미적분 단원평가

미분법 [B3]

001.

다음 중 옳은 것은?1)

① $\lim_{x \to 0+} \log_5 x = \infty$　② $\lim_{x \to \infty} \log_{\frac{1}{4}} x = 0$　③ $\lim_{x \to \infty} 3^x = -\infty$

④ $\lim_{x \to -\infty} 3^x = 0$　⑤ $\lim_{x \to \infty} \log_{\frac{1}{4}} x = \infty$

002.

$\cos A = \frac{4}{5}$, $\cos B = \frac{3}{5}$일 때, $\sin(A-B) - \cos(A+B)$의 값은?2)

(단, $0 < A < \frac{\pi}{2}$, $\frac{3}{2}\pi < B < 2\pi$)

① $-\frac{7}{25}$　② $-\frac{1}{25}$　③ $\frac{1}{25}$

④ $\frac{3}{25}$　⑤ $\frac{7}{25}$

003.

$\lim_{x \to \infty} \left\{ \left(1+\frac{1}{2x}\right)\left(1+\frac{1}{3x}\right) \right\}^{6x}$ 의 값은?3)

① e^2 ② e^3 ③ e^4

④ e^5 ⑤ e^6

004.

함수 $f(x) = \log_2 4x - 3x + 1$에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1}$의 값은?4)

① $\frac{1}{\ln 2} - 3$ ② $\frac{1}{\ln 2} - 2$ ③ 0

④ $\ln 2 - 3$ ⑤ $\ln 2 - 2$

005.

$\lim_{x\to 0}\frac{x(\sin 5x+\sin x)}{\sec^2 x-1}$의 값은?[5)]

① 3　　② 4　　③ 5
④ 6　　⑤ 7

006.

함수 $f(x)=\begin{cases}5+a\ln x & (0<x\le 1)\\ bx+3 & (x>1)\end{cases}$가 $x=1$에서 미분가능할 때,
두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?[6)]

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

007.

함수 $f(x)=\lim_{h\to0}\dfrac{x^2\sin(x+h)-x^2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}{h}$에 대하여 $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$의 값은?[7)]

① $-\pi^2$　　② $-\dfrac{\pi^2}{4}$　　③ 0

④ $\dfrac{\pi^2}{4}$　　⑤ π^2

008.

곡선 $y=\sin x\cos x$ 위의 점 $\left(\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$에서의 접선의 기울기를 m이라 할 때, m^2의 값은?[8)]

① $\dfrac{3}{16}$　　② $\dfrac{1}{4}$　　③ $\dfrac{1}{2}$

④ $\dfrac{3}{4}$　　⑤ 1

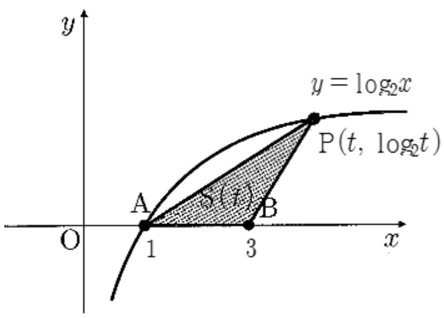
009.

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{\ln(1+x)}=3$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)+e^x-1}{\ln(1+x)}$의 값은?9)

① 0　　② 1　　③ 2
④ 3　　⑤ 4

010.

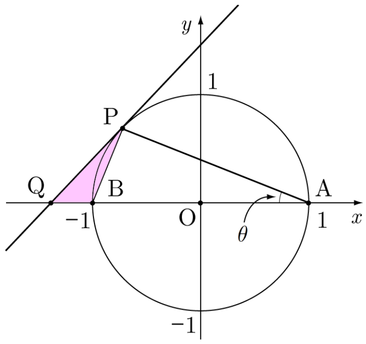
곡선 $y=\log_2 x$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(t,\ \log_2 t)$와 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ 0)$에 대하여 삼각형 PAB의 넓이를 $S(t)$라고 할 때, $\lim_{t\to1+}\frac{t-1}{S(t)}$의 값을 구하면?10)



① $\frac{1}{\ln2}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ $\ln2$
④ 2　　⑤ 4

011.

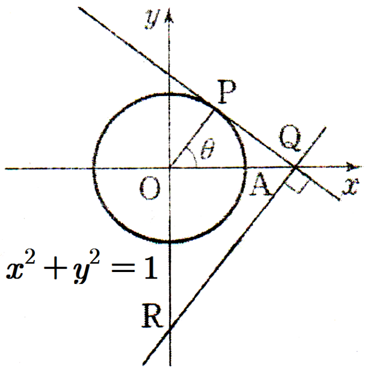
원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 A$(1, 0)$, B$(-1, 0)$과 원점 O에 대하여 $\angle PAO=\theta$라고 할 때, 삼각형 PBQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. 이때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은?11)



① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

012.

그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라고 하자. 직선 PQ와 수직이고 점 Q를 지나는 직선이 y축과 만나는 점을 R이라 하자. 점 A$(1, 0)$에 대하여 $\angle POA=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\overline{QR}-\overline{OP}}{\overline{AQ}}$의 값은?12)
(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이고, O는 원점이다.)



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

013.

함수 $f(x) = ax + 2x^2 \ln x - 3x^2$가 $x > 0$에서 증가할 때, 상수 a의 값의 범위는?13)

① $a \leq -1$　② $a \geq -1$　③ $a \leq 4$
④ $a \geq 4$　⑤ $a \leq -4$

014.

두 방정식 $\ln x - 2 = kx$, $e^{x+3} = kx$가 모두 실근을 갖지 않도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $a < k < b$일 때, ab의 값은?14)

① $\frac{1}{e^2}$　② $\frac{1}{e}$　③ 1
④ e　⑤ e^2

015.

함수 $f(x)=\sqrt{x^3+x^2+x+1}$에 대하여 함수 $f(x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $g'(2)$의 값은?[15)]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

016.

닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?[16)]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

017.

좌표평면에서 곡선 $y=\sin^5 x\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$의 변곡점의 x좌표를 a라 할 때, $\tan^4 a$의 값을 구하여라.[17)]

018.

좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(4,\ 4)$와 곡선 $y=\frac{1}{x}$ 위의 점 P에 대하여 AP의 길이의 최솟값은?[18)]

① $2\sqrt{2}$　　② 3　　③ $\sqrt{10}$
④ $2\sqrt{3}$　　⑤ $\sqrt{14}$

019.

미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 등식

$$f(x)-g(x)=\cos x-\frac{1}{12}x^2$$

을 만족시킬 때, 방정식 $\frac{g'(x)}{f'(x)}+\frac{f'(x)}{g'(x)}=2$의 근의 개수는?[19]

(단, $f'(x)g'(x)=0$을 만족시키는 x의 값은 존재하지 않는다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

020.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 일대일 대응 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(4)=f'(4)=2,\ g(1)=g'(1)=2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 역함수 $h(x)$에 대하여 $k(x)=(h\circ g)(x)$일 때, $k(1)+k'(1)$의 값은?[20]

① 7 ② $\frac{13}{2}$ ③ 6
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 5

021.

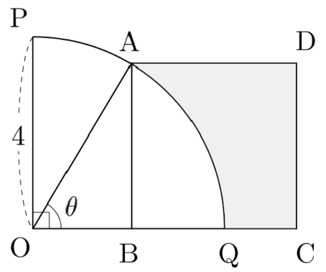
함수 $f(x)=|x^2-1|e^{-x}$에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[21)]

ㄱ. $f'(0)=-1$
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄷ. 양수 k에 대하여 방정식 $f(x)=k$의 실근의 개수의 최솟값은 2이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

022.

아래 그림의 OP, OQ는 반지름의 길이가 4인 사분원의 반지름이고, 선분 AB는 반지름 OP에 평행하며, 사각형 ABCD는 정사각형이다. $\angle AOB=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$라 할 때, 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되도록 하는 θ에 대하여 $\tan\theta$의 값은?[22)]



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ 4

023.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 두 상수 a, b에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+a)=f(x)+b$이다.
> (나) $-a \le x \le 0$일 때, $f(x)=x^2e^x$이다.

ab의 값은?[23] (단, $0<x<e$)

① $-\dfrac{8}{e^2}$　② $-\dfrac{8}{e}$　③ $-\dfrac{4}{e^2}$
④ $-\dfrac{4}{e}$　⑤ $-\dfrac{2}{e^2}$

024.

함수 $f(x)=\begin{cases}(x-2)^2e^x+k & (x \ge 0) \\ -x^2 & (x<0)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)|-f(x)$가 다음 조건을 만족하도록 하는 정수 k의 개수는?[24]

> (가) 함수 $g(x)$는 모든 실수에서 연속이다.
> (나) 함수 $g(x)$는 미분가능하지 않은 점이 2개다.

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

025.

함수 $f(x)=x^2e^{ax}\,(a<0)$에 대하여 부등식 $f(x)\geq t\,(t>0)$을 만족시키는 x의 최댓값을 $g(t)$라 정의하자. 함수 $g(t)$가 $t=\dfrac{16}{e^2}$에서 불연속일 때, $100a^2$의 값을 구하여라.[25] (단, $\lim_{x\to\infty}f(x)=0$)

[미적분 단원평가]

미분법 B3 정답표

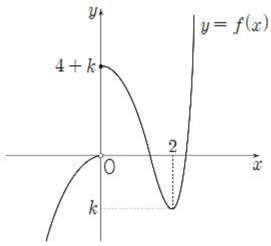
문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	④	04	①	05	④
06	④	07	②	08	②	09	⑤	10	③
11	①	12	⑤	13	④	14	④	15	①
16	③	17	16	18	⑤	19	③	20	⑤
21	①	22	④	23	①	24	①	25	25

23번 해설

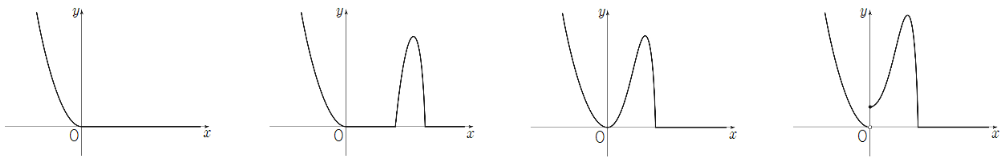
잘라서 평행이동으로 이어붙이는 함수이다.
실수 전체에서 미분가능하려면 $f'(0)=f'(a)$이어야 한다.

24번 해설

$y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$g(x)=\begin{cases} 0 & (f(x)\geq 0) \\ -2f(x) & (f(x)<0) \end{cases}$이므로 k의 값의 범위에 따라 $y=g(x)$의 그래프를 그리면

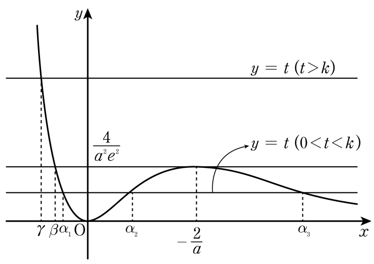


$k\geq 0$일 때　　$-4<k<0$일 때　　$k=-4$일 때　　$k<-4$일 때

미분가능하지 않은 점의 개수는 각각 0, 2, 1, 2이다. 조건을 만족하는 k의 범위는 $-4<k<0$이다.

25번 해설

$f(x)=x^2e^{ax}\,(a<0)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



i) $0<t<k$일 때, 그림을 쨰려보자. $g(t)=\alpha_3$이다.

ii) $t=k$일 때, $g(t)=-\dfrac{2}{a}$이다.

iii) $t>k$일 때, $f(\gamma)=t$의 실근을 γ라 하면 $g(t)=\gamma$이다.

$g(t)$는 $0<t<k$, $t>k$인 모든 점에서 연속함수이므로
$t=k$에서의 연속성을 조사하면 된다.

$\lim\limits_{t\to k-}g(t)=-\dfrac{2}{a}$에서 $a<0$이므로 $-\dfrac{2}{a}>0$

$\lim\limits_{t\to k+}g(t)=\beta$에서 $\beta<0$이므로 $\lim\limits_{t\to k-}g(t)\neq\lim\limits_{t\to k+}g(t)$이다.

따라서 함수 $g(t)$는 $t=k$에서만 불연속이다. $k=\dfrac{4}{a^2e^2}=\dfrac{16}{e^2}$이므로 $a^2=\dfrac{1}{4}$이다.

1) ④

2) ③

3) ④

4) ①

5) ④

6) ④

7) ②

8) ②

9) ⑤

10) ③

11) ①

12) ⑤

13) ④

14) ④

15) ①

16) ③

17) 16

18) ⑤

19) ③

20) ⑤

21) ①

22) ④

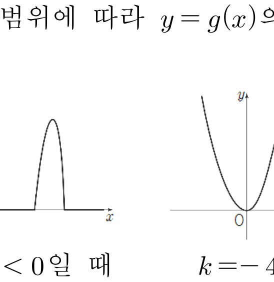
23) ①

잘라서 평행이동으로 이어붙이는 함수이다.

실수 전체에서 미분가능하려면 $f'(0)=f'(a)$이어야 한다.

24) ①

$y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.



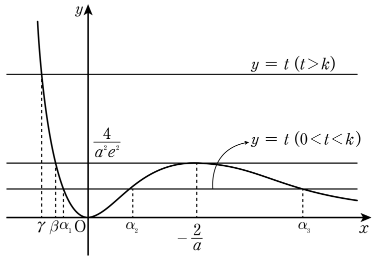
$g(x)=\begin{cases} 0 & (f(x)\geq 0) \\ -2f(x) & (f(x)<0) \end{cases}$이므로 k의 값의 범위에 따라 $y=g(x)$의 그래프를 그리면

$k\geq 0$일 때　$-4<k<0$일 때　$k=-4$일 때　$k<-4$일 때

미분가능하지 않은 점의 개수는 각각 0, 2, 1, 2이다. 조건을 만족하는 k의 범위는 $-4<k<0$이다.

25) 25

$f(x)=x^2e^{ax}\,(a<0)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



i) $0<t<k$일 때, 그림을 째려보자. $g(t)=\alpha_3$이다.

ii) $t=k$일 때, $g(t)=-\dfrac{2}{a}$이다.

iii) $t>k$일 때, $f(\gamma)=t$의 실근을 γ라 하면 $g(t)=\gamma$이다.

$g(t)$는 $0<t<k$, $t>k$인 모든 점에서 연속함수이므로

$t=k$에서의 연속성을 조사하면 된다.

$\lim\limits_{t\to k-}g(t)=-\dfrac{2}{a}$에서 $a<0$이므로 $-\dfrac{2}{a}>0$

$\lim\limits_{t\to k+}g(t)=\beta$에서 $\beta<0$이므로 $\lim\limits_{t\to k-}g(t)\neq\lim\limits_{t\to k+}g(t)$이다.

따라서 함수 $g(t)$는 $t=k$에서만 불연속이다. $k=\dfrac{4}{a^2e^2}=\dfrac{16}{e^2}$이므로 $a^2=\dfrac{1}{4}$이다.