

미적분 단원평가

미분법 [A2]



001.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2x}\right) \left(1 + \frac{1}{3x}\right) \right\}^x$ 의 값은?1)

- ① $e^{\frac{1}{6}}$ ② $e^{\frac{5}{6}}$ ③ e
- ④ $e^{\frac{4}{3}}$ ⑤ e^5

002.

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \ln(2x+1) - \ln 2x \}$ 의 값을 구하여라.2)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4



003.

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}, \quad C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x}, \quad D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x-1}{x} \text{ 일 때,}$$

다음 중 A, B, C, D 의 대소 관계로 옳은 것은?³⁾

- ① $A < C < B < D$ ② $A < C < D < B$ ③ $A < D < C < B$
④ $C < D < B < A$ ⑤ $D < A < C < B$

004.

함수 $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ 의 값은?⁴⁾

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4



005.

다음 중 옳지 않은 것은?5)

- ① $(e^{x+3})' = e^{x+3}$
- ② $(x^2 e^x)' = (x^2 + 2x)e^x$
- ③ $(\ln 5x)' = \frac{1}{5x}$
- ④ $(\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$
- ⑤ $(x \log x)' = \log x + \frac{1}{\ln 10}$

006.

함수 $f(x) = 2^x \ln x + 3x - 1$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?6)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



007.

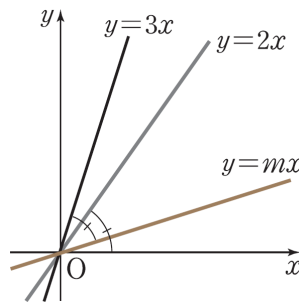
함수 $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?⁷⁾

- ㄱ. 최댓값은 2이다.
- ㄴ. 주기는 2π 이다.
- ㄷ. 그래프는 $y = 2\sin 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{\pi}{6}$ 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

008.

그림과 같이 직선 $y = 2x$ 와 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기와 두 직선 $y = 3x$, $y = mx$ 가 이루는 예각의 크기가 서로 같을 때, 상수 m 의 값은?⁸⁾ (단, $m > 0$)



- ① $\frac{1}{7}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ 1



009.

함수 $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{x^2}$ 에 대하여 $2 \sum_{k=1}^{10} f(k)$ 의 값은? ⁹⁾

- ① 355 ② 365 ③ 375
④ 385 ⑤ 395

010.

$f(x) = \cos x + 4\sin x$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi - 2h) - f(\pi)}{h}$ 의 값을 구하여라. ¹⁰⁾

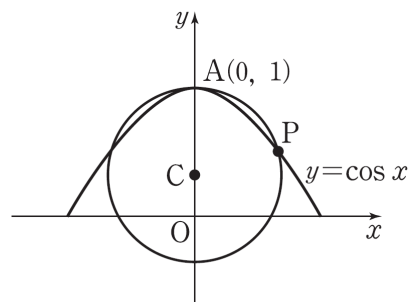


011.

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x+1)^2}{\tan ax} & (x \neq 0) \\ 2 & (x = 0) \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 실수 a 의 값을 구하여라.¹¹⁾

012.

다음 그림과 같이 점 $A(0, 1)$ 과 곡선 $y = \cos x$ 위의 점 P 를 모두 지나면서 중심이 y 축 위에 있는 원이 있다. 점 P 가 곡선을 따라 점 A 에 한없이 가까워질 때, 원의 중심 C 의 좌표는 $(0, a)$ 에 가까워진다. 이때 a 의 값을 구하여라.¹²⁾



- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 5



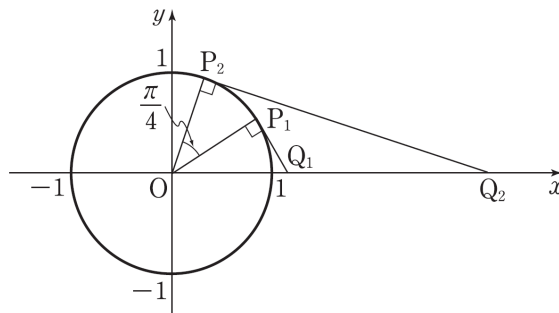
013.

함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ 에 대하여 $f'(1) = 2$, $f'(2) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? ¹³⁾ (단, a , b 는 상수)

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

014.

다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P_1 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_1 이라 할 때, $\triangle OQ_1P_1$ 의 넓이는 $\frac{1}{4}$ 이다. 점 P_1 을 원점 O 를 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시킨 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_2 라 하면 $\triangle OQ_2P_2$ 의 넓이 S 이다. $60S$ 의 값을 구하여라. ¹⁴⁾ (단, 점 P_1 은 제1사분면 위의 점이다.)





015.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 2^{2x} + 2^{3x} + \dots + 2^{10x} - 10}{x}$ 의 값은 $a \ln b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.¹⁵⁾

(단, a, b 는 자연수이다.)

016.

함수 $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x^2 - 1}$ 의 값은?¹⁶⁾

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2
④ e ⑤ $2e$



017.

곡선 $y = \sqrt{ax+b}$ 위의 x 좌표가 2인 점에서의 접선의 방정식이 $x-3y+4=0$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $60(a+b)$ 의 값을 구하여라.¹⁷⁾ (단, $a > 0$)

018.

곡선 $y = e^{x+1} - 1$ 위의 점 P와 두 점 A(0, -2), B(2, 0)으로 만들어지는 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.¹⁸⁾



019.

함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 함수 $g(x) = f(x) + f(1-x)$ 의 극솟값은?19)

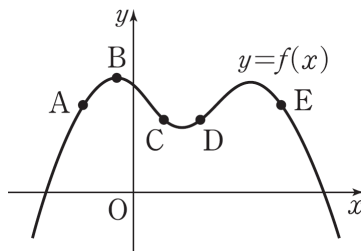
- ① $-2\ln 2$ ② $-\ln 2$ ③ 0
- ④ $\ln 2$ ⑤ $2\ln 2$

020.

미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 두 부등식

$$\frac{dy}{dx} > 0, \quad \frac{d^2y}{dx^2} > 0$$

을 동시에 만족시키는 점은?20)



- ① A ② B ③ C
- ④ D ⑤ E



021.

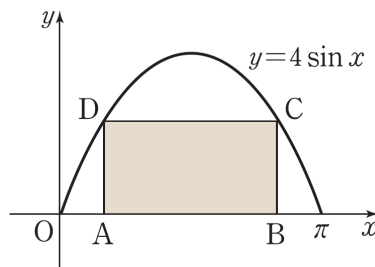
$\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ 에서 함수 $f(x) = a(\log_2 x) \left(\log_2 \frac{x}{8} \right)^2$ 의 최댓값이 4일 때,

함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.²¹⁾ (단, $a > 0$)

- ① -4 ② -6 ③ -8
④ -12 ⑤ -16

022.

다음 그림과 같이 곡선 $y = 4\sin x (0 < x < \pi)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형 ABCD의 둘레의 길이 최대일 때, 선분 AB의 길이는?²²⁾



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$



023.

함수 $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & (x < 0) \\ \cos\pi x + 2x + b & (x \geq 0) \end{cases}$ 가 $x = 0$ 에서 미분가능할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.²³⁾
(단, a, b 는 상수)

024.

곡선 $y = 3x + x \ln x$ 위의 한 점에서의 접선의 기울기가 4인 접선에 대하여
접점을 지나고 이 접선에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 구하여라.²⁴⁾



025.

함수 $f(x) = a \sin x - (a+2)\cos x - 10x$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.²⁵⁾

[미적분 단위평가]
미분법 A2 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	②	02	②	03	③	04	④	05	③
06	⑤	07	③	08	①	09	④	10	8
11	1	12	①	13	①	14	90	15	57
16	②	17	160	18	3	19	②	20	④
21	⑤	22	②	23	2	24	13	25	15

12번 해설

두 점 $(0, a)$, $P(t, \cos t)$ 사이의 거리가 원의 반지름 $1 - a$ 이므로

$$\sqrt{t^2 + (a - \cos t)^2} = 1 - a$$

정리하면 $a = \frac{1 - \cos^2 t - t^2}{2(1 - \cos t)} = \frac{1 + \cos t}{2} - \frac{t^2}{2(1 - \cos t)}$ 이고, $\lim_{t \rightarrow 0} a = 0$ 이다.

※ a 를 $\frac{\sin^2 t - t^2}{2(1 - \cos t)}$ 까지 정리하면 말린다. 이 경우 $\frac{\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 - 1}{2 \times \frac{1 - \cos t}{t^2}}$ 이므로 $\frac{1^2 - 1}{2 \times \frac{1}{2}} = 0$ 으로 수렴한다.

20번 해설

$\frac{d^2 y}{dx^2}$ 는 $\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} y \right)$, 즉, 이계도함수를 의미한다.

보기 중 증가, 아래로 볼록인 점은 D 뿐이다.

25번 해설

실수 전체의 집합에서 감소하므로 $f'(x) \leq 0$ 이다.

$$f'(x) = a \cos x + (a + 2) \sin x - 10 \leq 0$$

에서 $a \cos x + (a + 2) \sin x \leq 10$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 한다.

$$a \cos x + (a + 2) \sin x = \sqrt{a^2 + (a + 2)^2} \sin(x + \alpha)$$

이므로 $\sqrt{a^2 + (a + 2)^2} \leq 10$ 이다.

※ $f'(x) < 0$ 으로 풀면 틀리는 것에 주의.

※ 합성은 그냥 해두자.