

기하 단원평가

---

이차곡선 [B1]

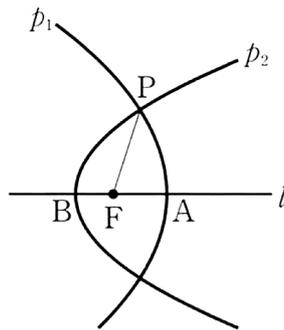


## 001.

점  $(7, 6)$ 을 지나고 초점의 좌표가  $(4, 2)$ 이며 준선이  $y$ 축에 평행한 포물선의 방정식은  $y^2 - 4x - 4y + 16 = 0$ 과  $y^2 + ax - 4y + b = 0$ 이다. 이때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값을 구하여라.<sup>1)</sup>

## 002.

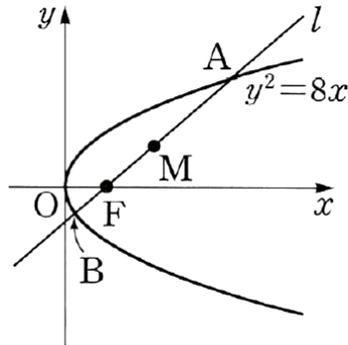
그림과 같이 직선  $l$ 을 축으로 하는 두 포물선  $p_1, p_2$ 의 초점은 점  $F$ 로 일치하고, 꼭짓점은 각각  $A, B$ 이다.  $\overline{AF} = 10, \overline{BF} = 5$ 일 때, 두 포물선의 한 교점  $P$ 에 대하여 선분  $PF$ 의 길이를 구하여라.<sup>2)</sup>





### 003.

그림과 같이 포물선  $y^2 = 8x$ 와 초점 F를 지나는 직선  $l$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 하자. 선분 AB의 길이가 14일 때, 점 M의  $x$ 좌표를 구하여라.<sup>3)</sup>



### 004.

좌표평면 위의 두 점  $A(0, 3)$ ,  $B(4, 6)$ 과 포물선  $y = \frac{1}{12}x^2$  위의 임의의 점 P에 대하여

삼각형 ABP의 둘레의 길이의 최솟값은?<sup>4)</sup>

- ① 14                                      ② 16                                      ③ 18
- ④ 20                                      ⑤ 22



## 005.

포물선  $x^2 = 12y$  위를 움직이는 점 P와 이 포물선의 꼭짓점 O를 이은 선분 OP의 중점 Q의 자취의 방정식은?<sup>5)</sup>

- ①  $x^2 = \frac{1}{6}y$                       ②  $x^2 = y$                       ③  $x^2 = 6y$   
④  $x^2 = y - 3$                       ⑤  $x^2 = 6(y - 3)$

## 006.

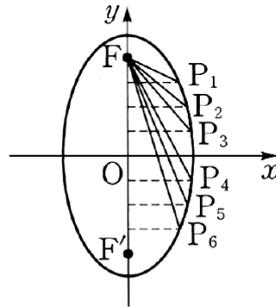
타원  $2x^2 - 8x + 3y^2 + 12y + 14 = 0$ 을  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  
 $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동하면 타원  $2x^2 + 3y^2 = k$ 와 일치한다.  
이때, 상수  $m, n, k$ 에 대하여  $m + nk$ 의 값은?<sup>6)</sup>

- ① -14                      ② -10                      ③ 10  
④ 14                      ⑤ 20



### 007.

타원  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점  $F, F'$ 에 대하여 그림과 같이 두 선분  $OF, OF'$ 을 각각 4등분한 점을 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 타원과 만나는 점을 차례대로  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ 이라 하자. 이때  $\overline{FP_1} + \overline{FP_2} + \overline{FP_3} + \overline{FP_4} + \overline{FP_5} + \overline{FP_6}$ 의 값을 구하여라.<sup>7)</sup> (단,  $O$ 는 원점이고, 점  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ 의  $x$ 좌표는 모두 양수이다.)



### 008.

가로, 세로가 각각  $x$ 축,  $y$ 축과 평행하고 타원  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ 에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.<sup>8)</sup>



## 009.

원  $x^2 + y^2 = 16$  위의 점 P에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 PH의 중점 Q의 자취의 방정식은  $px^2 + qy^2 = 1$ 이다. 이때 상수  $p, q$ 에 대하여  $\frac{q}{p}$ 의 값을 구하여라.<sup>9)</sup>

## 010.

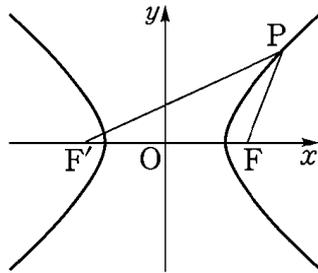
쌍곡선  $4x^2 - 3y^2 - 16x + 28 = 0$ 의 두 초점의 좌표가  $(a, b), (c, d)$ 일 때, 상수  $a, b, c, d$ 의 합  $a+b+c+d$ 의 값은?<sup>10)</sup>

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5



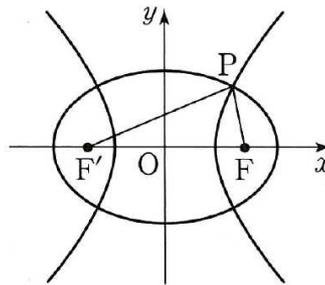
### 011.

쌍곡선  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$  위의 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 세 선분 PF, FF', PF'의 길이는 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 이때  $\overline{PF}^2 + \overline{PF'}^2$ 의 값을 구하여라. (단,  $\overline{PF'} > \overline{PF}$ )<sup>11)</sup>



### 012.

그림과 같이 두 초점 F, F'을 공유하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 쌍곡선  $\frac{x^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 교점 P에 대하여  $\overline{PF} = 3$ ,  $\overline{PF'} = 7$ 이다. 이때 상수 a, b, c에 대하여  $a^2 + 2b^2 + 3c^2$ 의 값은?<sup>12)</sup>



- ① 55
- ② 57
- ③ 58
- ④ 63
- ⑤ 69



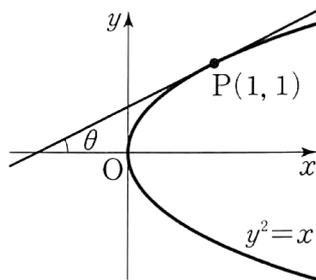
### 013.

좌표평면 위의 임의의 점  $P(x, y)$ 에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을  $Q$ 라 할 때, 점  $A(1, 0)$ 에 대하여  $\overline{AQ} = \overline{PQ}$ 를 만족하는 점  $P$ 의 자취의 방정식은?<sup>13)</sup>

- ①  $x^2 - y^2 = -1$                       ②  $x^2 - y^2 = 1$                       ③  $2x^2 - y^2 = -1$
- ④  $2x^2 - y^2 = 1$                       ⑤  $4x^2 - y^2 = 1$

### 014.

그림과 같이 포물선  $y^2 = x$  위의 점  $P(1, 1)$ 에서의 접선이  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos 2\theta$ 의 값은?<sup>14)</sup>



- ①  $\frac{1}{5}$                                       ②  $\frac{3}{10}$                                       ③  $\frac{2}{5}$
- ④  $\frac{1}{2}$                                       ⑤  $\frac{3}{5}$



## 015.

쌍곡선  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선이 타원  $\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.<sup>15)</sup>

## 016.

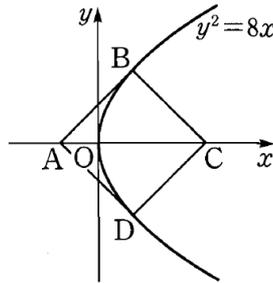
타원  $6x^2 + 3y^2 = 18$  위의 점과 직선  $y = x + 4$  사이의 거리의 최댓값과 최솟값의 차는?<sup>16)</sup>

- ①  $\sqrt{2}$                       ②  $2\sqrt{2}$                       ③  $3\sqrt{2}$   
④  $4\sqrt{2}$                       ⑤  $5\sqrt{2}$



### 017.

그림에서 두 점 A, C는  $x$ 축 위의 점이고 점 A에서 포물선  $y^2 = 8x$ 에 접선을 그어 그 접점을 각각 B, D라 하면 사각형 ADCB는 정사각형이다. 이때 점 C의 좌표는?17)  
(단, 점 A의  $x$ 좌표는 음수이다.)



- ①  $(2\sqrt{2}, 0)$                       ②  $(4, 0)$                               ③  $(4\sqrt{2}, 0)$
- ④  $(6, 0)$                               ⑤  $(6\sqrt{2}, 0)$

### 018.

포물선  $x^2 = 8y$  밖의 한 점  $(5, a)$ 에서 포물선에 그은 두 접선이 서로 수직일 때,  $a$ 의 값은?18)

- ①  $-4$                                       ②  $-3$                                       ③  $-2$
- ④  $-1$                                       ⑤  $0$



## 019.

점  $P(4, 4)$ 에서 타원  $2x^2 + y^2 = 4$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각  $Q(x_1, y_1)$ ,  $R(x_2, y_2)$ 라 할 때,  $x_1x_2$ 의 값은?<sup>19)</sup>

①  $-\frac{2}{3}$

②  $-\frac{1}{2}$

③  $-\frac{1}{3}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤  $\frac{2}{3}$

## 020.

쌍곡선  $4x^2 - 3y^2 = 1$ 과 타원  $x^2 + ky^2 = 1$ 의 한 교점에서의 두 접선이 서로 수직일 때, 상수  $k$ 의 값은?<sup>20)</sup>

① 2

②  $\frac{11}{5}$

③  $\frac{12}{5}$

④  $\frac{13}{5}$

⑤  $\frac{14}{5}$





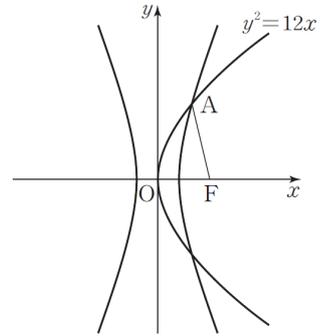
### 023.

그림과 같이 포물선  $y^2 = 12x$ 의 초점을 F라 하고, 점 F를 한 초점으로 하고 중심이 원점인 쌍곡선이

포물선  $y^2 = 12x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자.

$\overline{AF} = 5$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? <sup>23)</sup>

- ①  $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③  $\frac{4}{3}$
- ④  $\frac{5}{3}$
- ⑤ 2



### 024.

점 (4, 1)에서 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 그은 두 접선이 수직으로 만날 때,

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. <sup>24)</sup>



## 025.

직선  $y = ax + 2$ 가 포물선  $y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$ 과 만나도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M^2 + m^2$ 의 값은? <sup>25)</sup>

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③ 1  
④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

[기하 단원평가]  
이차곡선 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	140	02	15	03	5	04	①	05	③
06	③	07	30	08	24	09	4	10	④
11	338	12	③	13	②	14	⑤	15	52
16	③	17	④	18	③	19	②	20	③
21	③	22	①	23	⑤	24	17	25	④

## 14번 해설

점  $P(1, 1)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $R$ 이라 하면  $R$ 의 좌표는  $(-1, 0)$ 이다.  
 $(-1, 0)$ 에서 포물선에 그은 접선의 접점 중  $P$ 가 아닌 것을  $Q$ 라 하면  $Q$ 의 좌표는  $(1, -1)$ 이다.  
삼각형  $PQR$ 에서 각  $\angle PRQ = 2\theta$ 이므로 코사인법칙을 쓰자.  
※ 배각 공식을 알고 있다면  $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ 을 쓰는 것도 가능하다.

## 18번 해설

포물선의 준선 위의 점에서 그은 두 접선은 수직.

## 20번 해설

접점의 좌표를  $(x_1, y_1)$ 이라 놓고 각각의 곡선 위에서의 접선의 방정식을 구한다.  
기울기의 곱은  $-1$ 이라는 것을 이용하고, 접점을 타원과 쌍곡선에 각각 대입하여 연립.

## 21번 해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ 을 쓰자.  
 $\overline{PF} = a$ ,  $\overline{FQ} = b$ 라 놓으면  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{3}$ 이고  $(a-3):(b-3) = 4:1$   
연립해서 정리하면  $a = 9$ ,  $b = \frac{9}{2}$ 이다.  
※ 준선이 아니라  $y$ 축에 내린 수선임에 주의

## 23번 해설

정의 이용해야 하니 포물선의 준선 그린 후  $A$ 에서  $x$ 축에 수선 내리고 피타고라스.  
이차곡선이 두 개가 교점을 가지고 나오면 그 점에서 정의를 두 번 쓰면 된다.

## 24번 해설

$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ 에 점  $(4, 1)$ 을 대입하고 적당히 이항 후 양변 제곱해서  $m_1m_2 = -1$ 을 쓰자.  
조건을 만족하는 점의 자취가 원점을 중심으로 하는 원이라는 사실을 알고 있다면 더 쉽게 풀 수 있다.  
 $(a, b)$ 에서 타원에 수직인 두 접선을 그을 수 있고  $(4, 1)$  또한 같은 원 위에 있으니  $a^2 + b^2 = 17$ 이다.