미적분 단원평가

적분법 [B3]

001.

정적분의 값을 옳게 구한 것은?[1)]

① $\int_{0}^{2} e^{x+1} dx = e^{3}$

② $\int_{1}^{4} x\sqrt{x}\, dx = \frac{64}{5}$

③ $\int_{1}^{2} \frac{x^{2}+3}{x} dx = \frac{3}{2} - \ln 2$

④ $\int_{0}^{2} \frac{3^{2x}-1}{3^{x}-1} dx = \frac{8}{\ln 3} - 1$

⑤ $\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi} (\sin x + 4\cos x) dx = 5$

002.

정적분 $\int_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\, dx$의 값은?[2)]

① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{16}{15}$ ⑤ $\frac{19}{15}$

003.

$f(x)=\int \frac{2x+6}{x^2-2x-3}dx$일 때, $f(7)-f(5)$의 값은?3)

① ln2 ② ln3 ③ 2ln2
④ ln5 ⑤ ln6

004.

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x,\ y)$에서의 접선의 기울기가 $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$이고 이 곡선이 점 $(1,\ 3)$를 지날 때, $f(0)$의 값은?4)

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

005.

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx - \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$의 값은?5)

① 0　　② $\frac{1}{4}$　　③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　⑤ 1

006.

$x>0$에서 정의된 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여

$$F(x) = x\{f(x) - \ln x\}, \quad F(1) = \frac{1}{2}$$

가 성립할 때, $f(e)$의 값은?6)

① $\frac{e-1}{2}$　　② $\frac{3}{2}$　　③ $e-1$

④ 2　　⑤ $e+1$

007.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $a+f(\pi)$의 값은?7)

(가) $\int_{\pi}^{x} f(t)dt = \{g(x)-a\}\cos x - 2$

(나) $g(x) = \sin x \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(t)dt + 3$

① 7 ② 6 ③ 5
④ 4 ⑤ 3

008.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$x\int_{0}^{x} f(t)\,dt - \int_{0}^{x} tf(t)\,dt = ae^{2x} - 4x + b$$

를 만족시킬 때, $f(a)f(b)$의 값을 구하여라.8) (단, a, b는 상수이다.)

009.

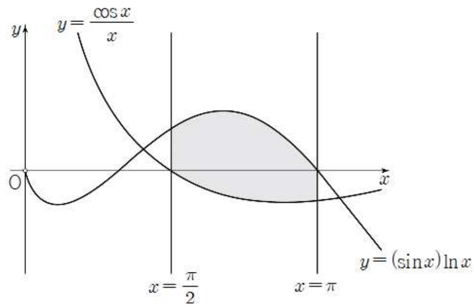
$0 \le x \le 2\pi$일 때, 두 곡선 $y=\sin x$, $y=\sin\frac{1}{2}x$로 둘러싸인 도형의 넓이는?9)

① 5 ② $\frac{9}{2}$ ③ 4

④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 3

010.

두 곡선 $y=(\sin x)\ln x$, $y=\frac{\cos x}{x}$와 두 직선 $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$로 둘러싸인 부분의 넓이는?10)

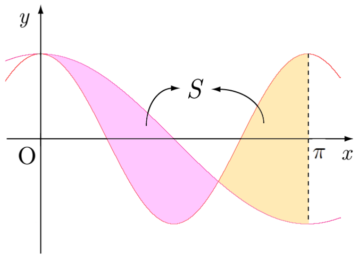


① $\frac{1}{4}\ln\pi$ ② $\frac{1}{2}\ln\pi$ ③ $\frac{3}{4}\ln\pi$

④ $\ln\pi$ ⑤ $\frac{5}{4}\ln\pi$

011.

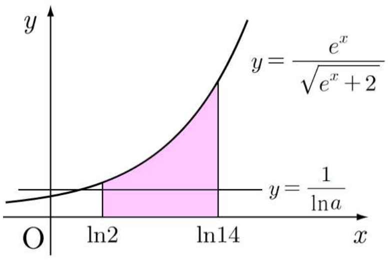
그림과 같이 $0 \le x \le \pi$에서 두 곡선 $y=\cos x$, $y=\cos 2x$ 및 두 직선 $x=0$, $x=\pi$로 둘러싸인 도형의 넓이 S의 값은?11)



① $\sqrt{3}$
② $\frac{3}{2}\sqrt{3}$
③ $2\sqrt{3}$
④ $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
⑤ $3\sqrt{3}$

012.

그림과 같이 곡선 $y=\frac{e^x}{\sqrt{e^x+2}}$과 x축 및 두 직선 $x=\ln 2$, $x=\ln 14$로 둘러싸인 도형의 넓이는 S이고, 두 직선 $x=\ln 2$, $x=\ln 14$와 x축 및 직선 $y=\frac{1}{\ln a}$로 둘러싸인 도형의 넓이는 S_1이다. S_1은 S의 $\frac{1}{3}$일 때, 양수 a의 값은?12)



① $7^{\frac{3}{4}}$
② $7^{\frac{4}{5}}$
③ $7^{\frac{5}{6}}$
④ $7^{\frac{6}{7}}$
⑤ $7^{\frac{7}{8}}$

013.

$\lim_{n\to\infty}\frac{\pi^2}{n^2}\left(\sin\frac{\pi}{n}+2\sin\frac{2\pi}{n}+3\sin\frac{3\pi}{n}+\cdots+n\sin\frac{n\pi}{n}\right)$의 값은?13)

① 0　　② $\frac{1}{2}\pi$　　③ π
④ 2π　　⑤ 3π

014.

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{\sqrt{k}}{n\sqrt{n}}=\int_a^b\sqrt{x}\,dx$일 때, $a+b$의 값은?14)

① 0　　② 1　　③ 2
④ 3　　⑤ 4

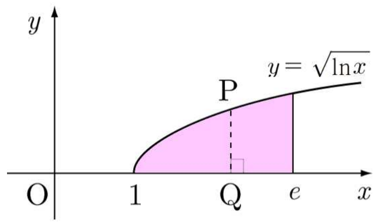
015.

곡선 $y=\sqrt{x+2}$ 와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는?15)

① $\sqrt{6}$　② 2　③ $2\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$　⑤ 8

016.

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\ln x}$ 와 x축, $x=e$로 둘러싸인 도형에서 $y=\sqrt{\ln x}$ 위의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 선분 PQ를 한 변으로 하는 정사각형을 x축과 수직인 평면 위에 그릴 때, 이 사각형이 그리는 입체의 부피는?16)



① $e-1$　② $e+1$　③ 1
④ $2e-1$　⑤ $2e+1$

017.

$x=0$에서 $x=\ln 2$까지의 곡선 $y=\frac{1}{8}e^{2x}+\frac{1}{2}e^{-2x}$의 길이는?17)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{9}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

018.

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \le t \le 2\pi)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x=t+2\cos t, \quad y=\sqrt{3}\sin t$$

일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?18)

ㄱ. $t=\frac{\pi}{2}$일 때, 점 P의 속도는 $(-1,\ 0)$이다.
ㄴ. 점 P의 속도의 크기의 최솟값은 1이다.
ㄷ. 점 P가 $t=\pi$에서 $t=2\pi$까지 움직인 거리는 $2\pi+2$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

019.

함수 $f(x)$가 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때, 다음 보기에서 정적분의 값이 0인 것을 고른 것은?[19]

ㄱ. $\int_{-\pi}^{\pi}\sin f(x)dx$ ㄴ. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos f(x)dx$

ㄷ. $\int_{-2\pi}^{2\pi}f(x)\sin x dx$ ㄹ. $\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos x dx$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

020.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{0}^{x}f(-t)dt+\frac{d}{dx}\left\{\int_{0}^{x}tf(x-t)dt\right\}=2(x-1)+a$$

를 만족시킬 때, $10\int_{-a}^{a}f(x)dx$의 값을 구하여라.[20] (단, a는 상수이다.)

021.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$\int_0^x f(t)dt = \frac{d}{dx}\int_0^x f(t)dt - e^x + 1$$

을 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?21)

ㄱ. $f'(x) = f(x) + e^x$
ㄴ. $\{e^{-x}f(x)\}' = 1$
ㄷ. 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 1$로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이다.

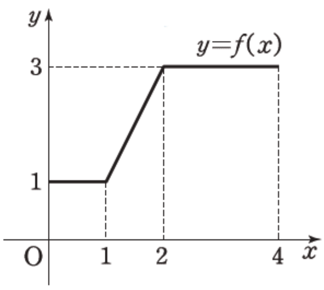
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

022.

닫힌 구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \le x < 1) \\ 2x - 1 & (1 \le x < 2) \\ 3 & (2 \le x \le 4) \end{cases}$$

일 때, $\int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{3x}\, f(3x+1)dx$의 값은?22)



① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{22}{45}$ ③ $\frac{23}{45}$
④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

023.

함수 $f(x)=(2x^2+a)e^x$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최솟값을 m이라 하자.

함수 $g(x)=(2x^2+m)e^x$의 역함수를 $h(x)$라 할 때, $\int_m^{4e} h(x)dx$의 값은?[23]

① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

024.

함수 $f(x)=\sin\pi x$와 이차함수 $g(x)=x(x+1)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\int_{g(x)}^{g(x+1)} f(t)dt$$

라 할 때, 닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는?[24]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

025.

모든 실수 x에서 $f(x)>0$인 이차함수 $f(x)$에 대하여

$$g(x)=-\ln f(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=-\ln 18$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g'(7)\le g'(x)\le g'(1)$이다.

함수 $h(x)=\int_{x}^{x+2} g(t)dt$가 $x=k$에서 최댓값을 가질 때, $\dfrac{k}{e^{g(0)}}$의 값을 구하여라.[25)]
(단, k는 상수이다.)

[미적분 단원평가]

적분법 B3 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	②	03	⑤	04	②	05	③
06	④	07	①	08	64	09	①	10	④
11	②	12	①	13	③	14	④	15	④
16	③	17	⑤	18	⑤	19	②	20	40
21	⑤	22	②	23	④	24	⑤	25	75

3번 해설

구석구석 공부하자.

$$\int \frac{2x+6}{x^2-2x-3}dx = \int \left(\frac{3}{x-3} - \frac{1}{x+1}\right)dx = 3\ln|x-3| - \ln|x+1| + C$$

수능에 출제되거나 할 것 같지는 않지만.

※ $f(x)$는 $x=-1$, $x=3$에서 정의되지 않는다. 따라서

$$f(x) = \begin{cases} 3\ln(-x+3) - \ln(-1-x) + C_3 & (x<-1) \\ 3\ln(-3+3) - \ln(x+1) + C_3 & (-1<x<3) \\ 3\ln(x-3) - \ln(x+1) + C_3 & (3<x) \end{cases}$$

이다.

5번 해설

$\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$, $\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$이다. 좀 해둬..

24번 해설

$g(x+1) - g(x) = 2n$(n은 정수) 또는 $g(x+1) + g(x) = 2m$(m은 정수)이다.

$g(x) = x(x+1)$이므로 $g(x+1) - g(x) = 2(x+1)$이고 $g(x+1) + g(x) = 2(x+1)^2$이다.

$2(x+1) = 2n$(n은 정수)를 만족시키는 x의 값은 -1, 0, 1이고,

$2(x+1)^2 = 2m$(m은 정수)를 만족시키는 x의 값은 -1, 0, $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{3}-1$, 1이다.

따라서 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

25번 해설

조건 (나)에서 $g''(1) = g''(7) = 0$이므로 $f(x) = ax^2 - 8ax + 25a$이고, 조건 (가)에서 $a=1$이다.

$f(x)$가 $x=4$에 대하여 대칭이므로 $g(x)$는 $x=4$에 대하여 대칭이다.

따라서 $h(x)$는 $x=3$에서 최댓값을 가진다. $k=3$이고, $g(0) = -\ln 25$이다.