



ToolBOX<sup>+</sup>  
수능수학 최적화 도구상자  
다항함수의 적분법

5A ACADEMY  
SOOHAN



## [TIP01] 도함수와 원함수

도함수를 적분하면 원함수.

### 예제 001 [2015학년도 수능(나형) 26번]

다항함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가  $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다.

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 점  $(0, 6)$ 을 지날 때,  $f(1)$ 의 값을 구하여라.<sup>1)</sup>

### 예제 002 [2012년 7월(나형) 24번]

모든 실수  $x$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가  $3x^2 - 12$ 이고 함수  $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하여라.<sup>2)</sup>



### 예제 003 [한성은 WJ4049번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P(x, f(x))$ 에서의 기울기는  $x = 3$ 에서 최솟값 2를 갖는다.  
 $f(4) - f(2)$ 의 값을 구하여라.<sup>3)</sup>



## [TIP02] 정적분의 성질

아래 문제 풀 수 있으면 될 듯.

예제 004 [2015년 10월(나형) 23번]

$\int_0^{10} (x+1)^2 dx - \int_0^{10} (x-1)^2 dx$ 의 값을 구하여라.<sup>4)</sup>

예제 005

정적분  $\int_0^1 \frac{x^4}{x^2+1} dx + \int_1^0 \frac{1}{t^2+1} dt$ 의 값은?<sup>5)</sup>

①  $-\frac{5}{6}$

②  $-\frac{2}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{2}{3}$

⑤  $\frac{5}{6}$



## [TIP03] 정적분의 구간

애도.

예제 006 [2019학년도 수능(나형) 25번]

$\int_1^4 (x + |x - 3|) dx$ 의 값을 구하여라.<sup>6)</sup>

예제 007 [2017년 10월(나형) 16번]

함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자. 양의 실수  $a$ 에 대하여  $\int_{-a}^a f(x) dx$ 의 최댓값은?<sup>7)</sup>

- ① 5                      ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{17}{3}$
- ④ 6                      ⑤  $\frac{19}{3}$



## [TIP04] 기함수/우함수의 적분

- ① 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 이면  $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ 이다.
- ② 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 이면  $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ 이다.

### 예제 008 [2019년 10월(나형) 6번]

$\int_{-3}^3 (x^3 + 4x^2)dx + \int_3^{-3} (x^3 + x^2)dx$ 의 값은?⁸)

- ① 36                      ② 42                      ③ 48  
 ④ 54                      ⑤ 60

### 예제 009 [2018년 대구 11월(나형) 9번]

$\int_{-a}^a (5x^3 + 3x^2 + 4x + a)dx = (a+1)^2$ 을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은?⁹)

- ①  $-1$                       ②  $-\frac{1}{2}$                       ③  $-\frac{1}{3}$   
 ④  $-\frac{1}{4}$                       ⑤  $-\frac{1}{5}$



예제 010 [2016학년도 수능(나형) 20번]

두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수  $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때,  $h(3)$ 의 값은?<sup>10)</sup>

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5



## [TIP05] 미분과 적분

$$\textcircled{1} \int \frac{d}{dx} f(x) dx = f(x) + C$$

$$\textcircled{2} \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

### 예제 011 [2012년 7월(나형) 5번]

함수  $f(x) = \int (x^2 + 2x) dx$  일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$  의 값은? <sup>(11)</sup>

- ① 14                      ② 16                      ③ 18  
 ④ 20                      ⑤ 22

### 예제 012 [2019학년도 수능(나형) 14번]

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때,  $f'(a)$ 의 값은? <sup>(12)</sup> (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5





## [TIP06] 정적분으로 정의된 함수의 극한

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt = f(a)$$

### 예제 013 [2012년 10월(나형) 26번]

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x (t^2 + 3t - 2) dt \text{의 값을 구하여라.}^{13)}$$

### 예제 014 [2012년 7월(나형) 13번]

다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x f(t) dt - f(x)}{x^2 - 1} = 2$$

를 만족할 때,  $f'(1)$ 의 값은?<sup>14)</sup>

- ① -4                      ② -3                      ③ -2  
 ④ -1                      ⑤ 0





### 예제 017 [한성은 SH4760번]

실수  $a$ 와 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_a^x (x-t)f(t)dt = x^4 - x^3 - x^2 + x$$

을 만족시킨다.  $f(a)$ 의 값은? <sup>(17)</sup>

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10



## [TIP08] 정적분과 항등식2

항등식에  $\int_a^b f(t)dt$ 가 보이면

①  $\int_a^b f(t)dt = k$ 라 둔다.

②  $\int_a^b f(t)dt = k$ 를 푼다.

### 예제 018 [2013년 7월(나형) 12번]

함수  $f(x)$ 가  $f(x) = x^2 - 2x + \int_0^1 tf(t)dt$ 를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은?<sup>18)</sup>

- ①  $\frac{13}{6}$                       ②  $\frac{5}{2}$                       ③  $\frac{17}{6}$   
 ④  $\frac{19}{6}$                       ⑤  $\frac{7}{2}$

### 예제 019 [2014학년도 9월(A형) 28번]

다항함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 - 2x^2 - 2x \int_0^1 f(t)dt$$

일 때,  $f(0) = a$ 라 하자.  $60a$ 의 값을 구하여라.<sup>19)</sup>



## 예제 020 [한성은 TY6314번]

다항함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = 3x^2 + x \int_0^2 t f'(t) dt + \int_0^2 f(t) dt$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은?20)

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
④ 11                      ⑤ 12



## [TIP09] 정적분과 항등식

차수를 조사하자.

### 예제 021 [한성은 HU4251번]

다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x \{f(x) + f(t)\} dt = 2 \int_1^x t f'(t) dt$$

를 만족시킨다.  $f(0) = 2$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하여라.<sup>21)</sup>

### 예제 022 [2020학년도 수능(나형) 28번]

다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\int_1^x f(t) dt = \frac{x-1}{2} \{f(x) + f(1)\}$ 이다.

(나)  $\int_0^2 f(x) dx = 5 \int_{-1}^1 x f(x) dx$

$f(0) = 1$ 일 때,  $f(4)$ 의 값을 구하여라.<sup>22)</sup>



## [TIP10] 정적분으로 정의된 함수의 미분

$\int_a^x f(t)dt$ 를 미분하면  $f(x)$ 이다.

### 예제 023 [2013학년도 수능(나형) 21번]

삼차함수  $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수  $a$ 의 최솟값은?23)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5



## [TIP11] 도함수의 넓이

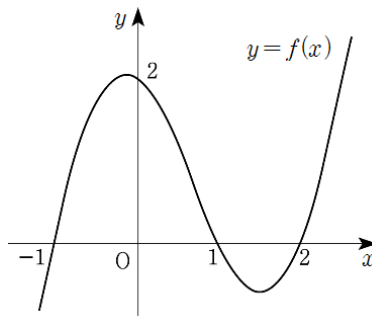
$$\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a) : \text{도함수의 적분은 원함수의 함숫값 차이이다.}$$

### 예제 024 [2012년 10월(나형) 10번]

그림과 같이 삼차함수  $y = f(x)$ 가

$$f(-1) = f(1) = f(2) = 0, f(0) = 2$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^2 f'(x)dx$ 의 값은? <sup>(24)</sup>



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2





## 예제 025 [2017년 대구 8월(나형) 20번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f(x)$ 는  $x = -1$ 에서 극댓값,  
 $x = 1$ 에서 극솟값을 가진다.  
 (나) 방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근  
 $\alpha, \beta, \gamma(\alpha < \beta < \gamma)$ 를 가진다.

$g(x) = \int_{-1}^x |f'(t)| dt$ 라 할 때,  $g(\gamma) - g(\alpha)$ 의 값은?25)

- ① 6                                      ② 8                                      ③ 10  
 ④ 12                                      ⑤ 14

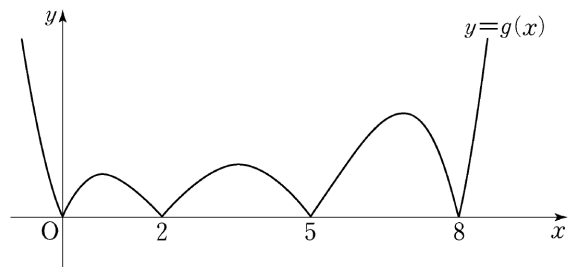
## 예제 026 [2013학년도 수능 19번]

삼차함수  $f(x)$ 는  $f(0) > 0$ 을 만족시킨다.

함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 할 때, 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가  
 그림과 같다. 보기에서 옳은 것만을  
 있는 대로 고른 것은?26)



- ㄱ. 방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.  
 ㄴ.  $f'(0) < 0$   
 ㄷ.  $\int_m^{m+2} f(x) dx > 0$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 개수는 3이다.

- ① ㄴ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



## [TIP12] 정적분으로 정의된 함수의 그래프1

$g(x) = \int_a^x f(t)dt$ 의 그래프를 그리기 위해,

- ①  $g'(x) = f(x)$
- ②  $g(a) = 0$

### 예제 027 [2014년 7월(나형) 19번]

양수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $a+b$ 의 값은?27)

(가) 함수  $f(x)$ 는  $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값을 갖는다.

(나)  $f(a) - f(b) = \frac{1}{6}$

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5



### 예제 028 [2009학년도 9월 10번]

함수  $f(x) = \begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t)dt$$

라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (28)

- ㄱ.  $g(x)$ 는 구간  $(1, 2)$ 에서 증가한다.
- ㄴ.  $g(x)$ 는  $x=1$ 에서 미분가능하다.
- ㄷ. 방정식  $g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수  $k$ 가 존재한다.

- ① ㄴ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                                   ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



## [TIP13] 정적분으로 정의된 함수의 그래프2

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt \text{에서 } g(a) = 0 \text{이다.}$$

$\Rightarrow x = a$ 에서  $y = g(x)$ 는  $x$ 축과 만난다.

### 예제 029 [한성은 SR0753번]

$x$ 에 대한 방정식

$$\int_{\alpha}^x (t^3 - 3t + 1)dt = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수  $\alpha$ 의 개수는?29)

- ① 2                                      ② 4                                      ③ 6  
④ 8                                      ⑤ 10

### 예제 030 [한성은 KU6767번]

$3 \leq a$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = x(x-3)(x-a)$ 이다. 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_b^x f(t)dt \geq 0 \text{가 되도록 하는 실수 } b \text{의 값이 2개일 때, } a \text{의 값은?30)}$$

- ① 3                                      ② 4                                      ③ 5  
④ 6                                      ⑤ 7



### 예제 031 [한성은 DX2522번]

최고차항의 계수가 양수이고  $f(2) = 0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt$$

는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $g(x) = g(2)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

(나) 실수  $a$ 에 대하여  $g(2)$ 의 값을  $h(a)$ 라 할 때,

$h(a)$ 는  $a = 5$ 일 때 최댓값 27을 가진다.

$f(6)$ 의 값을 구하여라.<sup>31)</sup>



## [TIP14] 넓이의 변화량

알아서.

### 예제 032 [2023학년도 6월 20번]

최고차항의 계수가 2인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$$

는  $x = 1$ 과  $x = 4$ 에서 극소이다.  $f(0)$ 의 값을 구하여라.<sup>32)</sup>



### 예제 033 [2019학년도 9월(나형) 21번]

사차함수  $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $0 < x < 1$ 에서  $g(x) = c_1$  ( $c_1$ 는 상수)
- (나)  $1 < x < 5$ 에서  $g(x)$ 는 감소한다.
- (다)  $x > 5$ 에서  $g(x) = c_2$  ( $c_2$ 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은?33) (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① 40                                      ② 42                                      ③ 44
- ④ 46                                      ⑤ 48



## [TIP15] 적분값의 최대최소

알아서.

### 예제 034 [한성은 XX9431번]

$0 < t < 4$ 인 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 그래프와 직선  $y = t$ ,  $y$ 축 및 직선  $x = 4$ 로 둘러싸인 세 도형의 넓이의 합을  $S(t)$ 라 하자.  $S(t)$ 의 최솟값은?<sup>34)</sup>

- ① 3                      ②  $\frac{7}{2}$                       ③ 4  
④  $\frac{9}{2}$                       ⑤ 5





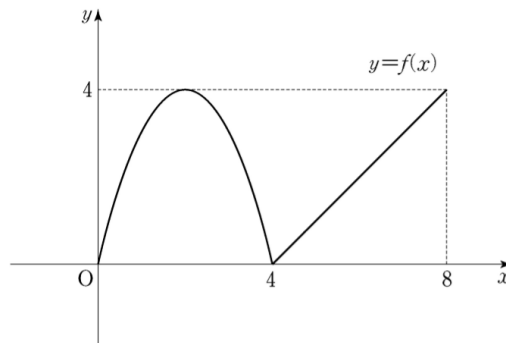
### 예제 035 [2017학년도 9월(나형) 29번]

구간  $[0, 8]$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수  $a(0 \leq a \leq 4)$ 에 대하여  $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하여라.<sup>35)</sup> (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)





## [TIP16] 둘러싸인 도형의 넓이

두 함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 대충  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ 이다.

### 예제 036 [2020학년도 수능(나형) 26번]

두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x(4-x), \quad g(x) = |x-1| - 1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $4S$ 의 값을 구하여라.<sup>36)</sup>

### 예제 037 [2009학년도 9월 7번]

두 곡선  $y = x^4 - x^3$ ,  $y = -x^4 + x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선  $y = ax(1-x)$ 에 의하여 이등분될 때, 상수  $a$ 의 값은?<sup>37)</sup> (단,  $0 < a < 1$ )

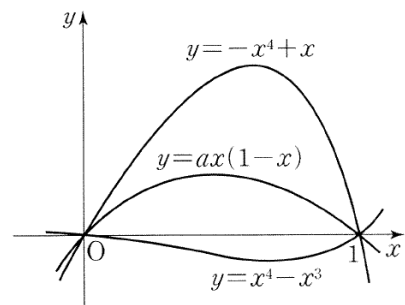
①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{3}{8}$

③  $\frac{5}{8}$

④  $\frac{3}{4}$

⑤  $\frac{7}{8}$



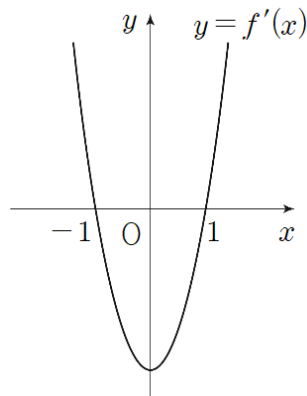


## [TIP17] 이차함수와 넓이

$$\text{헛바닥} : \left| \frac{k}{6}(\beta - \alpha)^3 \right|$$

## 예제 038 [2012년 4월 13번]

삼차함수  $y = f(x)$ 의 도함수  $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f'(-1) = f'(1) = 0$ 이고 함수  $f(x)$ 의 극댓값이 4, 극솟값이 0일 때,  $f(3)$ 의 값은?<sup>38)</sup>

- ① 14                      ② 16                      ③ 18  
 ④ 20                      ⑤ 22

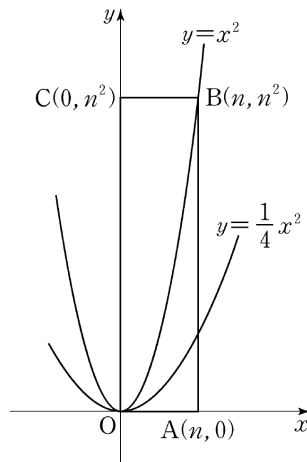


## [TIP18] 이차함수와 넓이2

꼭짓점에서 직사각형  $\Rightarrow$  1:2

### 예제 039 [2014학년도 9월(나형) 13번]

그림은 두 곡선  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가  $O(0, 0)$ ,  $A(n, 0)$ ,  $B(n, n^2)$ ,  $C(0, n^2)$ 인 직사각형  $OABC$ 를 나타낸 것이다. (단,  $n$ 은 자연수)



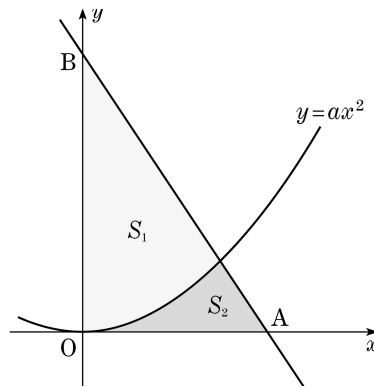
$n = 4$ 일 때, 두 곡선  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선  $AB$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? <sup>39)</sup>

- ① 14                      ② 16                      ③ 18  
 ④ 20                      ⑤ 22



### 예제 040 [2013년 10월(나형) 21번]

그림과 같이 좌표평면 위의 두 점  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 3)$ 을 지나는 직선과 곡선  $y = ax^2 (a > 0)$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분 중에서 제1사분면에 있는 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하자. 또, 직선  $AB$ 와 곡선  $y = ax^2$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1 : S_2 = 13 : 3$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?40)



①  $\frac{2}{9}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{4}{9}$

④  $\frac{5}{9}$

⑤  $\frac{2}{3}$



## [TIP19] 이차함수와 넓이3

이차함수를 잘 적분하면 0이다.

### 예제 041 [한성은 WG9171번]

삼차함수  $f(x) = x(x-3)^2$ 에 대하여  $\int_0^4 |f'(x)|dx$ 의 값을 구하여라.<sup>41)</sup>



## [TIP20] 삼차함수와 넓이1

삼차함수를 잘 적분하면 0이다.

### 예제 042 [한성은 LJ7105번]

곡선  $y = x(x-6)^2$ 과 직선  $y = mx$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 서로 같게 되도록 하는 실수  $m$ 의 값은?42)

- ① 1                      ② 2                      ③ 4  
④ 8                      ⑤ 16



## [TIP21] 삼차함수와 넓이2

$$\text{준 헛바닥} : \left| \frac{k}{12}(\beta - \alpha)^4 \right|$$

### 예제 043

$\int_2^8 (x-2)(x-8)^2 dx$ 의 값을 구하여라.<sup>43)</sup>

### 예제 044

함수  $f(x) = x^3 - 6x + 3$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(2, f(2))$ 에서의 접선의 방정식을  $y = l(x)$ 라 하자. 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = l(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.<sup>44)</sup>



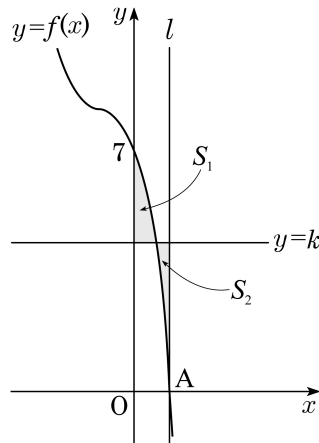


## [TIP22] 두 도형의 넓이가 서로 같도록

적분하면 0 된다.

### 예제 045 [2011년 10월 29번]

그림과 같이 삼차함수  $f(x) = -(x+1)^3 + 8$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 점을  $A$ 라 하고, 점  $A$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선을  $l$ 이라 하자. 또, 곡선  $y = f(x)$ 와  $y$ 축 및 직선  $y = k$  ( $0 < k < 7$ )로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ 이라 하고, 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $l$  및 직선  $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자. 이때,  $S_1 = S_2$ 가 되도록 하는 상수  $k$ 에 대하여  $4k$ 의 값을 구하여라.<sup>45)</sup>





## [TIP23] 함수의 이동과 적분

알아서 잘.

### 예제 046 [한성은 NA7296번]

연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(4-x)$ 를 만족시킨다.

$\int_0^2 f(x-2)dx = 2$ 이고  $\int_2^6 f(x)dx = 6$ 일 때,  $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.<sup>46)</sup>

### 예제 047 [2019학년도 수능(나형) 17번]

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(x-3) + 4$ 이다.

(나)  $\int_0^6 f(x)dx = 0$

함수  $f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축 및 두 직선  $x=6$ ,  $x=9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?<sup>47)</sup>

- ① 9                                      ② 12                                      ③ 15  
 ④ 18                                      ⑤ 21



## [TIP24] 대칭/주기성과 적분

- ①  $\int_0^a f(x)dx = \int_a^{2a} f(2a-x)dx$  라든가..
- ② 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(x+p)$ 이면  
모든 실수  $a$ 에 대하여  $\int_a^{a+p} f(x)dx$ 는 일정하다.

### 예제 048 [한성은 GP8295번]

연속함수  $f(x)$ 가  $\int_0^2 \{f(x) + f(4-x)\}dx = 6$ 을 만족시킬 때,  $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값은?48)

- ① 3                                      ②  $\frac{9}{2}$                                       ③ 6
- ④  $\frac{15}{2}$                                       ⑤ 9

### 예제 049 [한성은 GM4949번]

연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) + f(6-x) = 4$$

를 만족시킬 때,  $\int_1^5 f(x)dx$ 의 값을 구하여라.49)



## [TIP25] 역함수의 넓이1

일단  $y = x$ 하고 만나는지 체크.

### 예제 050 [한성은 CM1612번]

함수  $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2 + 3x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.

두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?50)

- ① 4                      ②  $\frac{14}{3}$                       ③  $\frac{16}{3}$   
④ 6                      ⑤  $\frac{20}{3}$



## [TIP26] 역함수의 넓이2

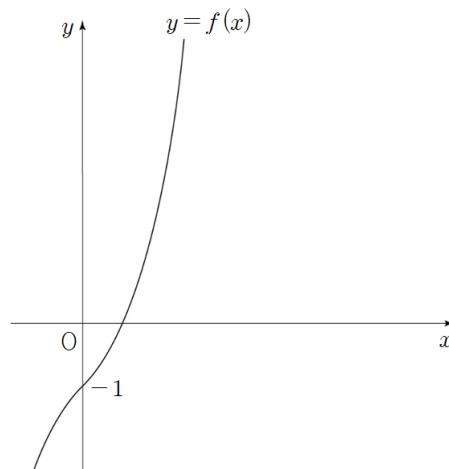
$f(x)$ 의 역함수가  $g(x)$ 일 때

$$\int_{f(a)}^{f(b)} g(x)dx = bf(b) - af(a) - \int_a^b f(x)dx$$

※  $y = x$ 에 대칭시켜서 이해해라.

### 예제 051 [2012년 7월(나형) 21번]

함수  $f(x) = x^3 + x - 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\int_1^9 g(x)dx$ 의 값은?51)



- ①  $\frac{47}{4}$                       ②  $\frac{49}{4}$                       ③  $\frac{51}{4}$   
 ④  $\frac{53}{4}$                       ⑤  $\frac{55}{4}$



## [TIP27] 새롭게 정의된 함수의 적분

알아서 잘.

### 예제 052 [2010학년도 수능 24번]

삼차함수  $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수  $t(t \geq -1)$ 에 대하여  $-1 \leq x \leq t$ 에서  $|f(x)|$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라고 하자.  $\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{a}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라.<sup>52)</sup>  
(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)



## [TIP28] 경계값을 달리는 함수의 적분

알아서 잘.

### 예제 053 [2015학년도 6월 30번]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수  $n$ 에 대하여 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 점  $(4n, 8n)$ , 점  $(4n+1, 8n+2)$ , 점  $(4n+2, 8n+5)$ , 점  $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수  $k$ 에 대하여 닫힌구간  $[2k, 2k+1]$ 에서 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때,  $6a$ 의 값을 구하여라.<sup>53)</sup>



## [TIP29] 속도와 위치

속도를 (부정) 적분하면 위치다.

### 예제 054 [2018년 7월(나형) 14번]

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각  $3t^2 + 6t - 6$ ,  $10t - 6$ 이다. 두 점 P, Q가 출발 후  $t = a$ 에서 다시 만날 때, 상수  $a$ 의 값은?<sup>54)</sup>

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2  
 ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

### 예제 055 [2013년 10월(나형) 28번]

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t(0 \leq t \leq 8)$ 에서의 속도가 각각  $2t^2 - 8t$ ,  $t^3 - 10t^2 + 24t$ 이다. 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 구하여라.<sup>55)</sup>





## [TIP30] 움직인 거리

속력을 적분하면 움직인 거리다.

### 예제 056 [2017학년도 수능(나형) 12번]

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다.  $t=0$ 부터  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는?<sup>56)</sup>

- ① 8                      ② 9                      ③ 10  
④ 11                      ⑤ 12

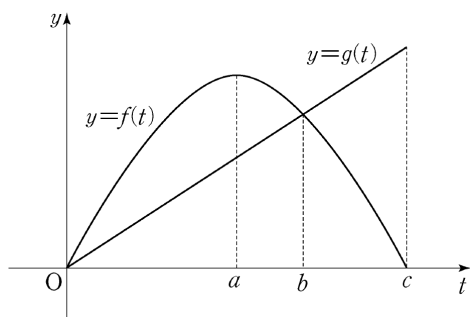


## [TIP31] 두 점의 이동

대충.

### 예제 057 [2012학년도 9월(나형) 21번]

같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각  $t(0 \leq t \leq c)$  에서 물체 A의 속도  $f(t)$ 와 물체 B의 속도  $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t)dt = \int_0^c g(t)dt$ 이고  $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?57)

- ㄱ.  $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
- ㄴ.  $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
- ㄷ.  $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 
- 1) 12
  - 2) 35
  - 3) 6
  - 4) 200
  - 5) ②
  - 6) 10
  - 7) ②
  - 8) ④
  - 9) ②
  - 10) ①
  - 11) ②
  - 12) ⑤
  - 13) 2
  - 14) ①
  - 15) ⑤
  - 16) ②
  - 17) ②

$$f(x) = 12x^2 - 6x - 2, \quad a = 1$$

- 18) ①
- 19) 40
- 20) ④
- 21) 18
- 22) 7
- 23) ②
- 24) ①
- 25) ②
- 26) ⑤
- 27) ②
- 28) ③
- 29) ③
- 30) ④
- 31) 64
- 32) 13
- 33) ④
- 34) ③
- 35) 43
- 36) 14
- 37) ④

- 38) ④
- 39) ②
- 40) ②
- 41) 12
- 42) ③
- 43) 108
- 44) 108
- 45) 17
- 46) 8
- 47) ④
- 48) ③
- 49) 8
- 50) ③
- 51) ③
- 52) 17
- 53) 167
- 54) ③
- 55) 64
- 56) ①
- 57) ⑤