

원포인트 개념주입 C
경우의 수

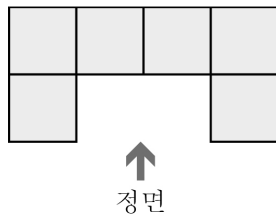


개념1

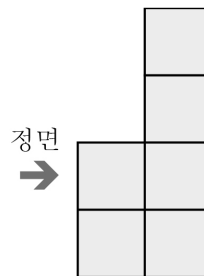
✓ 분류하여 세기 : 기준을 잘 정해서 빠지지 않고 겹치지 않게 분류한다.

001.

크기가 같은 정육면체 모양의 블록 12개를 모두 사용하여 쌓은 입체도형을 만들려고 한다. 이 도형을 위에서 내려다 본 모양이 [그림 1], 정면을 기준으로 오른쪽 옆에서 본 모양이 [그림 2]와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수를 구하여라.¹⁾ (단, 블록은 서로 구별하지 않는다.)



[그림1]

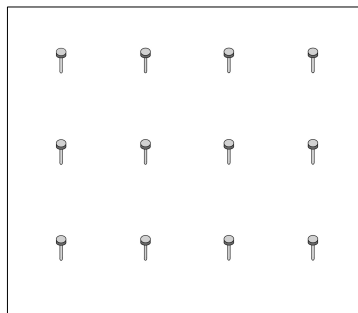


[그림2]

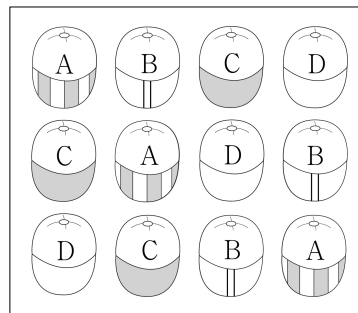


002.

서로 다른 네 종류의 모자 A, B, C, D가 각각 3개씩 모두 12개 있다. 12개의 모자를 [그림 1]과 같이 일정한 간격으로 배열된 12개의 모자걸이에 각각 걸려고 한다. 이때, 모든 가로 방향과 모든 세로 방향에 서로 다른 종류의 모자가 걸리도록 하려고 한다. [그림 2]는 이와 같은 방법으로 모자를 걸 예이다.



[그림 1]

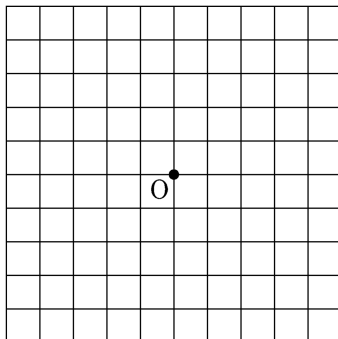


[그림 2]

이와 같은 방법으로 12 개의 모자를 모자걸이에 걸 수 있는 방법의 수를 모두 구하여라.²⁾ (단, 같은 종류의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

003.

그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지는 않는다. 이 로봇이 지점 0에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는?³⁾ (단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.)



- ① 88
- ② 96
- ③ 100
- ④ 104
- ⑤ 112



개념2

✓ 포함배제 : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

004.

어느 건물에서는 출입을 통제하기 위하여 각 자리가 '0'과 '1'로 이루어진 8자리 문자열의 보안카드를 이용하고 있다. 보안카드의 8자리 문자열에 '1'의 개수가 5개이거나 문자열의 처음 4자리가 '0110'이면 이 건물의 출입문을 통과할 수 있다. 예를 들어, 보안카드의 문자열이 '10110011'이거나 '01100101'이면 이 건물에 출입할 수 있다. 이 건물의 출입문을 통과할 수 있는 서로 다른 보안카드의 총 개수를 구하여라.⁴⁾



005.

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?⁵⁾

- (가) $f(1) \neq f(2)$ 이고 $f(2) \neq f(3)$ 이다.
- (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 800 ② 810 ③ 820
- ④ 830 ⑤ 840

006.

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 를 정의역과 공역으로 가지며 다음 조건을 만족하는 함수 f 의 개수를 구하여라.⁶⁾

- (가) f 는 일대일 대응이다.
- (나) f 는 어떤 n 에 대하여
$$f(n+2) - f(n) = 4$$
를 만족한다.



개념3

- ✓ 뽑은 후 배열하기 :
배열할 것들을 구성(뽑기)하는 과정과 배열하는 과정을 나눠서 생각한다.

007.

6개의 숫자 1, 2, 3, 5, 7, 9를 이용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때 7만 중복하여 사용할 수 있다. 7을 2개 이상 포함하고, 7끼리는 이웃하지 않는 서로 다른 자연수의 개수를 구하여라.⁷⁾



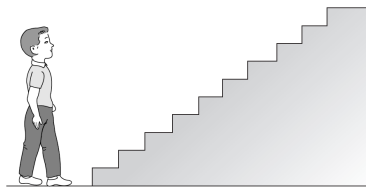
008.

a, b, c, d, e 의 문자를 중복사용하여 5개의 문자를 택해 일렬로 나열할 때, 사용된 문자의 종류가 3가지인 경우의 수는?⁸⁾

- ① 1100
- ② 1200
- ③ 1300
- ④ 1400
- ⑤ 1500

009.

재훈이는 그림과 같은 10칸의 계단을 올라가는데 한 번에 2칸 또는 3칸 또는 4칸씩 올라가려 한다. 재훈이가 한 번에 올라가는 계단 수를 3칸, 4칸, 3칸과 같이 올라가는 순서대로 나열할 때, 재훈이가 10칸의 계단을 올라가는 경우의 수는?⁹⁾



- ① 14
- ② 15
- ③ 16
- ④ 17
- ⑤ 18



개념4

✓ 이웃하지 않는 :

- ① 나머지 배열해 놓고 사이사이에 끼워 넣기
- ② 이웃하면 안 되는 것들 배열해 놓고 분할/분배로

010.

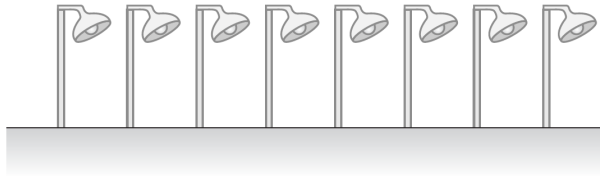
다음 물음에 답하여라.¹⁰⁾

- (1) 서로 구별할 수 없는 공 5개와 서로 다른 구슬 3개를 나열할 때, 구슬이 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라.
- (2) 서로 다른 공 5개와 서로 구별할 수 없는 구슬 3개를 나열할 때, 구슬이 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라.



011.

어느 직선 도로에는 그림과 같이 일정한 간격으로 8개의 가로등이 있다. 8개의 가로등 중 서로 이웃하지 않는 3개의 가로등만 켜는 방법의 수는?¹¹⁾ (단, 가로등이 켜지는 순서는 고려하지 않는다.)



- ① 12 ② 16 ③ 20
- ④ 24 ⑤ 30

012.

여덟 개의 문자 a, a, a, b, b, b, c, c 를 일렬로 나열할 때, a 끼리나 b 끼리는 서로 이웃하지 않는 방법의 수를 구하여라. 예를 들어 $abababcc$ 는 가능하고 $aababcbc$ 는 불가능하다.¹²⁾

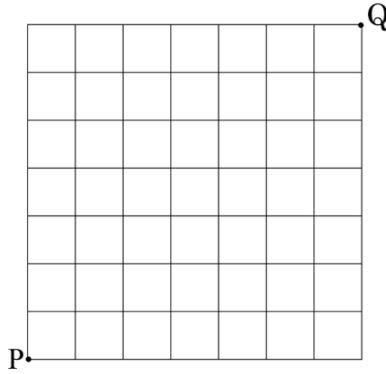


개념5

✓ 길찾기 : 같은 것이 있는 순열로 이해하기

013.

그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다.



P 지점에서 출발하여 Q 지점까지 도로를 따라 최단 거리로 갈 때, 도중에 방향을 바꾸는 횟수가 x 번인 경로의 수를 $f(x)$ 라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?¹³⁾

- ㄱ. $f(1) = 2$
- ㄴ. $f(2) = f(12)$
- ㄷ. $f(x)$ 의 최댓값은 $f(7)$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



014.

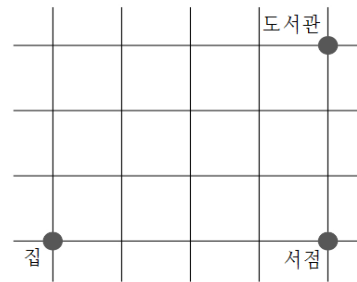
A와 B가 9번까지 경기를 반복하여 한 번의 경기에서 이길 때마다 승점 1점씩을 얻고, 다음 조건 중 하나를 만족하면 우승이라 한다.

- (가) 승점 5점을 얻는다.
- (나) 승점 3점을 앞선다.

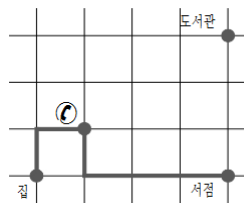
A가 우승하는 경우의 수를 구하여라.¹⁴⁾

015.

그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다. 철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다. 예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.¹⁵⁾



[그림1]



[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하여라. (단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.)



개념6

- ✓ 분할, 분배 : 잘 할 수 있도록
- ✓ 자연수 분할 : 나열한다.
- ✓ 집합의 분할 : ① 자연수 분할 \Rightarrow ② 분할 정확하게 할 수 있도록
 \Rightarrow 자연수 분할과 집합의 분할은 이제 교과과정이 아니지만
 간단한 나열 정도는 할 수 있도록 해두자.

016.

서로 다른 6권의 책을 같은 종류의 상자 3개에 빈 상자가 없도록 나누어 넣는 경우의 수는?¹⁶⁾

- ① 60 ② 70 ③ 80
- ④ 90 ⑤ 100



017.

서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는?¹⁷⁾ (단, 과일을 하나도 담지 않는 그릇이 있을 수 있다.)

- ① 60 ② 65 ③ 70
- ④ 75 ⑤ 80

018.

서로 다른 종류의 음료수 6병을 A, B를 포함한 네 사람에게 음료수를 받지 못하는 사람이 없도록 모두 나누어줄 때, A와 B에게 음료수를 각각 한 병씩만 나누어 주는 방법의 수는?¹⁸⁾

- ① 360 ② 380 ③ 400
- ④ 420 ⑤ 440



개념7

- ✓ 치역과 공역이 같은 :
- ① 포함배제로 풀기
 - ② 집합의 분할로 풀기

019.

서로 다른 책 5권을 서로 다른 가방 2개에 빈 가방이 없도록 나누어 넣는 방법의 수를 구하여라.¹⁹⁾



020.

집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 함수 $f: A \rightarrow A$ 의 개수는? ²⁰⁾

(가) $f(1) = 3$

(나) 치역의 모든 원소의 합은 10이다.

- ① 63 ② 64 ③ 65
④ 66 ⑤ 67

021.

1층에서 5층까지 운행하는 엘리베이터에 1층에서 탑승한 6명의 탑승객이 2층, 3층, 4층, 5층 중 3개의 층에서 모두 내리는 경우의 수는? ²¹⁾ (단, 새로 타는 탑승객은 없다.)

- ① 2080 ② 2120 ③ 2160
④ 2200 ⑤ 2240

-
- 1) 60
 - 2) 576
 - 3) ③
 - 4) 68
 - 5) ⑤
 - 6) 176
 - 7) 380
 - 8) ⑤
 - 9) ④
 - 10) (1) 120 (2) 2400
 - 11) ③
 - 12) 92
 - 13) ⑤
 - 14) 94
 - 15) 296
 - 16) ④
 - 17) ⑤
 - 18) ④
 - 19) 30
 - 20) ③
 - 21) ③