CLAVIS EDU
SOOHAN

[T]

ToolBOX+

수능수학 최적화 도구상자

수열

CLAVIS EDU
SOOHAN

[TIP01] 등차수열

알좋.

예제 001 [2019학년도 9월(나형) 13번]

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = -15, \quad |a_3| - a_4 = 0$$

일 때, a_7의 값은?[1)]

① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

[TIP02] 등차중항

① 세 수 a, b, c가 이 순서로 등차수열을 이룬다. $\Rightarrow 2b=a+c$
② 등차수열을 이루는 세 수 $\Rightarrow a-d$, a, $a+d$
③ 등차수열을 이루는 네 수 $\Rightarrow a-3d$, $a-d$, $a+d$, $a+3d$

예제 002

서로 다른 세 수 a, b, c가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $\frac{a}{b-a}+\frac{c}{b-c}$의 값은?[2)]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[TIP03] 등차수열의 합

(평균)×(항의 개수)

예제 003 [2011학년도 6월(나형) 6번]

1과 2 사이에 n개의 수를 넣어 만든 등차수열

$$1,\ a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n,\ 2$$

의 합이 24일 때, n의 값은?3)

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

예제 004

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 + 2a_3 + a_5 = a_2 + a_4 + a_6$$

이고, $\sum_{k=1}^{10} a_k = 110$일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값을 구하여라.4)

[TIP04] 등차수열의 합-이차식

상수항이 없는 이차식이다.

예제 005 [2020학년도 수능(나형) 15번]

첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은?5)

① 8 ② 9 ③ 10

④ 11 ⑤ 12

예제 006

첫째항이 60인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{T_n\}$을

$$T_n = |a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{T_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $T_{19} < T_{20}$

(나) $T_{20} = T_{21}$

$T_n > T_{n+1}$을 만족시키는 n의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.6)

[TIP05] 등차수열의 합-이차식2

상수항이 있는 이차식 $\Rightarrow$ 첫째항을 제외하고 등차수열이다.

예제 007

수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = (n+1)^2$을 만족시킨다.

$a_1 + a_3 + a_5$의 값을 구하여라.7)

예제 008 [한성은 WX3093번]

두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n+1}{n+2}$$

가 성립할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[8)]

ㄱ. $S_n=n^2+n$이다.
ㄴ. $a_n=2n$이면 $b_n=2n+1$이다.
ㄷ. $9a_4=8b_4$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[TIP06] 등차수열의 구조1

등차수열의 항들은 직선 위의 점들이다.
⇒ 부호가 바뀌는 지점이 있다면 주목하자. 합의 최대/최소 등.

예제 009 [2017학년도 수능(나형) 15번]

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은?9)

(가) $a_6 + a_8 = 0$
(나) $|a_6| = |a_7| + 3$

① -15 ② -13 ③ -11
④ -9 ⑤ -7

예제 010

첫째항이 30이고 공차가 $-d$인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 등식

$$a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{m+k} = 0$$

을 만족시키는 두 자연수 m, k가 존재하도록 하는 자연수 d의 개수는?10)

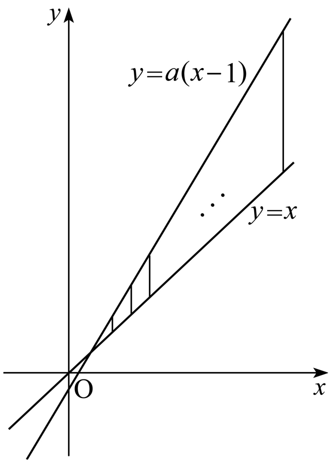
① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

[TIP07] 등차수열의 구조2

등차수열, 그것은 일정한 간격

예제 011

그림과 같이 두 직선 $y=x$, $y=a(x-1)(a>1)$의 교점에서 오른쪽 방향으로 y축에 평행한 14개의 선분을 같은 간격으로 그었다.



이들 중 가장 짧은 선분의 길이는 3이고, 가장 긴 선분의 길이는 42일 때, 14개의 선분의 길이의 합을 구하여라.11) (단, 각 선분의 양 끝점은 두 직선 위에 있다.)

[TIP08] 등비수열

첫째항이 a_1, 공비가 r인 등비수열의 일반항은 a_1r^{n-1}이다.

예제 012 [2020학년도 수능(나형) 23번]

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\frac{a_3}{a_1}+\frac{a_6}{a_3}$의 값을 구하여라.[12)]

예제 013

등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_5의 값은?[13)]

(가) $a_3+a_5=24$

(나) $\frac{a_3}{a_2}=\frac{1}{6}a_4$

① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

[TIP09] 등비중항

세 수 a, b, c가 이 순서로 등비수열을 이룬다. $\Rightarrow$ $b^2 = ac$

예제 014

두 양수 a, b에 대하여 세 수 a^2, 12, b^2이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a \times b$의 값을 구하여라.14)

예제 015

공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 > 0$, $a_1 a_7 = 9$일 때, $a_4 + a_2 a_6$의 값은?15)

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

[TIP10] 등비수열의 합

첫 항이 a_1, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$$

이다.

예제 016

자연수 n에 대하여 2^{n-1}의 모든 양의 약수의 합을 a_n이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{8} a_n$의 값을 구하여라.16)

예제 017

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1a_2 = a_{10},\qquad a_1 + a_9 = 20$$

일 때, $(a_1+a_3+a_5+a_7+a_9)(a_1-a_3+a_5-a_7+a_9)$의 값은?17)

① 494 ② 496 ③ 498
④ 500 ⑤ 502

[TIP11] 묶어서 더하기

적당히 묶어서 보자.

예제 018 [2019학년도 6월(나형) 15번]

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 = 4(a_2 - a_1),\quad \sum_{k=1}^{6} a_k = 15$$

일 때, $a_1 + a_3 + a_5$의 값은?[18]

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

예제 019

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{S_n\}$을

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

이라 하자. $S_6 = 6$, $S_{18} = 42$일 때, S_{24}의 값을 구하여라.[19]

[TIP12] 등비수열이 낳은 등비수열

$\{a_{2n}\}$라든가 $\{(a_n)^2\}$라든가 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$라든가.

예제 020

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 양수이고 공비가 1보다 큰 등비수열이다. $a_3a_5=a_1$일 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}=\sum_{k=1}^{n}a_k$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하여라.[20)]

[TIP13] 등비수열의 구조

① $r>0$일 때, 지수함수 위의 점들
② $r<0$일 때, 뿔마뿔마 반복.

예제 021

첫째항이 양수이고 공비가 -2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{9}(|a_k|+a_k)=66$$

일 때, a_1의 값은?[21)]

① $\frac{3}{31}$ ② $\frac{5}{31}$ ③ $\frac{7}{31}$
④ $\frac{9}{31}$ ⑤ $\frac{11}{31}$

예제 022 [2020학년도 6월(나형) 28번]

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하여라.[22)]

(가) $4<a_2+a_3\le 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m}a_k=122$

[TIP14] 수열의 변형

$\{a_{2n}\}$ 같은 것들.

예제 023 [한성은 SR7529번]

공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[23)]

ㄱ. 수열 $\{a_{2n}\}$은 공차가 $2d$인 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{a_n + a_{n+1}\}$은 공차가 $2d$인 등차수열이다.
ㄷ. 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\{(a_k + a_{k+1}) - a_{2k}\} = n \times a_1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[TIP15] 합과 일반항

$$a_n = \begin{cases} S_n - S_{n-1} & (n \geq 2) \\ S_1 & (n = 1) \end{cases}$$

예제 024

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = 2n^2 + n$일 때, $a_3 + a_4 + a_5$의 값은?[24)]

① 30　② 35　③ 40
④ 45　⑤ 50

예제 025

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)a_k = n(n+1)(4n-1)$$

일 때, a_{20}의 값을 구하여라.[25)]

[TIP16] 시그마의 뜻과 성질

$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$이다. 뇌장착.

예제 026

등식 $\sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k} = a + \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k+1}$을 만족시키는 a의 값은?[26)]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

예제 027 [2018학년도 수능(나형) 27번]

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k+1)^2 = 28, \ \sum_{k=1}^{10} a_k(a_k+1) = 16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$의 값을 구하여라.[27)]

[TIP17] 시그마의 풀이-다항식

① $\sum_{k=1}^{n} c = cn$ ② $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$,

③ $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ④ $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

예제 028 [2020학년도 수능(나형) 25번]

자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하여라.[28)]

[TIP18] 시그마의 풀이-망원화

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)=a_{n+1}-a_1$$

※ 부분분수 : $\dfrac{1}{AB}=\dfrac{1}{B-A}\left(\dfrac{1}{A}-\dfrac{1}{B}\right)$

예제 029 [2020학년도 9월(나형) 26번]

n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하여라.29)

예제 030

첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{20}\frac{1}{a_k a_{k+1}}=5$$

를 만족시킬 때, a_{11}의 값은?30)

① $\dfrac{5}{2}$ ② $\dfrac{8}{3}$ ③ $\dfrac{17}{6}$

④ 3 ⑤ $\dfrac{19}{6}$

[TIP19] 시그마의 풀이-망원화2

여러 종류가 있다. 수능에는 거의 안 나오지만.

예제 031 [2013학년도 6월 11번]

첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$일 때, S_{11}의 값은?31)

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

[TIP20] 시그마의 풀이-등비계열

등비수열의 합을 구할 수 있다.
※ 멱급수도 알아두자.

예제 032

모든 항이 양의 실수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$S_3 = 7a_3$일 때, $\sum_{n=1}^{8} \frac{S_n}{a_n}$의 값을 구하여라.[32)]

[TIP21] 점화식(등차/등비)

눈치 못 채면 개털릴 수 있다.

예제 033

$a_1=4$, $a_5=16$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$$

을 만족시킬 때 a_9의 값을 구하여라.33)

예제 034

첫째항이 2이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 있다. x에 대한 이차방정식

$$a_nx^2-a_{n+1}x+a_n=0$$

이 모든 자연수 n에 대하여 중근을 가질 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값을 구하여라.34)

[TIP22] 점화식1

열심히 넣어봐. 금방 끝날 수도 있으니까.

예제 035

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 15$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{n} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ na_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 + a_6$의 값은?[35)]

① 24 ② 30 ③ 36

④ 42 ⑤ 48

[TIP23] 점화식2

열심히 넣어봐. 빙빙 돌 수도 있으니까.

예제 036 [2018학년도 9월(나형) 19번]

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$, $b_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2, \quad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{20} = 14$일 때, k의 값은?36)

① -3　② -1　③ 1
④ 3　⑤ 5

[TIP24] 점화식(적용)

사실 점화식 문제가 아니라든가.

예제 037

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{41} a_n$의 값은?[37)]

① 421 ② 423 ③ 425
④ 427 ⑤ 429

[TIP25] 점화식(거꾸로)

좀 빡치더라구.

예제 038

첫째항이 6인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2 - a_n & (a_n \geq 0) \\ a_n + p & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4 = 0$이 되도록 하는 모든 실수 p의 값의 합을 구하여라.[38)]

예제 039

첫째항이 짝수인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5=5$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.[39)]

[TIP26] 점화식의 풀이1

두 종류는 해 두자. 제발.

① $a_{n+1} = a_n + f(n) \Rightarrow a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)$

② $a_{n+1} = f(n) \times a_n \Rightarrow a_n = a_1 + \prod_{k=1}^{n-1} f(k)$

예제 040 [2016학년도 9월 16번]

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 10$이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n} \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$이라 하면 $b_1 = 10$이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \ge 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10, \quad S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \ge 2)$$

를 이용하여 S_n을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \ge 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5) \times g(6)$의 값은?[40)]

① 72 ② 76 ③ 80
④ 84 ⑤ 88

[TIP27] 점화식의 풀이2

야, 얘까지만. 시발 부탁임.

③ $a_{n+1} = pa_n + q \Rightarrow \{a_n - \alpha\}$는 등비수열.

예제 041

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \dfrac{1}{4}$이고

$$(n+1)a_n = a_{n+1}(3n - 2a_n) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을 $a_n a_{n+1}$로 나누면

$$\frac{n+1}{a_{n+1}} = \frac{3n - 2a_n}{a_n}$$

이다. $b_n = \dfrac{n}{a_n}$이라 하면

$$b_{n+1} = 3b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, $b_{n+1} - 1 = 3(b_n - 1)$이다.

$b_1 = 4$이므로 $b_n - 1 = \boxed{\text{(나)}}$

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} + 1$$

이다. 그러므로

$$a_n = \frac{n}{\boxed{\text{(나)}} + 1} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 값을 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p + f(3)$의 값은?[41]

① 24　② 25　③ 26　④ 27　⑤ 28

[TIP28] 홀수항과 짝수항

그럴 때 있잖아.

예제 042 [한성은 EN8039번]

수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n a_{n+1} = 2^n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{20} a_n = r \times \sum_{n=1}^{5} a_{2n}$일 때, r값을 구하여라.[42)]

[TIP29] 주기를 가지는 수열

가질 수도 있지.

예제 043 [2014학년도 6월(나형) 28번]

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2} = a_n - 4$ $(a = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6} = a_n$이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$일 때, a_2의 값을 구하여라.[43)]

[TIP30] 수학적 귀납법

앞뒤를 잘 봐라..?

예제 044

다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}k^2=(-1)^{n+1}\cdot\frac{n(n+1)}{2}\quad\cdots\ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때,

$$(\text{좌변})=(-1)^2\times1^2=1$$

$$(\text{우변})=(-1)^2\times\frac{1\times2}{2}=1$$

따라서 $(*)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1}(-1)^{k+1}k^2&=\sum_{k=1}^{m}(-1)^{k+1}k^2+\boxed{(\text{가})}\\&=\boxed{(\text{나})}+\boxed{(\text{가})}\\&=(-1)^{m+2}\cdot\frac{(m+1)(m+2)}{2}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{f(5)}{g(2)}$의 값은?[44)]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

예제 045 [2014학년도 9월(나형) 12번]

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고

$$na_{n+1}-2na_n+\frac{n+2}{n+1}=0\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n이

$$a_n=2^n+\frac{1}{n}\ \cdots\ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

ⅰ) $n=1$일 때,

$(\text{좌변})=a_1=3$,

$(\text{우변})=2^1+\frac{1}{1}=3$

이므로 $(*)$이 성립한다.

ⅱ) $n=k$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면 $a_k=2^k+\frac{1}{k}$이므로

$$\begin{aligned} ka_{k+1} &= 2ka_k-\frac{k+2}{k+1} \\ &= \boxed{(가)}-\frac{k+2}{k+1} \\ &= k\cdot 2^{k+1}+\boxed{(나)} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $a_{k+1}=2^{k+1}+\frac{1}{k+1}$이므로

$n=k+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

ⅰ), ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=2^n+\frac{1}{n}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$이라 할 때, $f(3)\times g(4)$ 의 값은?[45)]

① 32　② 34　③ 36

④ 38　⑤ 40

1） ①

2） ①

3） ④

4） 420

5） ④

6） 61

7） 22

8） ⑤

9） ①

10） ②

11） 315

12） 36

13） ③

14） 12

15） ③

16） 502

17） ②

18） ③

19） 90

20） 13

21） ①

22） 162

23） ⑤

24） ④

25） 120

26） ⑤

27） 14

28） 91

29） 9

30） ①

31） ①

32） 502

33） 28

34） 510

35） ⑤

36） ①

37） ①

38） 8

39) 142

40) ①

41) ②

42) 99

43) 11

44) ③

45) ⑤