미적분 단원평가

적분법 [B1]

001.

함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x)=\frac{1}{x}\cos(\ln x)$이고 $f(e^{\pi})=2$일 때, $f(e^{\frac{\pi}{6}})$의 값은 p이다.
$60p$의 값을 구하여라.1)

002.

미분가능한 함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(x)=xf(x)-x^3e^3$, $f(0)=-1$일 때, $f(1)$의 값을 구하여라.2)

① $\frac{3}{2}e-1$　② $\frac{3}{2}e^2-1$　③ $\frac{3}{2}e^3-1$
④ $\frac{3}{2}e^3-2$　⑤ $\frac{3}{2}e^3-3$

003.

함수 $f(x)=\int \frac{2}{x^2-6x+8}dx$에 대하여 $f(6)-f(5)$의 값은?[3)]

① $\ln\frac{3}{2}$　② $\ln 3$　③ $2\ln 3$
④ $\ln 2$　⑤ $2\ln 2$

004.

모든 실수 x에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$f'(x)=2ae^{x+2}-e^x,\quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2$$를

만족할 때, 함수 $f(x)$를 구한 것은?[4)]

① $2e^x-2$　② $4e^x-4$　③ e^x+x-1
④ $e^{2x}-1$　⑤ $2e^{2x}-2$

005.

다음 정적분 중 그 값이 $\int_{a}^{b} \frac{1}{x} dx$와 같은 것은?[5] (단, $0 < a < b$)

① $\int_{a+1}^{b+1} \frac{1}{x} dx$ ② $\int_{2a}^{2b} \frac{1}{x} dx$ ③ $\int_{a^2}^{b^2} \frac{1}{x} dx$

④ $\int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{b}} \frac{1}{x} dx$ ⑤ $\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} \frac{1}{x} dx$

006.

두 함수 $f(x) = |x|$, $g(x) = \sin x - \cos x$에 대하여 $\int_{0}^{\pi} (f \circ g)(x)\, dx$의 값은?[6]

① $-\sqrt{2}$ ② 0 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

007.

함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x)=\sin 2x-\cos x$이고 극댓값이 $\frac{3}{2}$일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은?[7]

$\left(단,\ 0<x<\frac{2}{3}\pi\right)$

① $-\frac{3}{2}$　② $-\frac{1}{4}$　③ 0

④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{5}{4}$

008.

올해부터 t년 후 A도시로 이주해 오는 인원수를 $x(t)$라 하면 x의 증가율은

$$\frac{dx}{dt}=100e^{0.2t}$$

이다. 올해 이주해 온 인원수가 500명이었다면 8년 후의 이주민은 몇 명으로 예상할 수 있는가?[8] (단, $\ln 5=1.6$으로 계산한다.)

① 1500명　② 2000명　③ 2500명

④ 3000명　⑤ 3500명

009.

함수 $f(x)=\begin{cases} \sin x & \left(x \le \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \cos x + a & \left(x > \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$가 모든 실수 x에 대하여 연속일 때,

$\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)dx$의 값을 구하여라.9)

① $\dfrac{\pi}{6}$　② $\dfrac{\pi}{5}$　③ $\dfrac{\pi}{4}$

④ $\dfrac{\pi}{3}$　⑤ $\dfrac{\pi}{2}$

010.

정적분 $\displaystyle\int_0^3 \frac{(x+1)^2}{e^{x^2}}dx - \int_0^3 \frac{(x-1)^2}{e^{x^2}}dx$의 값은?10)

① $-\dfrac{1}{e^9}+3$　② $-\dfrac{1}{e^9}+2$　③ $-\dfrac{2}{e^9}+3$

④ $-\dfrac{2}{e^9}+2$　⑤ $-\dfrac{2}{e^9}+1$

011.

자연수 n에 대하여 $f(n)=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{n}x}{1+\cos x}dx$일 때, $f(1)+f(2)$의 값은?11)

① 1　　② $\frac{\pi}{2}$　　③ $\ln 2+\frac{\pi}{2}-1$

④ $\ln 2+\frac{\pi}{2}$　　⑤ π

012.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x)=\begin{cases}2xe^{x^2} & (x<0)\\ 1+\cos x & (x>0)\end{cases}$$

일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?12)

ㄱ. 함수 $f(x)$는 열린 구간 $(0,\ \infty)$에서 증가한다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 가진다.
ㄷ. $f(-1)=e$이면 $f(\pi)=\pi+1$이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

013.

임의의 실수 a, b에 대하여 연산 ◎를

$$a◎b=\begin{cases} a & (a \geq b) \\ b & (a < b) \end{cases}$$

로 정의할 때, 정적분 $\int_{1}^{4}(1◎\ln x)dx$의 값은?13)

① $e-5$ ② e ③ $e+8\ln 2-5$

④ 4 ⑤ e^2

014.

함수 $f(x)$가 $f(x)=\cos\pi x+\int_{0}^{1}(x-t)f(t)dt$를 만족할 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{q}{p\pi^2}$이다.

$p+q$의 값을 구하여라.14) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

015.

$\lim_{x\to1}\frac{1}{x^3-1}\int_1^x (3^t+\ln t)dt$의 값은?[15)]

① 1　　② 2　　③ 3
④ $3+\ln 3$　　⑤ $9+2\ln 3$

016.

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}\{(n+2)^2+(n+4)^2+\cdots+(n+2n)^2\}$의 값은?[16)]

① 4　　② $\frac{13}{3}$　　③ $\frac{14}{3}$
④ 5　　⑤ $\frac{16}{3}$

017.

두 곡선 $y=\sin x$와 $y=\sin^3 x$로 둘러싸인 부분의 넓이는 a이다. $60a$의 값을 구하여라.17)
$\left(단,\ 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}\right)$

018.

자연수 n에 대하여 구간 $\left[0,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$에서 두 곡선 $y=\dfrac{1}{n}\cos x$, $y=\dfrac{1}{n+1}\cos x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k$의 값을 구하여라.18)

019.

$0 \le x \le 2\pi$에서 두 곡선 $y = \sin x$, $y = \cos x$의 교점의 x좌표를 α, $\beta(\alpha < \beta)$라 할 때, 직선 $x = t(\alpha \le t \le \beta)$와 이 두 곡선이 만나서 생기는 선분을 한 변으로 하는 정삼각형이 움직여서 생기는 입체도형의 부피가 $a\pi$일 때, $64a^2$의 값을 구하여라.19)

020.

$x > 0$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때

$$F(x) = xf(x) - \frac{1}{2}x^2 + \ln x, \quad f(2) = \frac{7}{2}$$

이 성립한다고 한다. 이때 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여라.20)

021.

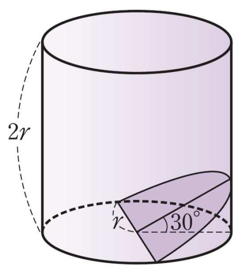
정적분 $\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{4x^4+4x^2+1}dx$의 값은?21)

① $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi - \frac{\sqrt{2}}{4}$　② $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$　③ $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi + \frac{\sqrt{2}}{4}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2}$

022.

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥이 있다. 이 원기둥을 밑면의 중심을 지나고 밑면과 30°의 각을 이루는 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중 작은 쪽의 부피를 구한 것은?22)



① $\frac{2\sqrt{2}}{9}r^3$　② $\frac{1}{3}r^3$　③ $\frac{2\sqrt{3}}{9}r^3$

④ $\frac{4}{9}r^3$　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}r^3$

023.

함수 $f(x)=\int e^{x}\sin 2x\,dx$에 대하여 $f(0)=0$일 때, $f(\pi)$의 값은?[23)]

① $\frac{2}{5}(1-e^{\pi})$ ② $\frac{2}{5}(2-e^{\pi})$ ③ $\frac{2}{5}(3-e^{\pi})$
④ $\frac{2}{5}(4-e^{\pi})$ ⑤ $\frac{2}{5}(5-e^{\pi})$

024.

구간 $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$에서 정의된 함수 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^{2}x$에 대하여
보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[24)]

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$의 근은 1개다.
ㄴ. 최댓값은 1, 최솟값이 -1이다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$이다.

① ㄷ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

025.

실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. $y=f(x)$가 두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 1)$을 지나고, 이 곡선과 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{2}{5}$이다.

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_{0}^{1} g'(\sqrt{x})dx$의 값은?[25)]

① $\frac{3}{5}$　② $\frac{4}{5}$　③ 1

④ $\frac{6}{5}$　⑤ $\frac{7}{5}$

[미적분 단원평가]

적분법 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	150	02	③	03	①	04	①	05	②
06	④	07	⑤	08	③	09	⑤	10	④
11	③	12	⑤	13	③	14	37	15	①
16	②	17	20	18	1	19	12	20	3
21	③	22	③	23	①	24	①	25	②

21번 해설

$\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{(2x^2+1)^2}dx$에서 $2x^2=\tan^2\theta$가 되도록, 즉, $x=\frac{\tan\theta}{\sqrt{2}}$로 치환하자.

정적분은 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(\tan^2\theta+1)^2}\left(\frac{\sec^2\theta}{\sqrt{2}}d\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos^2\theta d\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1+\cos 2\theta}{2}d\theta$이다.

※ 삼각치환, 배각공식이 필요하다. 공부해두자.

22번 해설

밑면의 중심을 원점으로 하고, 밑면과 단면의 교선을 x축이라 하자. 부피를 구하는 입체는 x값 $-r$에서 r까지 존재하고 x축에 수직인 평면으로 잘랐을 때, 입체의 단면의 넓이는

$S(x)=\frac{1}{2}\times\sqrt{r^2-x^2}\times\frac{\sqrt{r^2-x^2}}{\sqrt{3}}$이므로 구하는 부피는 $\int_{-r}^{r}\frac{\sqrt{3}}{6}(r^2-x^2)dx$이다.

24번 해설

ㄱ역 : $f(x)=\cos x(\sqrt{3}\sin x-\cos x)$이다. $f(x)=0$의 근은 $\frac{\pi}{6}$와 $\frac{\pi}{2}$이다.

ㄴ은 : $\sin 2x=2\sin x\cos x$, $\cos 2x=2\cos^2 x-1$이므로 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}$이다.

합성 때리면 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}$이다. $x=0$일 때 최소 -1, $x=\frac{\pi}{3}$일 때 최대 $\frac{1}{2}$이다.

ㄷ근 : 구하는 넓이는 $-\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left\{\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\right\}dx+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\right\}dx$이다.

※ 삼각함수의 합성, 배각공식이 필요하다. 공부해두자.

25번 해설

$\int_0^1 g'(\sqrt{x})dx$에서 $\sqrt{x}=t$로 치환하면, $x=t^2$에서 $dx=2tdt$이므로 $\int_0^1 2tg'(t)dt$이다.

다시 부분적분법에 의해 $[2tg(t)]_0^1-\int_0^1 2g(t)dt$이다.

1) 150

2) ③

3) ①

4) ①

5) ②

6) ④

7) ⑤

8) ③

9) ⑤

10) ④

11) ③

12) ⑤

13) ③

14) 37

15) ①

16) ②

17) 20

18) 1

19) 12

20) 3

21) ③

$\int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{(2x^2+1)^2}dx$에서 $2x^2=\tan^2\theta$가 되도록, 즉, $x=\frac{\tan\theta}{\sqrt{2}}$로 치환하자.

정적분은 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(\tan^2\theta+1)^2}\left(\frac{\sec^2\theta}{\sqrt{2}}d\theta\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos^2\theta d\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1+\cos2\theta}{2}d\theta$이다.

※ 삼각치환, 배각공식이 필요하다. 공부해두자.

22) ③

밑면의 중심을 원점으로 하고, 밑면과 단면의 교선을 x축이라 하자. 부피를 구하는 입체는 x값 $-r$에서 r까지 존재하고 x축에 수직인 평면으로 잘랐을 때, 입체의 단면의 넓이는

$S(x)=\frac{1}{2}\times\sqrt{r^2-x^2}\times\frac{\sqrt{r^2-x^2}}{\sqrt{3}}$이므로 구하는 부피는 $\int_{-r}^{r}\frac{\sqrt{3}}{6}(r^2-x^2)dx$이다.

23) ①

24) ①

ㄱ역 : $f(x)=\cos x(\sqrt{3}\sin x-\cos x)$이다. $f(x)=0$의 근은 $\frac{\pi}{6}$와 $\frac{\pi}{2}$이다.

ㄴ은 : $\sin2x=2\sin x\cos x$, $\cos2x=2\cos^2x-1$이므로 $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2x-\frac{1+\cos2x}{2}$이다.

합성 때리면 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}$이다. $x=0$일 때 최소 -1, $x=\frac{\pi}{3}$일 때 최대 $\frac{1}{2}$이다.

디글 : 구하는 넓이는 $-\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\left\{\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\right\}dx+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\right\}dx$이다.

※ 삼각함수의 합성, 배각공식이 필요하다. 공부해두자.

25) ②

$\int_{0}^{1}g'(\sqrt{x})dx$에서 $\sqrt{x}=t$로 치환하면, $x=t^2$에서 $dx=2tdt$이므로 $\int_{0}^{1}2tg'(t)dt$이다.

다시 부분적분법에 의해 $[2tg(t)]_0^1-\int_{0}^{1}2g(t)dt$이다.