[T]

ToolBOX+

수능수학 최적화 도구상자

평면벡터

5A ACADEMY

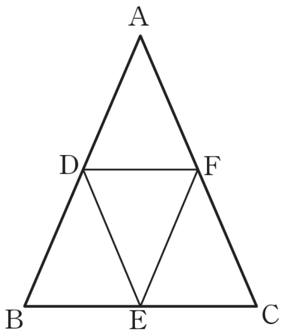
SOOHAN

[TIP01] 벡터의 정의와 기본연산

벡터의 정의, 기본연산 알아서 잘.

예제 001

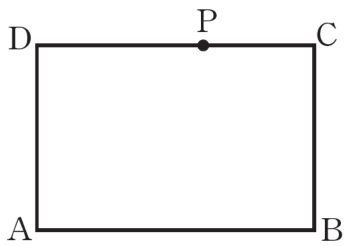
그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 각 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 할 때 다음 중 벡터 $\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CE}$와 같은 벡터는?[1)]



① $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　② $\frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$　③ $\overrightarrow{DE}$
④ $\overrightarrow{CF}$　⑤ $\overrightarrow{BD}$

예제 002

그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AD}=2$인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P가 선분 CD 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP}|$의 최댓값과 $|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CP}|$의 최솟값의 합은?2)



① $\sqrt{10}+1$ ② $2(\sqrt{10}-1)$ ③ $2(\sqrt{10}+1)$
④ $3(\sqrt{10}-1)$ ⑤ $3(\sqrt{10}+1)$

[TIP02] 벡터의 합

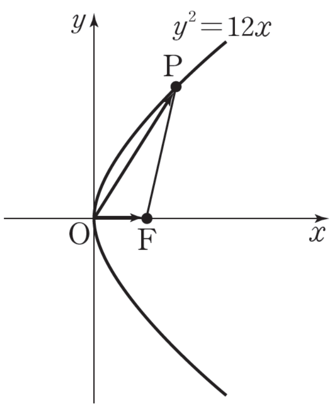
고정된 벡터와 움직이는 벡터를 더할 때는 고정된 벡터의 종점에
움직이는 벡터의 시점을 놓는 것이 읽기 좋다.

예제 003

포물선 $y^2=12x$의 초점을 F라 하자. 그림과 같이 이 포물선 위의 점 P에 대하여

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OF}}|=2\sqrt{31}$$

일 때, 선분 PF의 길이를 구하여라.[3] (단, O는 원점이다.)



[TIP03] 내분/외분벡터

$$\frac{m}{m+n}\vec{a}+\frac{n}{m+n}\vec{b}$$ 또는 $$t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$$

예제 004 [한성은 DJ6914번]

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD와 두 점 P, Q에 대하여

$$\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC},\quad \overrightarrow{AQ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$$

일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$의 값은?[4)]

① $\sqrt{6}$　② $2\sqrt{2}$　③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{12}$　⑤ $\sqrt{14}$

예제 005 [한성은 ZX4664번]

$\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=6$인 직사각형 ABCD와 선분 AD 위를 움직이는 점 P가 있다. $|\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}|$의 값이 최소가 되도록 하는 점 P를 Q라 하자. $|\overrightarrow{BQ}|$의 값은?[5)]

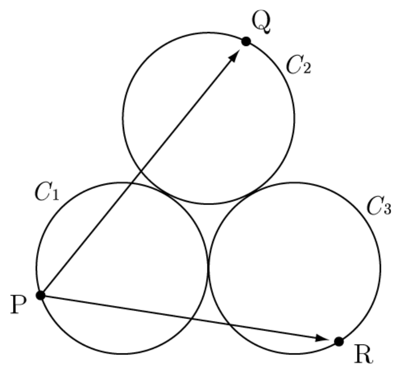
① $\sqrt{23}$　② $2\sqrt{6}$　③ 5
④ $\sqrt{26}$　⑤ $3\sqrt{3}$

[TIP04] 벡터의 분해

① 원, 정다각형의 중심을 이용한 분해
② 삼각형의 무게중심을 이용한 분해
③ 선분의 중점을 이용한 분해
④ 수직분해

예제 006 [한성은 ZL7850번]

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 세 원 C_1, C_2, C_3가 서로 외접하고 있다.
세 점 P, Q, R이 각각 원 C_1, C_2, C_3 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{PR}|$의 최댓값은?6)

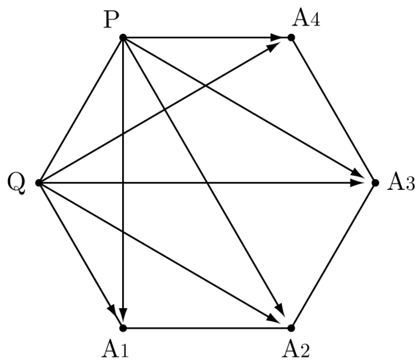


① $2+2\sqrt{3}$ ② 6 ③ $4\sqrt{3}$
④ $4+2\sqrt{3}$ ⑤ 8

예제 007 [한성은 LF3333번]

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 $PQA_1A_2A_3A_4$가 있다.

벡터 $\sum_{i=1}^{4}\left(\overrightarrow{PA_i}+\overrightarrow{QA_i}\right)$의 크기는?7)



① 6　　② $4\sqrt{3}$　　③ 8
④ $6\sqrt{3}$　　⑤ 12

[TIP05] 위치 해석

잘. 시점을 고정하는 것이 유리하다.

예제 008 [2017학년도 9월 16번]

직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[8)]

ㄱ. $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{CP}$

ㄴ. $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의 넓이는 8이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

예제 009 [한성은 QJ7193번]

한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 양의 실수 k에 대하여 점 P가

$$|2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}|=k$$

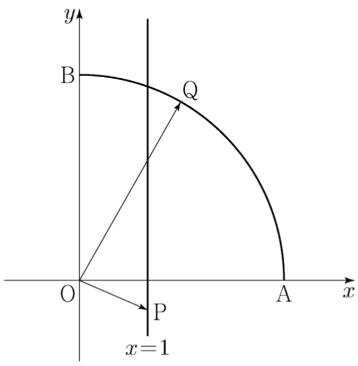
를 만족시키며 움직인다. $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$의 최솟값이 $3\sqrt{7}$일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$의 최댓값은 a이다. a^2의 값을 구하여라.9)

[TIP06] 벡터의 합의 해석

① 정벡터 뒤에 동벡터
② 크기가 정해진 두 벡터의 합의 크기는
두 벡터의 방향이 같을 때 최대, 방향이 반대일 때 최소이다.

예제 010 [2020학년도 6월 18번]

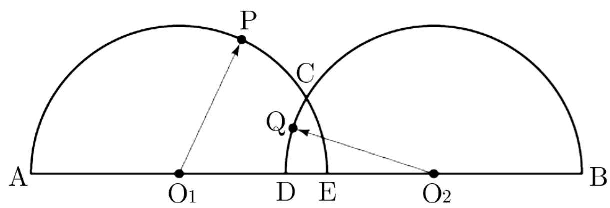
좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 3)$과 직선 $x=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ a)$가 있다. 점 Q가 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB의 호 AB 위를 움직일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 최댓값을 $f(a)$라 하자. $f(a)=5$가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은?10) (단, O는 원점이다.)



① $-5\sqrt{3}$　② $-4\sqrt{3}$　③ $-3\sqrt{3}$
④ $-2\sqrt{3}$　⑤ $-\sqrt{3}$

예제 011 [2017학년도 6월 28번]

그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{DB}}=2$인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DB를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{\mathrm{O_1A}}=\overline{\mathrm{O_2B}}=1$인 두 점을 O_1, O_2라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{O_1P}}+\overrightarrow{\mathrm{O_2Q}}|$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.11) (단, $1<\overline{\mathrm{O_1O_2}}<2$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



[TIP07] 벡터의 평행

실수배.

예제 012

서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=3\vec{a}-4\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(k-3)\vec{a}+7\vec{b}$일 때, 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있도록 하는 상수 k에 대하여 $16k^2$의 값을 구하여라.[12] (단, $\vec{a}\neq\vec{0}$, $\vec{b}\neq\vec{0}$이고, $\vec{a}$와 $\vec{b}$는 평행하지 않다.)

[TIP08] 가무게중심 정리

삼각형 ABC에 대하여 $p\overrightarrow{\mathrm{PA}}+q\overrightarrow{\mathrm{PB}}+r\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$일 때 점 P의 위치를 잡을 수 있다.

예제 013 [한성은 ZL7850번]

한 변의 길이가 18인 정삼각형 ABC의 내부에 점 P가 있다. 세 삼각형 PAB, PBC, PCA의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3라 하면 $S_1 : S_2 : S_3 = 4:2:3$이다. 선분 AC의 중점을 M, 점 P에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 Q, 점 P에서 선분 BM에 내린 수선의 발을 R이라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}\times\overline{\mathrm{PR}}$의 값은?[13)]

① 6　② 8　③ $6\sqrt{3}$

④ 12　⑤ $8\sqrt{3}$

[TIP09] 벡터와 점의 자취

① $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$일 때 점 P의 자취는 점 A를 지나고 $\overrightarrow{OB}$와 평행한 직선이다.
② $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OA}+(1-t)\overrightarrow{OB}$일 때 점 P의 자취는 직선 AB이다.

※ 대충 $t=0$ 넣고 $t=1$ 넣고 연결하자.

eg1) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{OA}+(1-t)\overrightarrow{OB}$

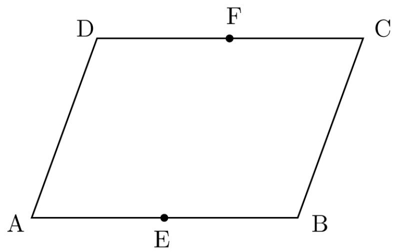
eg2) $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OB}$ (단, $t+2s=2$)

예제 014 [한성은 XZ7944번]

그림과 같이 평행사변형 ABCD와 선분 AB의 중점 E, 선분 CD의 중점 F가 있다. 점 P가

$$\overrightarrow{AP}=\frac{t}{2}\overrightarrow{AF}+(2-t)\overrightarrow{AE} \text{ (단, } t\text{는 실수)}$$

를 만족시키고 점 Q가 $\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{FP}$를 만족시킨다. 점 Q가 나타내는 도형은?14)



① 직선 FC ② 직선 FB ③ 직선 FE
④ 직선 DB ⑤ 직선 DE

예제 015 [한성은 RU1459번]

$\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$인 직사각형 ABCD와 실수 t에 대하여 점 P는

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AD}}+t\overrightarrow{\mathrm{BD}}$$

를 만족시킨다. $|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|$의 최솟값은?[15)]

① $\frac{21}{5}$　② $\frac{22}{5}$　③ $\frac{23}{5}$

④ $\frac{24}{5}$　⑤ 5

[TIP10] 자취의 영역

부등식의 영역이라 나오면 안 되는 것 같지만.

예제 016 [2019학년도 수능 29번]

좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AR})+\frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

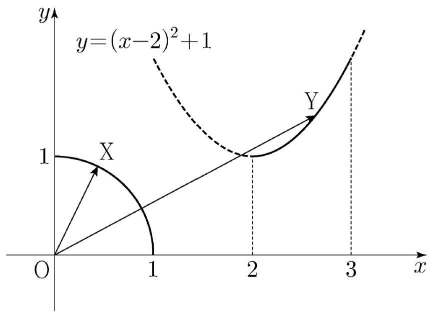
를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.[16]
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

예제 017 [2020학년도 9월 19번]

좌표평면 위에 두 점 A(1, 0), B(0, 1)이 있다. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB의 호 AB 위를 움직이는 점 X와 함수 $y=(x-2)^2+1$ $(2 \le x \le 3)$의 그래프 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OY}}-\overrightarrow{\mathrm{OX}}$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 영역을 R라 하자. 점 O로부터 영역 R에 있는 점까지의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, M^2+m^2의 값은?[17]
(단, O는 원점이다.)



① $16-2\sqrt{5}$　② $16-\sqrt{5}$　③ 16
④ $16+\sqrt{5}$　⑤ $16+2\sqrt{5}$

[TIP11] 벡터의 내적

잘.

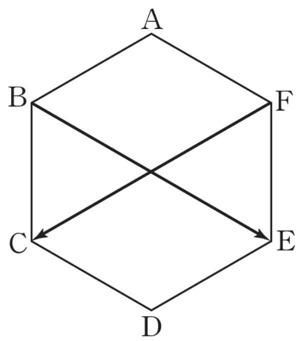
예제 018

예각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=2$이고 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{1}{2}$일 때, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$의 값은?[18)]

① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

예제 019

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF가 있다. $\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{FC}$의 값은?[19)]



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

[TIP12] 벡터의 성분

적당히.

예제 020 [2016학년도 9월 6번]

좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(4,\ 2)$, $\mathrm{B}(0,\ 2)$, $\mathrm{C}(2,\ 0)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$의 값은?[20)]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

예제 021 [2017학년도 6월 23번]

두 벡터 $\vec{a}=(4,\ 1)$, $\vec{b}=(-2,\ k)$에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$을 만족시키는 실수 k의 값을 구하여라.[21)]

[TIP13] 내적과 각

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$를 알면 두 벡터가 이루는 각을 알 수 있다.

예제 022 [2012학년도 9월 2번]

두 벡터 $\vec{a}=(x+1,\ 2)$, $\vec{b}=(1,\ -x)$가 서로 수직일 때, x의 값은?[22]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

[TIP14] 벡터의 평행과 수직

① 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하다. $\Leftrightarrow$ $\vec{a}=k\vec{b}$
② 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 수직이다. $\Leftrightarrow$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

예제 023 [2018학년도 6월 11번]

두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 1)$, $\vec{b}=(4,\ -2)$가 있다. 벡터 $\vec{v}$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{v}+\vec{b}$가 서로 평행할 때, $|\vec{v}|^2$의 최솟값은?[23)]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

예제 024 [2015학년도 9월 5번]

서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=2$이고 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$일 때, 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{a}-t\vec{b}$가 서로 수직이 되도록 하는 실수 t의 값은?[24)]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[TIP15] 내적의 연산과 일차결합

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$를 알면 두 벡터가 이루는 각을 알 수 있다.
$\Rightarrow$ 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내자.

예제 025 [2017학년도 9월 8번]

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$이고, 두 벡터 $6\vec{a}+\vec{b}$와 $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은?25)

① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

예제 026 [2005학년도 9월 3번]

크기가 1인 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 $|\vec{a}-\vec{b}|=1$을 만족할 때, $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각 θ의 크기는?26)
(단, $0 \le \theta \le \pi$)

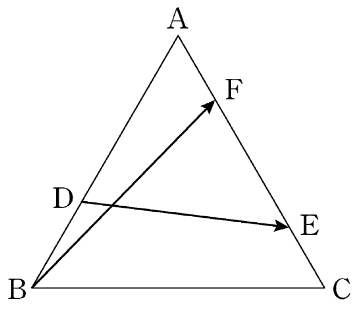
① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

[TIP16] 일차결합

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$를 알면 두 벡터가 이루는 각을 알 수 있다.
$\Rightarrow$ 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타내자.

예제 027 [2014학년도 9월 11번]

한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC에서 변 AB를 2:1로 내분하는 점을 D라 하고, 변 AC를 3:1과 1:3으로 내분하는 점을 각각 E, F라 할 때, $|\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{DE}|^2$의 값은?[27)]



① 17　② 18　③ 19　④ 20　⑤ 21

[TIP17] 내적의 기하적 의미

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = k$일 때 점 P의 자취는 직선 AB에 수직인 직선이다.

예제 028 [2013학년도 수능 26번]

한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 P가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.[28] (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

예제 029 [2018학년도 9월 19번]

좌표평면에서 원점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 세 점 A_1, A_2, A_3에 대하여

$$|\overrightarrow{\mathrm{OX}}| \le 1 \text{ 이고 } \overrightarrow{\mathrm{OX}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}_k} \ge 0 \ (k=1,\ 2,\ 3)$$

을 만족시키는 모든 점 X의 집합이 나타내는 도형을 D라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[29]

ㄱ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_1} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_3}$이면 D의 넓이는 $\frac{\pi}{2}$이다.

ㄴ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = -\overrightarrow{\mathrm{OA}_1}$이고 $\overrightarrow{\mathrm{OA}_3} = \overrightarrow{\mathrm{OA}_1}$이면 D는 길이가 2인 선분이다.

ㄷ. $\overrightarrow{\mathrm{OA}_1} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}_2} = 0$인 경우에, D의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$이면 점 A_3은 D에 포함되어 있다.

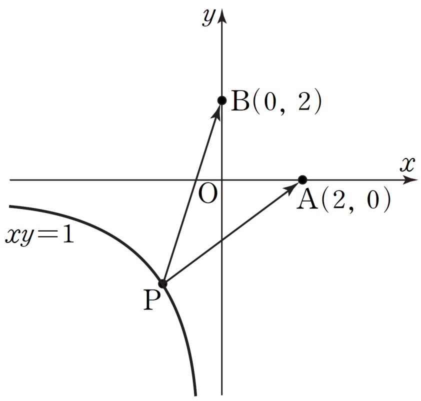
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[TIP18] 벡터의 내적과 분해

① 선분의 중점을 이용한 분해 : $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PA} = |\overrightarrow{PM}|^2 - |\overrightarrow{AM}|^2$ 개중요.
② 수직을 이용한 분해 : $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB} = k$의 자취 개중요.

예제 030

곡선 $xy=1$ 위의 점 P와 두 점 A$(2,\ 0)$, B$(0,\ 2)$가 있다. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$의 최솟값은?[30]
(단, 점 P는 제3사분면 위의 점이다.)

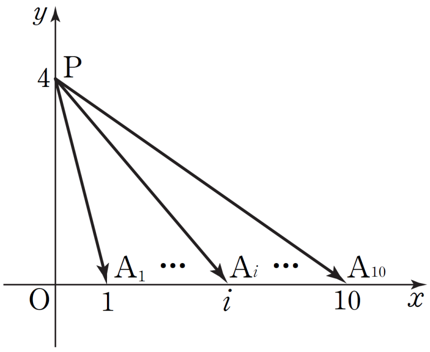


① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

예제 031

그림과 같이 좌표평면에 점 $\mathrm{P}(0,\ 4)$와 10개의 점 $\mathrm{A}_i(i,\ 0)(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10)$이 있다.

원점 O와 10개의 점 A_i에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PO}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PA}_i} = l_i$라 할 때, $\sum_{i=1}^{10} l_i$의 값은?31)



① 10 ② 40 ③ 80
④ 160 ⑤ 320

[TIP19] 내적값의 해석

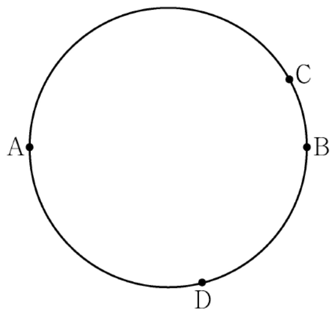
알아서 잘.

예제 032 [2020학년도 수능 19번]

한 원 위에 있는 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|^2$의 값은?32)

(가) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=8$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$

(나) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}-2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$



① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

예제 033 [한성은 AU2065번]

좌표평면 위의 $\overline{\mathrm{AB}}=12$인 두 점 A, B와 점 C는 다음을 만족시킨다.

(가) $2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(나) $\cos(\angle\mathrm{CAB})=\dfrac{4}{5}$

$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}$의 값은?[33)]

① -19　② -21　③ -23

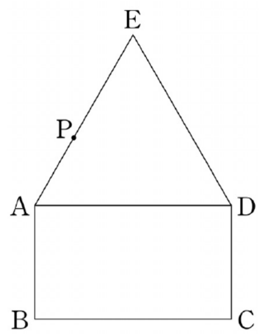
④ -25　⑤ -27

[TIP20] 좌표화

안보이면 순순히 좌표 잡아라.

예제 034 [2011학년도 9월 14번]

평면에서 그림과 같이 $\overline{AB}=1$이고 $\overline{BC}=\sqrt{3}$인 직사각형 ABCD와 정삼각형 EAD가 있다. 점 P가 선분 AE 위를 움직일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[34)]



ㄱ. $|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CP}|$의 최솟값은 1이다.
ㄴ. $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CP}$의 값은 일정하다.
ㄷ. $|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CP}|$의 최솟값은 $\dfrac{7}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

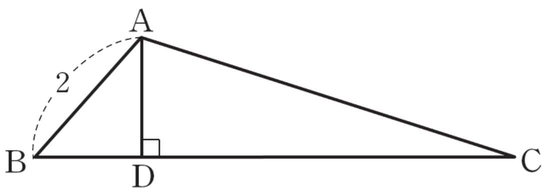
예제 035 [한성은 QE2352번]

한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 선분 BC 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 Q가 $2\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AQ}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{BQ}|$의 최댓값과 최솟값의 곱은?[35)]

① 8　② 12　③ 16　④ 20　⑤ 24

예제 036

그림과 같이 변 AB의 길이가 2인 삼각형 ABC에 대하여 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=8$이다. 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발 D가 선분 BC를 $2:7$로 내분할 때, 선분 AC의 길이는?[36)]



① $2\sqrt{6}$　② $2\sqrt{7}$　③ $4\sqrt{2}$　④ 6　⑤ $2\sqrt{10}$

[TIP21] 자취와 최대최소

앞에서 했던 것들.

예제 037 [2019학년도 9월 16번]

좌표평면 위의 두 점 A(6, 0), B(8, 6)에 대하여 점 P가

$$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|=\sqrt{10}$$

을 만족시킨다. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}$의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{MQ}$의 값은?[37] (단, O는 원점이다.)

① $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{12\sqrt{10}}{5}$

④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{10}}{5}$

예제 038 [2019학년도 6월 29번]

좌표평면 위에 $\overline{\mathrm{AB}}=5$인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1, O_2라 하자. 원 O_1 위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle \mathrm{CAB})=\dfrac{3}{5}$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=30$이고 $\lvert\overrightarrow{\mathrm{CD}}\rvert<9$이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$의 최댓값이 $a+b\sqrt{74}$이다. $a+b$의 값을 구하여라.[38] (단, a, b는 유리수이다.)

[TIP22] 벡터의 분해와 최대최소

앞에서 했던 것들.

예제 039 [2018학년도 6월 29번]

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$
(나) $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$의 최솟값은 m이고 이때 $|\overrightarrow{OP}| = k$이다. $m + k^2$의 값을 구하여라.[39)]

[TIP23] 직선의 방정식

① $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}$ 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 벡터 $(a,\ b)$와 평행한 직선

② $a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$: 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 벡터 $(a,\ b)$와 수직인 직선

예제 040 [2018학년도 6월 25번]

좌표평면 위의 점 $(6,\ 3)$을 지나고 벡터 $\vec{u}=(2,\ 3)$에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 A, y축과 만나는 점을 B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2$의 값을 구하여라.[40)]

예제 041 [2017학년도 6월 12번]

좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{4}=\frac{y-1}{3},\qquad \frac{x+2}{-1}=\frac{y+1}{3}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?[41)]

① $\dfrac{\sqrt{6}}{10}$　② $\dfrac{\sqrt{7}}{10}$　③ $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

④ $\dfrac{3}{10}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

1) ⑤

2) ③

3) 8

4) ③

5) ③

6) ④

7) ④

8) ⑤

9) 175

10) ③

11) 19

12) 81

13) ③

14) ⑤

15) ④

16) 53

17) ①

18) ⑤

19) ①

20) ⑤

21) 8

22) ①

23) ⑤

24) ②

25) ②

26) ③

27) ③

28) 7

29) ⑤

30) ①

31) ④

32) ⑤

33) ③

34) ⑤

35) ⑤

36) ①

37) ③

38) 31

39) 7

40) 52

41) ⑤