac{3}{t}\right)$에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|^2$의 최솟값을 구하여라.8) (단, $t>0$)

009.

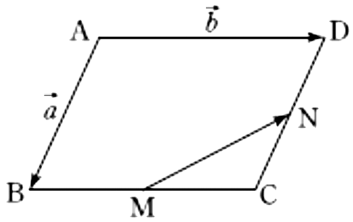
좌표평면 위의 점 $(4,\ 1)$을 지나고 벡터 $\overrightarrow{n}=(1,\ 2)$에 수직인 직선이 x축, y축과 만나는 점의 좌표를 각각 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$라 하자. $a+b$의 값을 구하여라.9)

010.

좌표평면 위의 점 $(2,\ -1)$을 지나고 벡터 $\overrightarrow{u}=(3,\ 4)$에 평행한 직선 l이 있다. 직선 l과 원점 사이의 거리가 k일 때, $10k$의 값을 구하여라.10)

011.

그림과 같이 평행사변형 ABCD의 변 BC, CD의 중점을 각각 M, N이라 하고 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$라 할 때, $\overrightarrow{MN}=k\vec{a}+l\vec{b}$를 만족시키는 실수 k, l에 대하여 $k+l$의 값은?11)



① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0
④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

012.

좌표평면에 지름 AB의 길이가 8인 반원이 있다. 반원 위의 한 점 C에 대하여 $\overline{AC}=6$일 때, $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}$의 값은?12)

① -32　② -28　③ -24
④ -20　⑤ -16

013.

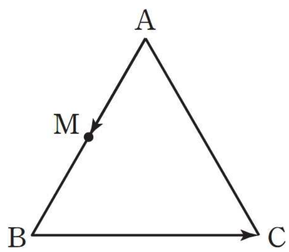
좌표평면에서 두 직선 $l_1 : \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{4}$, $l_2 : x-1 = \frac{y+1}{3}$이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?13)

① $\frac{\sqrt{2}}{5}$　② $\frac{2\sqrt{3}}{5}$　③ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

014.

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에서 변 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$의 값은?14)



① -2　② -1　③ 0

④ 1　⑤ 2

015.

벡터 $\vec{a}=(1,\ 2)$에 대하여 $\vec{a}\perp\vec{b}$, $|\vec{a}|=|\vec{b}|$이고 x성분이 양수인 벡터 $\vec{b}$의 모든 성분의 합은?[15)]

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

016.

점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=4$를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 방정식은?[16)]

① $(x+1)^2+(y+2)^2=16$　② $(x+1)^2+(y-2)^2=4$
③ $(x+1)^2+(y-2)^2=16$　④ $(x-1)^2+(y+2)^2=16$
⑤ $(x-1)^2+(y-2)^2=4$

017.

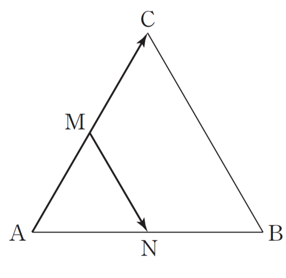
세 벡터 $\vec{a}=(1,\ 2)$, $\vec{b}=(4,\ 2)$, $\vec{c}=(0,\ 2)$에 대하여 $2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$와 같은 방향의 단위벡터를 $\vec{e}=(e_1,\ e_2)$라 하자. $10\times(e_1+e_2)$의 값은?[17]

① 11　② 12　③ 13

④ 14　⑤ 15

018.

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에서 두 변 CA, AB의 중점을 각각 M, N이라 하자. $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{MN}}|$의 값은?[18]



① 1　② $\sqrt{2}$　③ $\sqrt{3}$

④ 2　⑤ $\sqrt{5}$

019.

평면에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다.

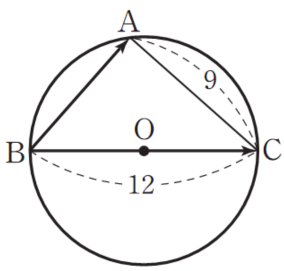
$$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AP},\quad \overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 두 점 P, Q에 대하여 삼각형 PCQ의 넓이는?19)

① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$
④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

020.

그림과 같이 지름의 길이가 12인 원 O에 삼각형 ABC가 내접하고 있다. $\overline{AC}=9$일 때, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$를 구하여라.20)



021.

세 직선

$$l_1, \quad l_2 : \frac{x-1}{a} = -y+1, \quad l_3 : \frac{x+3}{b} = \frac{y}{a} \, (ab \neq 0)$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?[21]

> (가) 직선 l_1의 방향벡터는 $\vec{u} = (1, \sqrt{3})$이다.
> (나) 두 직선 l_1과 l_3는 서로 수직이다.
> (다) 두 직선 l_1과 l_2가 이루는 예각의 크기는 30°이다.

① $-3\sqrt{3}$ ② -9 ③ $-9\sqrt{3}$
④ -27 ⑤ $-27\sqrt{3}$

022.

원 $x^2+y^2=4$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C가 움직이고 있다.
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$의 최솟값이 m일 때, m^2의 값을 구하여라.[22]

023.

좌표평면에 원 $(x-5)^2+(y-10)^2=13$ 위를 움직이는 점 P와 점 Q$(3,\ 2)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.23) (단, O는 원점이다.)

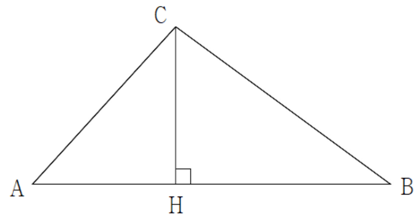
024.

좌표평면 위의 세 점 O$(0,\ 0)$, A$(4,\ 0)$, B$(0,\ 4)$에 대하여 점 P$(x,\ y)$가 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}\leq 0$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})\leq 16$를 만족시킬 때, 점 P가 존재하는 영역의 넓이는?24)

① π　② 2π　③ 3π
④ 4π　⑤ 5π

025.

그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CH}$의 값은?[25)]



(가) 점 H가 선분 AB를 $2:3$으로 내분한다.
(나) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=40$
(다) 삼각형 ABC의 넓이는 30이다.

① 36　② 37　③ 38　④ 39　⑤ 40

[기하 단원평가]

평면벡터 A1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	14	02	⑤	03	③	04	⑤	05	③
06	③	07	②	08	24	09	9	10	22
11	③	12	④	13	⑤	14	②	15	④
16	③	17	④	18	③	19	④	20	63
21	①	22	4	23	70	24	④	25	①

8번 해설

$\vec{a}+\vec{b}=\left(4t,\ \dfrac{3}{t}\right)$, $|\vec{a}+\vec{b}|^2=16t^2+\dfrac{9}{t^2}$이고 $t^2>0$이다. 산술기하 치면

$$16t^2+\frac{9}{t^2}\geq 2\sqrt{16t^2\times\frac{9}{t^2}}=24$$

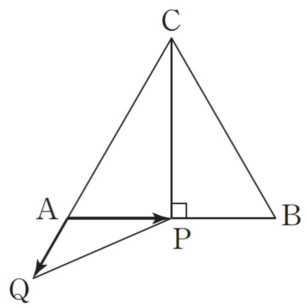
따라서 $t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$일 때, $|\vec{a}+\vec{b}|^2$의 최솟값은 24이다.

19번 해설

$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AQ}$에서 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$이므로 $|\overrightarrow{AQ}|=\dfrac{1}{3}|\overrightarrow{AC}|=2$이다.

삼각형 POQ는 다음 그림과 같다. 이때 $\angle PCA=\dfrac{\pi}{6}$이므로 삼각형 PCQ의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{CQ}\times\overline{CP}\times\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}\times(\overline{CA}+\overline{AQ})\times\left(\overline{CA}\times\cos\frac{\pi}{6}\right)\times\sin\frac{\pi}{6}=6\sqrt{3}$$



21번 해설

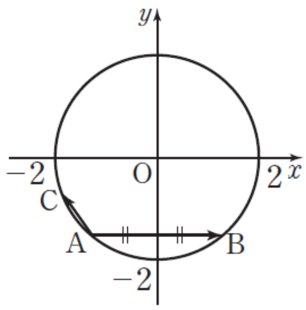
두 직선 l_2, l_3의 방향벡터를 각각 $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$라 하면 $\overrightarrow{u_1}=(a,\ -1)$, $\overrightarrow{u_2}=(b,\ a)$이다.

조건 (가), (나)에서 $\vec{u}\cdot\overrightarrow{u_2}=0$이므로 $b+\sqrt{3}a=0$이다. 조건 (다)에서

$$\cos 30^\circ=\frac{|\vec{u}\cdot\overrightarrow{u_1}|}{|\vec{u}||\overrightarrow{u_1}|}=\frac{|a-\sqrt{3}|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}\sqrt{a^2+(-1)^2}}=\frac{|a-\sqrt{3}|}{2\sqrt{a^2+1}}$$

이다. 풀면 $a=-\sqrt{3}$이고 $b=3$이다.

22번 해설



점 A, B를 x축과 평행하도록 위치시켜도 일반성을 잃지 않는다.
x축과 평행한 선분 AB를 놓고 생각하도록 하자.
$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$가 최소가 될 때는 선분 AB에 연장선에 내린 수선의 발을 H라 할 때, H가 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$와 반대 방향에 위치하고 $|\overrightarrow{\mathrm{AH}}|$가 최대일 때, 내적의 값이 최소일 수 있다. 내적의 값이 최소일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=a$, $|\overrightarrow{\mathrm{AH}}|=b$라 하면 $\frac{a}{2}+b=2$이다.

$\frac{a}{2}+b \geq 2\sqrt{\frac{a}{2}\times b}$에서 $ab \leq 2$이므로 $m=-2$이다.

23번 해설

A$(5,\ 10)$이라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}$이므로

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

이다. $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(5,\ 10)\cdot(3,\ 2)=35$이고, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=\sqrt{13}$으로 일정하므로
$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$는 두 벡터가 같은 방향일 때 최댓값 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|\times|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$를 가지고,
두 벡터가 서로 반대 방향일 때 최솟값 $-|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|\times|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$을 갖는다.

24번 해설

$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}} \leq 0$에서 점 P는 선분 AB를 지름으로 하는 원과 그 내부를 움직인다.
$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot (\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}) \leq 16$에서 점 P는 부등식 $x+y \leq 4$가 나타내는 영역에 존재한다.

1) 14

2) ⑤

3) ③

4) ⑤

5) ③

6) ③

7) ②

8) 24

9) 9

10) 22

11) ③

12) ④

13) ⑤

14) ②

15) ④

16) ③

17) ④

18) ③

19) ④

20) 63

21) ①

22) 4

23) 70

24) ④

25) ①