

원포인트 개념주입 C  
다항식



개념1

✓ 복잡한 것들을 적어보면,

$$\textcircled{1} a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

$$\textcircled{2} a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ = \frac{1}{2}(a+b+c)\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

※ 특히,  $a+b+c=0$ 이면  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$\textcircled{3} a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

## 001.

다음 물음에 답하여라.<sup>1)</sup>

(1)  $a-b=1+\sqrt{5}$ ,  $b-c=1-\sqrt{5}$  일 때,  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값을 구하여라.

(2)  $a+b+c=4$ ,  $ab+bc+ca=3$ ,  $abc=2$  일 때,  $a^3+b^3+c^3$ 의 값을 구하여라.



### 002.

세 양수  $a, b, c$ 가  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 를 만족할 때,

$\frac{2b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{3a}{c}$ 의 값은?2)

- ① 3                                      ② 6                                      ③ 9
- ④ 12                                      ⑤ 15

### 003.

$x - y = 1$ ,  $xy = 2$ 일 때,  $x^4 + x^2y^2 + y^4$ 의 값을 구하여라.3)



개념2

⇒ 대칭식

⇒ 두 개짜리 :  $x+y$ ,  $xy$ 를 찾는다.

⇒ 세 개짜리 :  $x+y+z$ ,  $xy+yz+zx$ ,  $xyz$ 를 찾는다.

### 004.

$x+y+z = a$ ,  $xy+yz+zx = b$ ,  $xyz = c$ 일 때, 다음 각 식을  $a, b, c$ 로 나타내어라.<sup>4)</sup>

(1)  $x^2 + y^2 + z^2$

(2)  $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$

(3)  $(x+y)(y+z)(z+x)$

(4)  $x^3 + y^3 + z^3$

(5)  $y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2 + x^2y + xy^2$

(6)  $(x^2 + y^2)(y^2 + z^2)(z^2 + x^2)$



### 005.

세 수  $x, y, z$ 에 대하여

$$x + y + z = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

일 때,  $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$ 의 값을 구하여라.<sup>5)</sup>

### 006.

$a + b + c = 1, \quad a^2 + b^2 + c^2 = 2, \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3$ 일 때,

$ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a)$ 의 값을 구하면?<sup>6)</sup>



개념3

- ✓ 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해 한다.
- ✓ 적당히 식의 값이 0되는 치환을 해서 인수를 찾는다.

### 007.

임의의 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $[a, b, c] = a^2(b-c)$ 로 정의할 때, 다음 중

$$[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$$

의 인수인 것은?)

- ①  $a-b$
- ②  $b+c$
- ③  $c+a$
- ④  $a+b+c$
- ⑤  $abc$



### 008.

다음 다항식을 인수분해 하여라.<sup>8)</sup>

(1)  $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$

(2)  $(a+b+c)^3 - (b+c-a)^3 - (c+a-b)^3 - (a+b-c)^3$

### 009.

$n$ 의 값이 0, 1, 2, 3인 경우에 다음 유리식의 값을 각각 구하여라.<sup>9)</sup>

$$\frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)}$$



개념4

⇒  $f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눴을 때의 몫이  $Q(x)$ , 나머지가  $R(x)$ 이면

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$$

가 성립한다.

✓ 역으로,  $f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$ 이고  $R(x)$ 의 차수가  $g(x)$ 보다 작으면  $f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫과 나머지는  $Q(x)$ 와  $R(x)$ 이다.

### 010.

$x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫은  $Q(x)$ 이고 나머지는 2이다.  $xf(x)$ 를  $2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 순서대로 적으면?<sup>10)</sup>

- ①  $xQ(x) + 2, 2$       ②  $xQ(x) + 1, -1$       ③  $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, -2$
- ④  $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, -1$       ⑤  $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, 2$





### 011.

다항식  $f(x)$ 를  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$ 으로 나눈 몫과 나머지를 각각  $Q(x)$ ,  $R(x)$ 라 할 때, 다항식  $f(x)$ 를  $(3x-1)^2$ 으로 나눈 몫과 나머지를 차례로 나타낸 것은?<sup>11)</sup>

- ①  $Q(x)$ ,  $R(x)$                       ②  $\frac{1}{9}Q(x)$ ,  $R(x)$                       ③  $Q(x)$ ,  $\frac{1}{9}R(x)$
- ④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R(x)$                       ⑤  $3Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R(x)$

### 012.

다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 라 할 때,  $xf(x)+5$ 를  $x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 적은 것은?<sup>12)</sup>

- ①  $xQ(x)$ ,  $R-5$                       ②  $xQ(x)$ ,  $R+5$                       ③  $xQ(x)$ ,  $R+10$
- ④  $xQ(x)+R$ ,  $R-5$                       ⑤  $xQ(x)+R$ ,  $R+5$



개념5

- ✓  $f(x) = a_n(x-a)^n + a_{n-1}(x-a)^{n-1} + \dots + a_1(x-a) + a_0$  일 때,  
 $a_n$  들은  $f(x)$  를  $x-a$  로 나눈 조립제법을 반복해서 얻을 수 있다.
- ✓  $f(x) = a_n(x-a)^n + a_{n-1}(x-a)^{n-1} + \dots + a_1(x-a) + a_0$   
 으로 나타낼 때,  $x$  에 적당한 값을 대입해 보다보면 좋은 일이 일어난다.

### 013.

$x$  에 대한 다항식  $x^3 - x^2 - 3x + 6$  을

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

의 꼴로 나타내었을 때, 상수  $a, b, c, d$  의 곱  $abcd$  의 값은? <sup>(13)</sup>

- ① -6
- ② -9
- ③ -12
- ④ -15
- ⑤ -18



### 014.

$x$ 에 대한 다항식  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 2$ 에 대하여  $f(1.01)$ 의 값을 구하여라.<sup>14)</sup>

### 015.

등식

$$\begin{aligned} &(x-1)^4 - (x-1)^3 + (x-1)^2 - (x-1) + 1 \\ &= (x-2)^4 + a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d \end{aligned}$$

가  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a+b+c+d$ 의 값은?<sup>15)</sup>

- ① 5                      ② 8                      ③ 10  
④ 20                      ⑤ 25



개념6

⇒ 다항식  $f(x)$ 에 대하여,

① 계수들의 합 :  $f(1)$

② 짝수차 계수들의 합에서 홀수차 계수들의 합을 뺀 값 :  $f(-1)$

③ 짝수차 계수들의 합 :  $\frac{f(1)+f(-1)}{2}$

### 016.

등식

$$(1+x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$$

은  $x$ 에 관계없이 항상 성립한다. 이 때,

$$\alpha = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$$

$$\beta = a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$$

이라 하면  $\alpha + \beta$ 의 값은? <sup>16)</sup>

① 1024

② 512

③ 0

④ 2

⑤ -2



### 017.

상수  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 에 대하여 등식

$$(x^2 - 2x + 5)^3 = a_6x^6 + a_5x^5 + \dots + a_1x + a_0$$

이  $x$ 의 값에 관계없이 성립할 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + a_6$ 의 값은?17)

- ① 280                                      ② 282                                      ③ 284
- ④ 286                                      ⑤ 288

### 018.

모든 실수  $x$ 에 대하여  $x^{10} + 1$ 이 식

$$a_{10}(x+2)^{10} + a_9(x+2)^9 + \dots + a_1(x+2) + a_0$$

과 같은 값을 가질 때,  $a_{10} + a_8 + a_6 + a_4 + a_2 + a_0$ 의 값은?18) (단,  $a_0, a_1, \dots, a_9, a_{10}$ 은 상수이다.)

- ①  $\frac{3(3^9 - 1)}{2}$                                       ②  $\frac{3^{10} - 1}{2}$                                       ③  $\frac{3^{10} + 1}{2}$
- ④  $\frac{3^{10} + 2}{2}$                                       ⑤  $\frac{3(3^9 + 1)}{2}$



개념7

⇒ 복이차식과 상반식의 인수분해 :

- ① 상반식 : 1) 사차상반식 :  $x^2$ 으로 나눈 후  $x + \frac{1}{x}$ 을 치환한다.  
2) 오차상반식 : 인수  $(x+1)$ 을 묶어내고 사차상반식을 만든다.
- ② 복이차식 : 1)  $x^2$ 을 치환한다.  
2)  $(x^2 + a)^2 - (bx)^2$  꼴로 고친다.

## 019.

다음을 인수분해 하여라. 19)

(1)  $x^5 - x^4 + x^3 + x^2 - x + 1$

(2)  $2x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 3x + 2$

(3)  $x^4 + x^2 - 20$

(4)  $a^4 - 6a^2b^2 + b^4$



## 020.

인수분해를 이용하여  $n^4 + 4$  꼴로 표현되는 소수를 모두 구하여라.<sup>20)</sup> (단,  $n$ 은 자연수이다.)

## 021.

100 이하의 자연수  $a$ 에 대하여 사차다항식  $x^4 - ax^2 + 1$ 이 계수가 정수인 두 개 이상의 다항식의 곱으로 인수분해 되도록 하는  $a$ 의 개수는?<sup>21)</sup>

- ① 17                      ② 18                      ③ 19  
④ 20                      ⑤ 21

- 1) (1) 8            (2) 34
- 2) ②
- 3) 21
- 4) (1)  $a^2 - 2b$   
 (2)  $b^2 - 2ac$   
 (3)  $ab - c$   
 (4)  $a^3 - 3ab + 3c$   
 (5)  $ab - 3c$   
 (6)  $a^2b^2 - 2a^3c - 2b^3 + 4abc - c^2$
- 5) 9
- 6) -1
- 7) ①
- 8) (1)  $(a + b + c)(ab + bc + ca)$   
 (2)  $24abc$
- 9)  $n = 0$ 일 때, 0  
 $n = 1$ 일 때, 0  
 $n = 2$ 일 때, 1  
 $n = 3$ 일 때,  $a + b + c$
- 10) ④
- 11) ②
- 12) ⑤
- 13) ③
- 14) 5.030202
- 15) ③
- 16) ④
- 17) ⑤
- 18) ⑤
- 19) (1)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)^2$   
 (2)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)(2x^2 + 3x + 2)$   
 (3)  $(x^2 + 5)(x + 2)(x - 2)$   
 (4)  $(a^2 + 2ab - b^2)(a^2 - 2ab - b^2)$
- 20) 5
- 21) ②