미적분 단원평가

수열의 극한 [B1]

001.

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2n+3}-n+1}$ 의 값은?[1]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

002.

수렴하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=2$이고,

$$a_{n+1}=\frac{3n(2n+3)}{(2n-1)(2n+1)}-2a_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이 성립할 때, $\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha$이다. 이때 30α의 값을 구하여라.[2]

003.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = 2, \quad \lim_{n\to\infty} a_n = \infty$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n - 3b_n}{a_n + 2b_n}$의 값은?3)

① -3　② $-\frac{3}{2}$　③ -1

④ $-\frac{1}{3}$　⑤ 1

004.

$0 < a < b$일 때, $\lim_{n\to\infty}(a^n + b^n)^{\frac{1}{n}}$의 값은?4)

① a　② $\frac{a}{2}$　③ 1

④ $\frac{b}{2}$　⑤ b

005.

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$2n^2-1<3n^2a_n<2n^2+1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}60a_n$의 값을 구하여라.[5)]

006.

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[6)]

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}|a_n|=0$이면 수열 $\{a_n\}$은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=0$이면 수열 $\{a_n\}$은 수렴한다.

ㄷ. 두 수열 $\{a_n+b_n\}$, $\{a_n-b_n\}$이 모두 수렴하면
수열 $\{a_n\}$과 수열 $\{b_n\}$은 모두 수렴한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

007.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n a_n}{2^n+5}$이 0이 아닌 실수로 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}$의 값은?[7)]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

008.

급수 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{1+(-1)^k}{3}\right\}^k$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $10p+q$의 값을 구하여라.[8)]

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

009.

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = 3$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^3$의 값을 구하여라.9)

010.

자연수 n에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 (n, n^2)에서의 접선과 y축의 교점의 좌표를 $(0, g(n))$이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{g(n) + g(\sqrt{n^2+n})}{n^2}$의 값은?10)

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

011.

다음 그림과 같이 나열된 수들의 총합이 $n(n+1)(n+2)$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하여라.[11]

$$\begin{array}{ccccc} a_1 & & & & \\ a_2 & a_2 & & & \\ a_3 & a_3 & a_3 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_n & a_n & a_n & \cdots & a_n \end{array}$$

012.

등비수열 $\left\{\left(\frac{x}{4}+1\right)^n\right\}$과 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)^n$이 모두 수렴하도록 하는 x의 값의 범위는?[12]

① $-8<x<0$ ② $-8<x\le 0$ ③ $-8\le x\le 0$
④ $-4<x<0$ ⑤ $-4<x\le 0$

013.

다음 보기의 급수 중 발산하는 것만을 있는 대로 고른 것은?[13)]

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+1}$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+1} - \frac{2n+1}{n+2}\right)$

ㄹ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

014.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[14)]

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} b_n = 2$일 때, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 0$이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{a_n + b_n}$은 발산한다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

015.

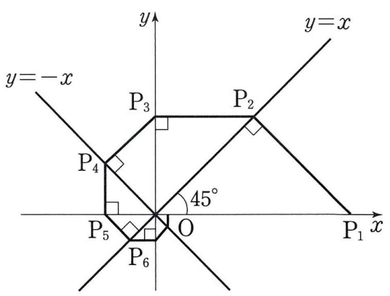
수렴하는 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=\sqrt{3},\ a_2=\sqrt{3\sqrt{3}},\ a_3=\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}},\ \cdots$$

과 같이 정의될 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하여라.15)

016.

다음 그림과 같이 점 $\mathrm{P}_1(2,\ 0)$에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발을 P_2, 점 P_2에서 y축에 내린 수선의 발을 P_3, 점 P_3에서 직선 $y=-x$에 내린 수선의 발을 P_4라 한다. 이와 같은 과정을 한없이 반복할 때, $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2}+\overline{\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3}+\overline{\mathrm{P}_3\mathrm{P}_4}+\cdots$의 합은?16)



① $1+\sqrt{2}$　② $2+\sqrt{2}$　③ $2+2\sqrt{2}$
④ $4+2\sqrt{2}$　⑤ $2+4\sqrt{2}$

017.

수렴하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\left(a_1-\frac{1}{1^2}\right)+\left(a_2-\frac{1+2}{2^2}\right)+\cdots\ +\left(a_n-\frac{1+2+3+\cdots\ +n}{n^2}\right)+\cdots$$

이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}20a_n$의 값을 구하여라.17)

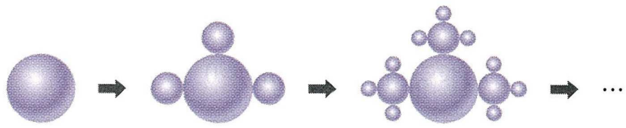
018.

어떤 작물의 경작지 1m^2당 1년 동안 사용하는 농약 속에는 총 36mg의 중금속이 포함되어 있고 연말에 이 경작지에 남아 있는 중금속을 측정하면 항상 전체의 $\frac{3}{4}$은 없어지고 처음 중금속의 양의 $\frac{1}{4}$만 남는다. 이와 같은 농약을 올해부터 사용하기 시작하여 매년 말에 경작지 1m^2당 남아 있는 중금속의 양을 계속해서 측정할 때, 토양에 남아 있는 중금속의 양은 어떤 값에 가까워지겠는가?18)

① 12mg ② 14mg ③ 16mg
④ 18mg ⑤ 20mg

019.

구 모양의 효모 한 개는 자신의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$을 반지름으로 하는 효모 3개를 생성하는 분열을 한다. 반지름의 길이가 1인 효모 한 개가 다음 그림과 같이 계속 분열을 할 때, 모든 효모의 부피의 합은 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하여라.[19] (단, 한 번 분열한 효모는 다시 분열하지 않고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[1회 분열 후]　　[2회 분열 후]

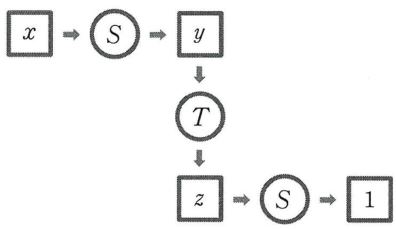
020.

규칙 S를 실수 $a(a>1)$에 대하여 $b=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{a}\right)^n$으로 정의하며 [그림1]과 같이 나타내고 규칙 T를 실수 c에 대하여 $d=16^c$으로 정의하며 [그림2]와 같이 나타내기로 한다.

[그림 1]

[그림 2]

다음 그림의 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{xz}{y}$의 값을 구하여라.[20]



021.

수열 $1,\ -1,\ 1,\ -1,\ 1,\ -1,\ \cdots$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합 S_n에 대하여

$$S=\lim_{n\to\infty}\frac{S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n}{n}$$

이라 할 때, $10S$의 값을 구하여라.[21]

022.

자연수 n에 대하여 원점 O와 점 $(n,\ 0)$을 이은 선분을 밑변으로 하고,

높이가 h_n인 삼각형의 넓이를 a_n이라 하자. 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $\frac{1}{2}$인 등비수열일 때,

다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[22]

ㄱ. 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{1}{2}$이면 $h_n=\frac{1}{n}$

ㄴ. $h_2=\frac{1}{4}$이면 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ㄷ. $h_2<\frac{1}{2}$이면 $\lim_{n\to\infty}nh_n=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

023.

자연수 n에 대하여 집합 A_n을

$$A_n = \left\{ x \middle| \left| \frac{x}{n} - 1 \right| < \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n},\ x\text{는 정수} \right\}$$

로 정의한다. 집합 A_n의 원소의 개수를 a_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{n}$의 값을 구하여라.23)

024.

한 변의 길이가 1인 정삼각형의 각 변을 n등분한 점들을 각 변에 평행한 선분들로 모두 이을 때 만들어지는 도형에서 선분들의 총 길이의 합을 a_n이라 하고 선분들의 교점인 꼭짓점의 총 개수를 b_n이라 하자. 이때 $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n b_n}{n^3}$의 값은?24)

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$

④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

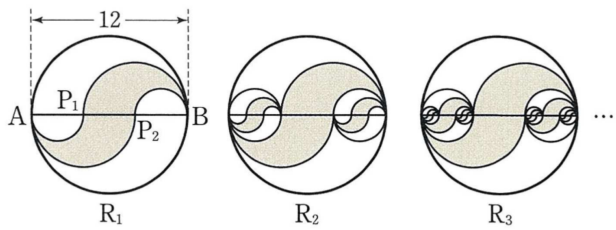
025.

다음 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 원을 그리고, 선분 AB의 3등분점을 각각 P_1, P_2라 하고 선분 AP_1을 지름으로 하는 원의 아래쪽 반원의 호, 선분 AP_2를 지름으로 하는 원의 아래쪽 반원의 호, 선분 P_2B를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의 호, 선분 P_1B를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의 호를 경계로 하여 만든 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 AB 위의 색칠되지 않은 두 선분 AP_1, P_2B를 각각 지름으로 하는 두 원을 그리고, 이 두 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

그림 R_2에서 두 선분 AP_1, P_2B 위의 색칠되지 않은 네 선분을 각각 지름으로 하는 네 원을 그리고, 이 네 원 안에 각각 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 네 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 모든 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?[25)]



① $\frac{87}{7}\pi$ ② $\frac{95}{7}\pi$ ③ $\frac{108}{7}\pi$

④ $\frac{118}{7}\pi$ ⑤ $\frac{125}{7}\pi$

[미적분 단원평가]

수열의 극한 B1 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	①	02	15	03	④	04	⑤	05	40
06	③	07	③	08	54	09	3	10	①
11	3	12	①	13	⑤	14	⑤	15	3
16	③	17	10	18	①	19	47	20	40
21	5	22	⑤	23	2	24	③	25	③