미적분 단원평가

미분법 [B1]

001.

1이 아닌 양수 a와 상수 b에 대하여 $\lim_{x\to0}\frac{a^x+b}{\ln(2x+1)}=\ln5$일 때, $a+b$의 값은?[1)]

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

002.

$f(x)=x^2+\ln x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}n\left\{f\left(1+\frac{1}{n}\right)-f\left(1-\frac{1}{n}\right)\right\}$의 값은?[2)]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

003.

$0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식

$$4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+3\cos x=0$$

을 만족시키는 모든 실근의 합은?3)

① $\frac{3}{2}\pi$　② 2π　③ $\frac{5}{2}\pi$

④ 3π　⑤ $\frac{7}{2}\pi$

004.

두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x \to 0}\frac{\sin 6x}{\sqrt{ax+b}-2}=3$일 때, $a+b$의 값은?4) (단, $a \ne 0$)

① 8　② 10　③ 12

④ 14　⑤ 16

005.

함수 $f(x)=a\cos x+b\sin x$에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)-6}{x-\frac{\pi}{2}}=4$일 때, $a+b$의 값은?[5)]

(단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

006.

함수 $f(x)=\dfrac{ax}{x^2+3}$에 대하여

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{3}{4},\quad \lim_{h\to0}\frac{f(h)}{h}=b$$

일 때, $a+b$의 값은?[6)] (단, a, b는 상수이다.)

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

007.

$0 < x < 2\pi$에서 정의된 함수 $f(x) = \ln(1+\cos^2 x)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기가 $\dfrac{4\cos a}{7}$가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?7)

① 3π　② $\dfrac{7}{2}\pi$　③ 4π

④ $\dfrac{9}{2}\pi$　⑤ 5π

008.

매개변수 $t(t > 0)$으로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{1-t}{1+t},\ y = \frac{t^2}{1+t}$$

에 대하여 $t = n$(n은 자연수)에 대응하는 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기를 $f(n)$이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f(n)}$의 값은?8)

① $-\dfrac{3}{2}$　② $-\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{1}{2}$

④ $\dfrac{3}{2}$　⑤ $\dfrac{5}{2}$

009.

곡선 $x^2+xy-y^2=4$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선의 기울기가 모두 3일 때, 두 점 A, B 사이의 거리는?[9)]

① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

010.

미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가

$$\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-1}{x-2}=8$$

을 만족시킬 때, 함수 $\{f(x)\}^2$의 $x=1$에서의 미분계수는?[10)]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

011.

곡선 $f(x)=x\ln(ex+a)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선의 기울기가 1일 때,
$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)-1}{x}$의 값은?[11)] (단, a는 상수이다.)

① 1　② 2　③ e
④ 4　⑤ $2e$

012.

곡선 $y=\ln x$에 접하고 직선 $2x+y+1=0$에 수직인 직선의 방정식이 $y=ax+b$일 때,
$a+b$의 값은?[12)] (단, a, b는 상수이다.)

① $\ln 2-1$　② $\ln 2-\frac{1}{2}$　③ $\ln 2$
④ $\ln 2+\frac{1}{2}$　⑤ $\ln 2+1$

013.

함수 $f(x)=ax-2\sin 2x$가 열린구간 $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최솟값은?[13)]

① 2　　② 4　　③ 6
④ 8　　⑤ 10

014.

열린구간 $(0,\ 2\pi)$에서 함수 $f(x)=\frac{\sin x}{\cos x+2}$가 극값을 갖는 서로 다른 실수 x의 개수는?[14)]

① 2　　② 3　　③ 4
④ 5　　⑤ 6

015.

곡선 $f(x)=\cos^2 x(-k\pi < x < k\pi)$가 서로 다른 두 실수 a, b에 대하여

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) > \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

를 만족시킬 때, 양의 유리수 k의 최댓값은?15)

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

016.

닫힌구간 $[1,\ 4e^2]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\ln x+\frac{a}{x}$$

가 $x=2$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.
$M-m$의 값은?16)

① $\ln 2+1+\frac{1}{2e^2}$　② $\ln 3+1+\frac{1}{3e^2}$　③ $\ln 4+1+\frac{1}{4e^2}$

④ $\ln 5+1+\frac{1}{5e^2}$　⑤ $\ln 6+1+\frac{1}{6e^2}$

017.

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$\frac{x}{x^2+1} \geq a$$

가 성립하도록 하는 실수 a의 최댓값은?17)

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$

④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

018.

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \leq t \leq 2\pi)$에서의 좌표 $(x,\ y)$가

$$x = 2t - \sin t,\ \ y = 2t - \cos t$$

로 주어질 때, 점 P의 속력의 최댓값은 $t = a$일 때이다. a의 값은?18)

① 0 ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π

④ $\frac{7}{4}\pi$ ⑤ 2π

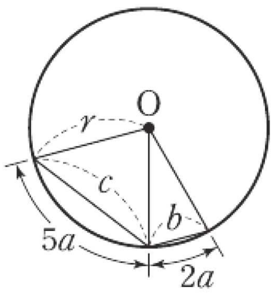
019.

세 양수 a, b, c에 대하여 $\lim_{x\to\infty} x^a \ln\left(b+\frac{c}{x^2}\right)=2$일 때, $a+b+c$의 값은?[19)]

① 5　　② 6　　③ 7
④ 8　　⑤ 9

020.

그림과 같이 반지름의 길이가 r인 원 O에서 길이가 $2a$, $5a$인 호에 대한 현의 길이를 각각 b, c라 할 때, $\lim_{a\to 0+}\frac{b+c}{a}$의 값은?[20)]



① 5　　② $\frac{11}{2}$　　③ 6
④ $\frac{13}{2}$　　⑤ 7

021.

원점에서 곡선 $y=(x+a)e^{-x}$에 오직 하나의 접선을 그을 수 있을 때, 상수 a의 값은?[21)]
(단, $a \neq 0$)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

022.

함수 $f(x)=e^{-x}(\sin x+\cos x)\,(x>0)$가 극대일 때의 x의 값을 작은 것부터 차례대로 x_1, x_2, x_3, $\cdots$이라 하면 $x_{20}-x_{10}=k\pi$이다. 이때 상수 k의 값을 구하여라.[22)]

023.

함수 $f(x)=3x^2+a\cos x$의 그래프가 변곡점을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수를 구하여라.23) (단, $a\neq 0$)

024.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $f(x)=xe^x$, $g(x)=-x^2+k$일 때, 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 부등식 $f(x_1)\geq g(x_2)$가 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값은?24)

① $-\dfrac{5}{e}$　② $-\dfrac{4}{e}$　③ $-\dfrac{3}{e}$　④ $-\dfrac{2}{e}$　⑤ $-\dfrac{1}{e}$

025.

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치가 각각 $f(t)=e^{2t}$, $g(t)=kt^2$이다. 두 점 P, Q의 속도가 같은 시각이 한 번뿐일 때, 상수 k의 값은?[25)]

① e　　② $2e$　　③ $3e$

④ $4e$　　⑤ $5e$

[미적분 단원평가]

미분법 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	④	02	③	03	④	04	③	05	②
06	②	07	⑤	08	①	09	②	10	②
11	②	12	②	13	②	14	①	15	④
16	①	17	①	18	②	19	①	20	⑤
21	④	22	20	23	12	24	⑤	25	②

22번 해설

$f'(x) = -e^{-x}(\sin x + \cos x) + e^{-x}(\cos x - \sin x) = -2e^{-x}\sin x$

$f''(x) = 2e^{-x}\sin x - 2e^{-x}\cos x = 2e^{-x}(\sin x - \cos x)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = n\pi(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

$x = (2m-1)\pi$(m은 자연수)일 때, $f''(x) > 0$이므로 $f(x)$는 극솟값을 갖고,

$x = 2m\pi$(m은 자연수)일 때, $f''(x) < 0$이므로 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

$x_{10} = 20\pi$, $x_{20} = 40\pi$이므로 $x_{20} - x_{10} = 20\pi$이다.

24번 해설

임의의 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1) \geq g(x_2)$가 성립하려면

$f(x)$의 최솟값이 $g(x)$의 최댓값보다 크거나 같아야 한다.

함수 $f(x)$의 최솟값은 $f(-1) = -\dfrac{1}{e}$이고,

$g(x) = -x^2 + k$의 최댓값은 $g(0) = k$이므로 $k \leq -\dfrac{1}{e}$이다.

25번 해설

시각 t에서의 두 점 P, Q의 속도는 각각 $f'(t) = 2e^{2t}$, $g'(t) = 2kt$이다.

두 점 P, Q의 속도가 같은 시각이 한 번뿐이려면 두 함수 $y = e^{2t}$, $y = kt$의 그래프가 접해야 한다.

접점의 t좌표를 a라 하면

$e^{2a} = ka$ ⋯⋯ ㉠

$2e^{2a} = k$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $a = \dfrac{1}{2}$, $k = 2e$이다.