원포인트 개념주입 C

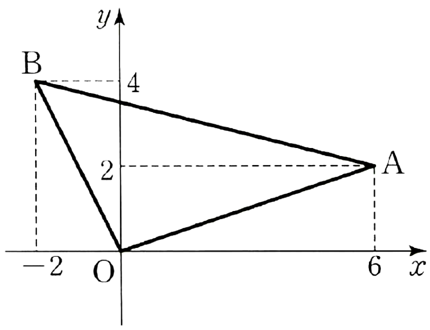
도형의 방정식

개념1

✔ 내분점과 외분점 : 잘

001.

좌표평면에 세 점 O(0, 0), A(6, 2), B(−2, 4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다.



직선 OA 위의 점 P와 직선 OB 위의 점 Q가 다음 조건을 만족한다.

(가) 점 P는 제1사분면, 점 Q는 제2사분면 위의 점이다.

(나) $(\triangle \mathrm{OPB}$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times (\triangle \mathrm{OAB}$의 넓이$)$

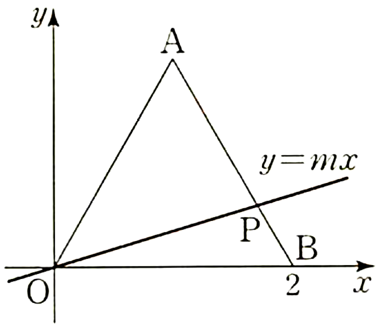
(다) $(\triangle \mathrm{OPQ}$의 넓이$) = \frac{3}{2} \times (\triangle \mathrm{OPB}$의 넓이$)$

이때, 직선 PQ의 방정식은 $mx + ny = 21$이다. 두 실수 m, n의 합 $m+n$의 값은?[1)]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

002.

그림과 같이 좌표평면 위에 정삼각형 AOB가 있다. 직선 $y=mx$가 선분 AB와 만나는 점을 P라 하면 $\triangle AOP = 3\triangle POB$일 때, 상수 m의 값을 구하여라.[2]



003.

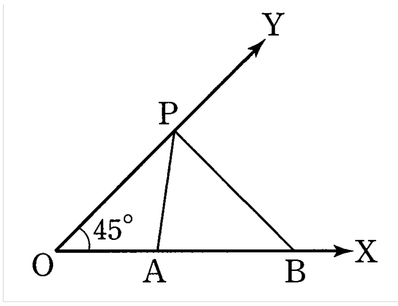
네 점 $A(-1, a)$, $B(b, 0)$, $C(4, 1)$, $D(2, 3)$을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, a, b의 값을 각각 구하여라.[3]

개념2

✔ 최단거리 : 잘

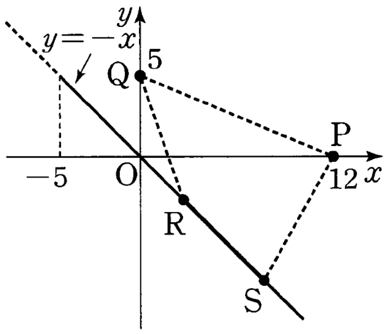
004.

$\angle XOY = 45^\circ$ 인 반직선 OX 위에 $\overline{OA} = 50$, $\overline{OB} = 120$인 두 점 A, B가 있다. 반직선 OY 위의 임의의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$의 최솟값을 구하여라.4)



005.

그림과 같이 좌표평면 위에 두 정점 $\mathrm{P}(12,\ 0)$, $\mathrm{Q}(0,\ 5)$가 있다. 길이가 $5\sqrt{2}$인 선분 RS가 반직선 $y=-x\ (x\geq-5)$ 위에서 움직일 때, 사각형 PQRS의 둘레의 길이의 최솟값은?[5)]



① $20+6\sqrt{2}$　② $22+6\sqrt{2}$　③ $22+8\sqrt{2}$
④ $24+5\sqrt{2}$　⑤ $26+5\sqrt{2}$

006.

반지름이 4, 중심각이 30°인 부채꼴 OAB가 있다. 세 점 P, Q, R이 각각 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 위를 움직일 때, 삼각형 PQR의 둘레의 최솟값을 구하여라.[6)]

✏ 각의 이등분선 정리

$\triangle ABC$에서 각 A의 이등분선과 BC의 교점을 P라 하면,

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$

✏ 파푸스의 중점연결 정리

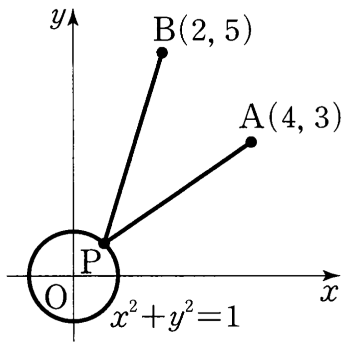
$\triangle ABC$에서 BC의 중점을 M이라 하면,

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{MB}^2)$

개념3

007.

그림과 같이 점 P가 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직일 때, 좌표평면 위의 두 점 A$(4,\ 3)$, B$(2,\ 5)$에 대하여 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$의 최댓값을 구하여라.7)



008.

양수 m에 대하여 x축과 $y=mx$이 이루는 각을 이등분하는 직선 중 기울기가 양수인 직선의 방정식을 구하여라.8)

009.

좌표평면 위의 한 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심은 변 BC 위에 있고 그 좌표가 $(-1,\ -1)$이다. 이때, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2$의 값을 구하여라.9)

개념4

✔ 좌표평면 상의 오심에 관한 내용들

(1) 무게중심 : ① 구하기 쉽다.

② 각 변의 $m:n$ 내분점으로 만들어진 삼각형에서

③ $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 최소

(2) 외심 : '세 점에서의 거리가 같다.' 나 '수직이등분선들의 교점'이나 '세 점을 지나는 원의 중심'을 이용하여 구할 수 있다.

(3) 수심 : 구할 수 있다.

010.

세 점 $O(0,\ 0)$, $A(4,\ -2)$, $B(-1,\ 5)$와 임의의 점 P에 대하여 $\overline{OP}^2+\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 값이 최소일 때의 점 P좌표를 구하여라.[10)]

011.

세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(3,\ 1)$, $\mathrm{C}(2,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변의 수직이등분선의 교점의 좌표를 구하여라.11)

012.

삼각형 ABC의 세 꼭짓점 $\mathrm{A}(0,\ 8)$, $\mathrm{B}(-10,\ 0)$, $\mathrm{C}(6,\ 0)$에서 각각 그 대변에 내린 세 수선의 교점의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, 실수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.12)

개념5

✔ 직선들의 위치관계 : 잘
※ 직선이 항상 지나는 점 : 미지수에 대하여 정리해서 항등식을 푼다.

013.

두 집합

$$A=\{(x,\ y)\,|\,y=-2(k+1)x-2k\},$$
$$B=\left\{(x,\ y)\,|\,y=(k+1)^2x+2\right\}$$

에 대하여 $A\cap B=\varnothing$일 때, 실수 k의 값을 구하여라.[13)]

014.

서로 다른 세 직선

$$2x-y-3=0, \quad x+by-3=0, \quad (a+1)x+y+1=0$$

에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나누어 질 때, 실수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.14)

015.

직선 $l : k^2x+(k^2+1)y-k^2+1=0$에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?15)

ㄱ. $k=1$일 때, 직선 l의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.
ㄴ. k의 값에 관계없이 직선 l은 항상 점 $(2,\ 1)$을 지난다.
ㄷ. $-1<k<1$일 때, 직선 l은 제1사분면을 지나지 않는다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념6

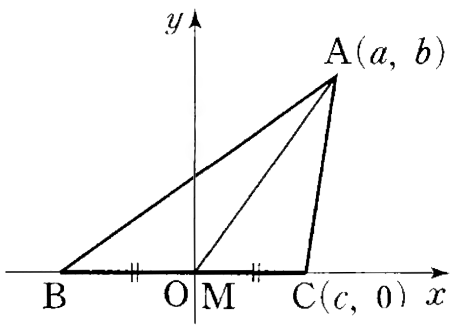
✔ 좌표를 이용한 증명

016.

다음은 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때,

$$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$$

이 성립함을 증명한 것이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 써넣어라.16)



그림과 같이 직선 BC를 x축, 점 M을 지나고 직선 BC에 수직인 직선을 y축으로 하는 좌표평면을 잡으면 점 $\boxed{(가)}$이 원점이다. 이때 삼각형 ABC의 두 꼭짓점 A, C의 좌표를 각각 $A(a,\ b)$, $C(c,\ 0)$이라 하면 꼭짓점 B의 좌표는 $\boxed{(나)}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\boxed{(다)}$,

$\overline{AM}^2+\overline{BM}^2=\boxed{(라)}$

에서

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

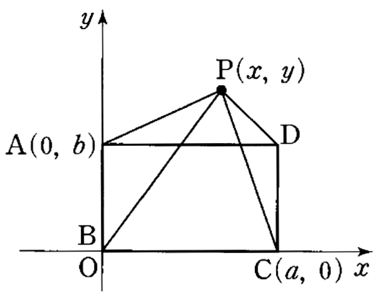
017.

임의의 삼각형 $\triangle ABC$에 대하여 다음을 증명하여라.[17]

(1) 세 꼭짓점에서 각각의 대변에 내린 세 개의 수선은 한 점에서 만난다.

(2) 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.

018.



다음은 직사각형 ABCD와 임의의 한 점 P에 대하여

$$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$$

이 성립함을 증명한 것이다. (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 차례로 써넣어라.[18]

위의 그림과 같이 직선 BC를 x축, 직선 AB를 y축으로 하는 좌표평면을 잡으면 점 $\boxed{(가)}$가 원점이다. 이때 사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C의 좌표를 각각 $A(0,\ b)$, $C(a,\ 0)$이라 하면 꼭짓점 D의 좌표는 $\boxed{(나)}$이므로

$$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\boxed{(다)}$$

$$\overline{PB}^2+\overline{PD}^2=\boxed{(라)}$$

$$\therefore\ \overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$$

✔ 절댓값 함수의 그래프 : 잘

개념7

019.

다음 함수의 그래프를 그려라.[19)]

(1) $y=|x+1|+|x-2|$

(2) $y=|x-2|-|4-x|$

(3) $y=||x-1|-|x-3||$

(4) $y=\frac{|x|}{x}$

(5) $|x|+|y|=3$

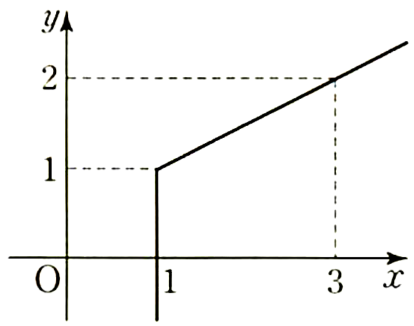
(6) $2|x|+3|y|=12$

020.

두 식 $xy=|x|$와 $y=2x+a$의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하여라.[20)]

021.

그림과 같은 도형의 방정식이 $x=a|y-b|+cy+d$일 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.[21)] (단, a, b, c, d는 상수)



개념8

✔ 가우스 함수의 그래프 : 잘

022.

다음 함수의 그래프를 그려라.[22)]

(1) $y=[x]$

(2) $y=x-[x]$

(3) $y=[x^2]$

(4) $y=x^2-[x^2]$

(5) $y=[x]^2$

023.

x에 대한 방정식 $x^2-[x^2]=ax+1$이 서로 다른 다섯 개의 실근을 가질 때, 음수 a의 최솟값을 구하여라.23) (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

024.

방정식 $[x]^2+[y^2]=1$을 만족 시키는 점 $(x,\ y)$가 좌표평면 위에 나타내는 영역의 넓이는?24)
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $2(\sqrt{2}-1)$ ② $2(2-\sqrt{2})$ ③ $4(\sqrt{2}-1)$
④ $2(1+\sqrt{2})$ ⑤ $2(2+\sqrt{2})$

개념9

✔ 점과 직선 사이의 거리 : $\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

025.

다음을 증명하여라.[25)]

(1) 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$에서 직선 $l: ax+by+c=0$까지의 거리는 $\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$이다.

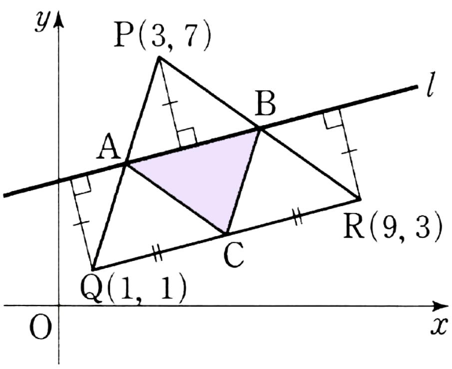
(2) 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(a,\ b)$, $\mathrm{B}(c,\ d)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}|ad-bc|$이다.

026.

점 $(2,\ 2)$와 직선 $x+3y+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$라 할 때, $f(k)$의 최댓값을 구하여라.[26)]

027.

그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{P}(3,\ 7)$, $\mathrm{Q}(1,\ 1)$, $\mathrm{R}(9,\ 3)$으로부터 같은 거리에 있는 직선 l이 선분 PQ, PR와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 QR의 중점을 C라 할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$의 무게중심의 좌표를 $\mathrm{G}(x,\ y)$라 하면 $x+y$의 값은?[27)]



① $\dfrac{16}{3}$ ② 6 ③ $\dfrac{20}{3}$

④ $\dfrac{22}{3}$ ⑤ 8

✔ 평면좌표에서 다룰 줄 알아야 되는 기본적인 도구

개념10

① 내분점과 외분점, 삼각형의 무게중심의 좌표

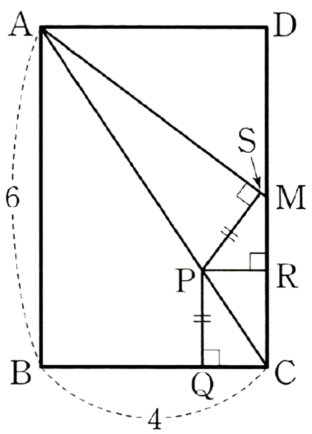
② 직선의 기울기, 방정식

③ 점과 직선사이의 거리

④ 삼각형의 넓이 : $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & c & e & a \\ b & d & f & b \end{vmatrix}$

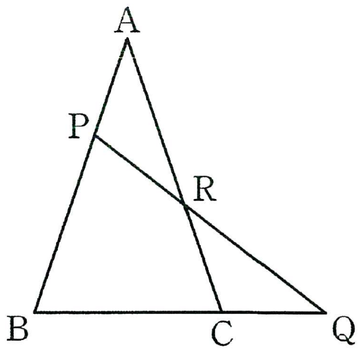
028.

그림과 같이 가로의 길이가 4, 세로의 길이가 6인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 DC의 중점을 M이라 하고, 대각선 AC 위의 임의의 한 점 P에서 세 직선 BC, DC, AM에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하자. 점 P가 $\overline{PQ}=\overline{PS}$를 만족시킬 때, 선분 PR의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. 이때, $p+q$의 값을 구하여라.[28] (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



029.

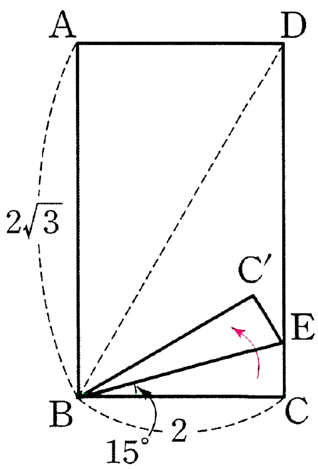
그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 선분 BC를 5:2로 외분하는 점을 Q라 하자. 두 점 P, Q를 지나는 직선이 선분 AC와 만나는 점을 R라 하면 $\overline{AR}:\overline{RC}=m:n$이다. 이때, m^2+n^2의 값은?29) (단, m, n은 서로소인 자연수이다.)



① 2 ② 13 ③ 25
④ 41 ⑤ 61

030.

그림과 같이 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 각 꼭짓점을 A, B, C, D라 하면 $\overline{AB}=2\sqrt{3}$, $\overline{BC}=2$이다. $\angle EBC=15^\circ$가 되도록 변 CD 위에 점 E를 정하고 선분 BE를 접는 선으로 하여 이 종이를 접으면 점 C는 점 C′으로 옮겨진다. 점 C′과 대각선 BD 사이의 거리를 구하여라.30)



✔ 원의 접선의 방정식 구하기

① 주어진 조건에 따라서 '미지수를 포함한' 직선의 방정식을 잡는다.

② 이 직선이 원과 접하려면, 중심에서의 거리가 반지름과 같아야 하므로, "(직선~원의 중심)=반지름"을 이용하여 미지수를 구한다.

개념11

✏ 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서 원에 그은 접선의 방정식 :

$x_1x+y_1y=r^2$

031.

다음 물음에 답하여라.31)

(1) 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=kx+2$가 한 점에서 만날 때, 상수 k의 값을 구하여라.

(2) 원 $x^2+y^2-2x-2y+c=0$이 직선 $x-y+4=0$에 접할 때, 상수 c의 값은?

(3) 원 $x^2+(y-2)^2=5$에 접하는 기울기 2인 직선의 방정식을 구하여라.

(4) 원 $x^2+y^2=1$에 접하며 점 $(2,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

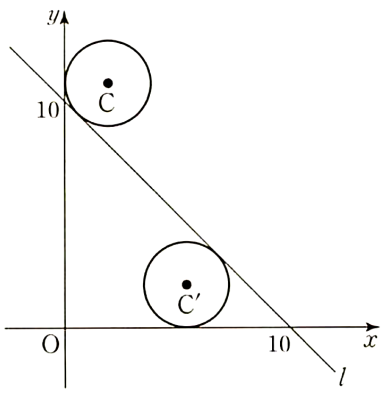
032.

원 $x^2+y^2=36$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\triangle\mathrm{OAB}$의 넓이의 최솟값은?[32] (단, O는 원점, $a>0$, $b>0$)

① 12 ② 24 ③ 36
④ $24\sqrt{2}$ ⑤ $36\sqrt{2}$

033.

다음 그림과 같이 직선 $l : x+y-10=0$과 y축에 동시에 접하는 반지름의 길이가 2인 원 C가 있다. 이 원 C를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동 하였더니 그림과 같이 직선 l과 x축에 동시에 접하는 원 C'이 되었다. 이때, ab의 값을 구하여라.[33]



개념12

✔ 원과 점 사이의 거리 : 중심에서 이어본다.
✔ 원과 직선 사이의 거리 : 중심에서 직선에 수선의 발을 내려본다.

034.

다음 물음에 답하여라.34)

(1) 원 $x^2+y^2-6x-10y+25=0$에 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$에서 그은 접선의 접점을 P라 할 때, 선분 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이를 구하여라.

(2) 원 $x^2+y^2-9=0$과 직선 $y=2x+5$의 두 교점을 A, B라 할 때, 현 AB의 길이를 구하여라.

(3) 정점 $\mathrm{A}(4,\ 0)$과 원 $x^2+(y-3)^2=1$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}$의 최솟값을 구하여라.

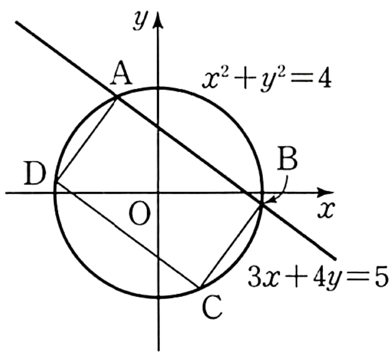
(4) 원 $(x+4)^2+(y-3)^2=2$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $y=x-3$ 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값을 구하여라.

(5) 원 $(x+4)^2+(y-3)^2=5^2$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(-4,\ -2)$, $\mathrm{B}(1,\ 3)$과 이 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 이 때, 삼각형 PAB의 넓이의 최댓값을 구하여라.

(6) 점 $\mathrm{A}(-1,\ 4)$와 원 $(x-2)^2+y^2=4$ 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 길이가 정수가 되는 점 P는 모두 몇 개인지 구하여라.

035.

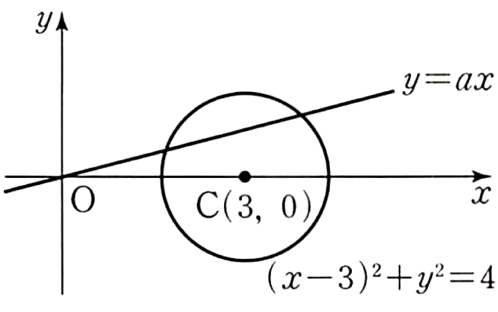
다음 그림과 같이 직선 $3x+4y=5$와 원 $x^2+y^2=4$의 교점을 A, B라고 할 때, 원에 내접하는 직사각형 ABCD의 넓이는?35)



① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

036.

다음 그림에서 원점을 지나고 기울기가 양인 직선 $y=ax$가 원 $(x-3)^2+y^2=4$의 둘레를 $1:2$로 분할할 때, 상수 a의 값을 구하여라.36)



개념13

✔ 접선과 관련한 거리 :
① 곡선 밖의 점이 있으면 원의 중심과 잇는다.
② 접점과 원의 중심을 잇는다.

037.

다음 물음에 답하여라.[37)]

(1) 점 $\mathrm{P}(1,\ 2)$에서 원 $x^2+y^2+6x-4y+9=0$에 그은 두 접선의 접점 사이의 거리를 구하여라.

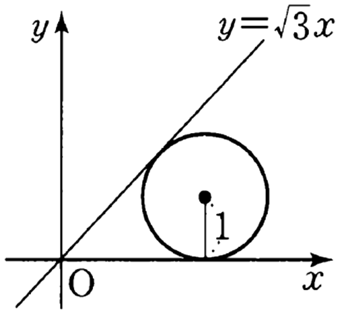
(2) 두 원 $x^2+y^2=4$, $(x-8)^2+(y-6)^2=r^2$의 공통내접선의 길이가 $5\sqrt{3}$일 때, 양수 r의 값을 구하여라.

(3) 원 $x^2+y^2=1$ 밖의 한 점 $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2},\ k\right)$에서 이 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 양수 k의 값을 구하여라.

(4) 원 $x^2+(y-1)^2=r^2$ 밖의 점 $\mathrm{A}(2,\ -3)$에서 이 원에 그은 두 접선이 이루는 각의 크기가 60°일 때, 접선의 길이를 구하여라.

038.

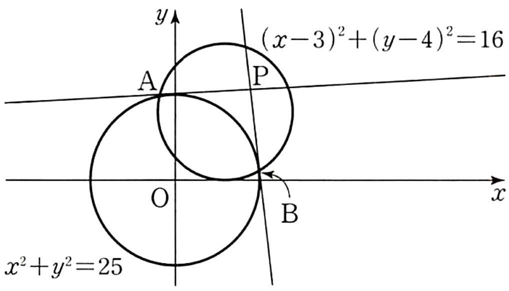
그림과 같이 중심이 제1사분면 위에 있고, 반지름의 길이가 1인 원이 x축과 직선 $y=\sqrt{3}x$에 동시에 접한다. 이 원의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값은?[38)]



① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2
④ $\sqrt{2}+1$　⑤ $\sqrt{3}+1$

039.

다음 그림과 같이 두 원 $x^2+y^2=25$, $(x-3)^2+(y-4)^2=16$의 두 교점을 A, B라고 하자. 두 점 A, B에서 각각 원 $x^2+y^2=25$에 접하는 두 접선의 교점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라고 할 때, $\dfrac{b}{a}$의 값은?[39)]



① $\dfrac{3}{4}$　② $\dfrac{4}{5}$　③ 1
④ $\dfrac{5}{4}$　⑤ $\dfrac{4}{3}$

개념14

✔ 공통현과 길이 :

① 두 원의 식을 빼서 이차항을 소거하면 공통현의 방정식을 구할 수 있다.

② 중심 사이의 거리, 중심에서 현에 내린 수선의 발에 주목한다.

040.

두 원 $x^2+y^2-2y-9=0$, $x^2+y^2-x+k=0$의 공통현의 길이가 $2\sqrt{5}$가 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 합은?40)

① -22　② -18　③ -14

④ -10　⑤ -6

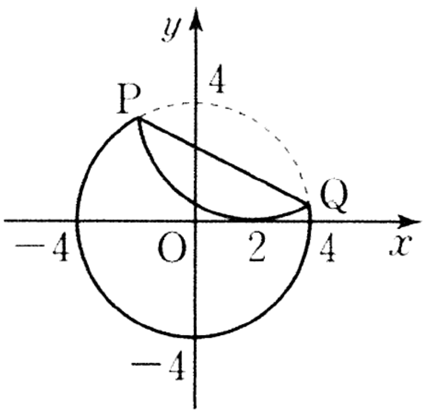
041.

원 $(x+1)^2+(y-1)^2=4^2$이 원 $(x-1)^2+(y+1)^2=a$의 둘레의 길이를 이등분할 때, a의 값은?41)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

042.

아래 그림과 같이 원 $x^2+y^2=16$을 점 $(2, 0)$에서 x축과 접하도록 접었을 때, $\overline{PQ}$의 길이는?42)



① 2 ② $\sqrt{11}$ ③ 4
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

✔ 어떤 점 P의 자취의 방정식은 $P(x,\ y)$라 놓았을 때 x와 y의 관계식이다.

개념15

043.

다음의 방정식을 구하여라.43)

(1) 두 점 $A(1,\ 1)$, $B(3,\ 2)$에 대하여

$$\overline{PA}^2-\overline{PB}^2=3$$

을 만족하는 점 P의 자취

(2) 원점 O와 두 점 $A(-2,\ 0)$, $B(1,\ 2)$에 대하여

$$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2=11$$

을 만족시키는 점 P의 자취

(3) 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(3,\ 1)$에 대하여

$$\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$$

을 만족하는 점 P의 자취

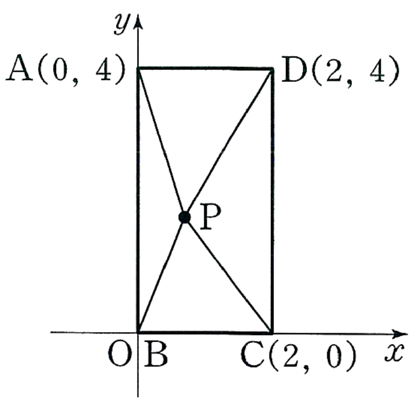
(4) 점 $(a,\ b)$에 대하여 직선 $x-y+5=0$와 대칭인 직선의 방정식이 $x-y-11=0$일 때, 점 $(a,\ b)$의 자취

044.

점 P에서 두 원 $(x-1)^2+(y+1)^2=1$, $(x+2)^2+(y-4)^2=4$에 그은 접선의 길이가 같을 때, 점 P의 자취가 나타내는 도형의 방정식은?[44)]

045.

그림과 같이 네 점 A$(0,\ 4)$, B$(0,\ 0)$, C$(2,\ 0)$, D$(2,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가 연립부등식 $\begin{cases} \overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PB}}^2-16 \le 0 \\ \overline{\mathrm{PC}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2-16 \le 0 \end{cases}$을 만족시킬 때, 점 P가 존재하는 영역의 넓이를 구하여라.[45)]



개념16

✔ 어떤 점 P의 자취를 구할 때 매개변수를 이용할 수 있다.

046.

다음 점의 자취의 방정식을 구하여라.[46]

(1) 점 Q가 직선 $x+2y-4=0$ 위를 움직일 때,
점 A$(2,-3)$과 점 Q를 이은 선분 $\overline{\mathrm{AQ}}$의 중점

(2) 점 P가 원 $x^2+y^2=4$ 위를 움직일 때, 점 A$(4,0)$과 P의 중점

047.

직선 $y=2x+k$가 원 $x^2+y^2=5$와 두 점 A, B에서 만날 때, 선분 AB의 중점의 자취의 방정식은?47)

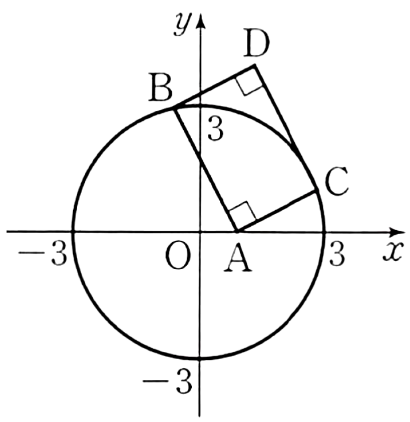
① $y=-2x(-4<x<4)$　② $y=-2x(-2<x<2)$

③ $y=-\frac{1}{2}x(-5<x<5)$　④ $y=-\frac{1}{2}x(-4<x<4)$

⑤ $y=-\frac{1}{2}x(-2<x<2)$

048.

그림과 같이 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=9$와 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에 대하여 $\angle\mathrm{BAC}=90°$가 되도록 원 위의 두 점 B, C를 잡고, $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$를 가로, 세로로 하는 직사각형 ACDB를 만들 때, 점 D가 그리는 자취의 길이는?48)



① 8π　② 9π　③ $2\sqrt{17}\pi$

④ $4\sqrt{10}\pi$　⑤ $5\sqrt{13}\pi$

개념17

✔ 유명 자취 : 잘

049.

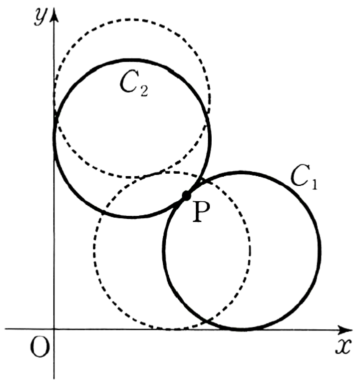
두 직선 $l_1 : mx-y-4m=0$, $l_2 : x+my-2m=0$에 대하여 m의 값이 변할 때 두 직선 l_1, l_2의 교점 P의 자취에 대한 설명으로 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?49)

ㄱ. 점 P의 자취는 원점을 지난다.
ㄴ. 점 P의 자취는 점 (4, 2)를 지나지 않는다.
ㄷ. 점 P의 자취의 길이는 10π이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

050.

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 제1사분면에 반지름의 길이가 1인 두 원 C_1, C_2가 있다. 원 C_1은 x축에 접하면서 움직이고, 원 C_2는 y축에 접하는 동시에 원 C_1에 외접하면서 움직인다. 두 원의 접점을 P라 할 때, 점 P가 나타내는 도형의 길이는 $k\pi$이다. 이때, $30k$의 값을 구하여라.50)



051.

점 A$(2,\ 0)$을 지나는 직선이 원 $x^2+y^2=1$과 두 점 B, C에서 만날 때, 현 BC의 중점 P의 자취를 구하여라.51)

✔ 점 $(a,\ b)$에 대한 대칭이동 : $f(2a-x,\ 2b-y)=0$
✔ 임의의 직선에 대한 대칭이동 : 따로 식이 없고,
① 중점조건 ② 수직조건
으로 풀어야 함.

개념18

052.

직선 $(2k+1)x+(k+3)y+2=0$을 점 $(1,\ 2)$에 대하여 대칭이동한 직선은 실수 k의 값에 관계없이 항상 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때 $\dfrac{b}{a}$의 값을 구하여라.[52)]

053.

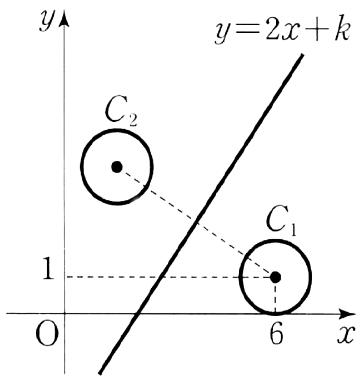
원 $(x-2)^2+y^2=1$ 위의 점과 이 원을 직선 $y=2x$에 대하여 대칭이동한 원 위의 점 사이의 거리의 최솟값은?[53)]

① $2\sqrt{5}$　② $2(\sqrt{5}-1)$　③ $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}-2$　⑤ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}-2$

054.

그림과 같이 중심의 좌표가 $(6,\ 1)$이고, 반지름의 길이가 1인 원 C_1이 있다. 원 C_1을 직선 $y=2x+k$에 대하여 대칭이동한 원 C_2 위의 점 $(x,\ y)$가 $x \geq 0,\ y \geq 0$을 만족하도록 하는 상수 k의 값의 범위가 $a \leq k \leq b$일 때, $b-a$의 값을 구하여라.[54)]



✔ 도형의 이동과 방정식 : 순서 헷갈리지마.

개념19

055.

방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 다음과 같은 방법으로 이동시켰을 때 나타나는 도형의 방정식을 구하여라.55)

(1) x축의 방향으로 2만큼 평행이동 시킨 후 y축에 대하여 대칭이동

(2) 원점에 대하여 대칭이동 시킨 후 y축에 대하여 대칭이동

(3) $y=x$에 대하여 대칭이동 시킨 후 x축의 방향으로 2만큼 평행이동

(4) x축의 방향으로 2만큼 평행이동 시킨 후 $y=x$에 대하여 대칭이동

(5) x축에 대하여 대칭이동 시킨 후 $y=-x$에 대하여 대칭이동

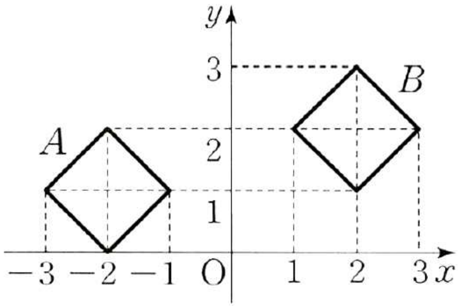
(6) $y=-x$에 대하여 대칭이동 시킨 후 x축에 대하여 대칭이동

(7) $y=x$에 대하여 대칭 $\rightarrow$ x축의 방향으로 2만큼 평행 $\rightarrow$ $y=x$에 대하여 대칭

(8) y축에 대하여 대칭 $\rightarrow$ x축의 방향으로 2만큼 평행 $\rightarrow$ $y=x$에 대하여 대칭

056.

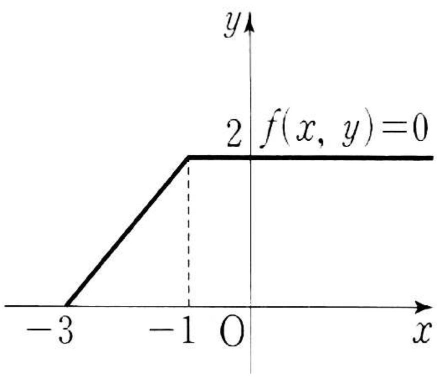
그림과 같은 도형 A를 나타내는 방정식이 $f(x,\ y)=0$일 때, 도형 B를 나타낼 수 있는 방정식만을 보기에서 있는 대로 고르면?[56]



ㄱ. $f(x-4,\ y-1)=0$　ㄴ. $f(-x,\ -y-3)=0$
ㄷ. $f(-y+3,\ -x)=0$　ㄹ. $f(x-4,\ -y+3)=0$
ㅁ. $f(-x,\ y-1)=0$

057.

방정식 $f(x,\ y)=0$이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같을 때, 이 도형과 세 개의 방정식 $f(x,\ -y)=0$ $f(2-x,\ y)=0$, $f(2-x,\ -y)=0$ 이 나타내는 도형으로 모두 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.[57]



1) ①

2) $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$

3) $a=2$, $b=1$

4) 130

5) ⑤

6) 12

7) 76

8) $\dfrac{\sqrt{m^2+1}-1}{m}$

9) 52

10) $\mathrm{P}(1,\ 1)$

11) $(1,\ 2)$

12) $\dfrac{15}{2}$

13) -3

14) $-\dfrac{7}{2}$

15) ③

16) (가) M (나) $\mathrm{B}(-c,\ 0)$
(다) $2(a^2+b^2+c^2)$ (라) $a^2+b^2+c^2$

17) $\mathrm{A}(-c,\ 0)$, $\mathrm{B}(c,\ 0)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$라 놓고 삽질

18) (가) B
(나) $\mathrm{D}(a,\ b)$
(다) $x^2+y^2+(x-a)^2+(y-b)^2$ (또는 $2x^2+2y^2-2ax-2by+a^2+b^2$)
(라) $x^2+y^2+(x-a)^2+(y-b)^2$ (또는 $2x^2+2y^2-2ax-2by+a^2+b^2$)

19) (잘)

20) $-1<a<1$

21) 3

22) (잘)

23) $-\dfrac{1}{2}$

24) ④

25) (1) A에서 l에 내린 수선의 발 : $l: ax+by+c=0$과 $b(x-x_1)-a(y-y_1)=0$의 교점 :
그런 식으로 삽질 ㅡㅜ
(2) 밑변 $\overline{\mathrm{OA}}$: $\sqrt{a^2+b^2}$
높이 B에서 직선 $\overline{\mathrm{OA}}$: $y=\dfrac{b}{a}x \Leftrightarrow bx-ay=0$까지의 거리 : $\dfrac{|bc-ad|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

26) $2\sqrt{2}$

27) ⑤

28) 15

29) ④

30) 1

31) (1) $\pm\sqrt{3}$

(2) -6

(3) $y=2x+7$, $y=2x-3$

(4) $y=1$, $y=\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$

32) ③

33) 28

34) (1) 4

(2) 4

(3) 4

(4) $4\sqrt{2}$

(5) $\frac{25}{2}(\sqrt{2}+1)$

(6) 8

35) ④

36) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

37) (1) $2\sqrt{3}$

(2) 3

(3) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

(4) $\sqrt{15}$

38) ⑤

39) ⑤

40) ①

41) ④

42) ④

43) (1) $2x+y-7=0$

(2) $x^2+y^2+x-2y-1=0$

(3) $(x-5)^2+y^2=40$

(4) $x-y-3=0$

44) $6x-10y+15=0$

45) $\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$

46) (1) $x+2y=0$

(2) $(x-2)^2+y^2=2$

47) ⑤

48) ③

49) ②

50) 15

51) 원 $(x-1)^2+y^2=1$ 중 원 $x^2+y^2=1$의 내부

52) 3

53) ⑤

54) $\frac{25}{4}$

55) (1) $f(-x-2,\ y)=0$

(2) $f(x,\ -y)=0$

(3) $f(y,\ x-2)=0$

(4) $f(y-2,\ x)=0$

(5) $f(-y,\ x)$

(6) $f(y,\ -x)=0$

(7) $f(x,\ y-2)=0$

(8) $f(-y+2,\ x)=0$

56) ㄱ, ㄹ, ㅁ

57) 24