

원포인트 개념주입 C
함수



개념1

⇒ 조건을 만족하는 함수 : 막 넣어보자.

001.

정의역과 공역이 모두 $\{x|0 \leq x \leq 1\}$ 인 함수 f 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

(나) $f\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{f(x)}{2}$

(다) $f(1-x) = 1-f(x)$

다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?1)

ㄱ. $f(1) = 1$ 이다.

ㄴ. $x_2 - x_1 \geq \frac{1}{3}$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

(단, $0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1$)

ㄷ. $\frac{7}{9} \leq x \leq \frac{8}{9}$ 이면 $f(x) = \frac{3}{4}$ 이다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



002.

함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 자연수 m, n 에 대하여 mn 이 소수가 아닐 때,
 $f(mn) = f(m) + f(n)$ 이다.
- (나) 자연수 l 이 소수일 때, $f(l) = l$ 이다.

$f(720)$ 의 값은?²⁾

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

003.

양의 실수의 집합 X 에서 X 로의 함수 f 가 임의의 $a, b \in X$ 에 대하여 $f(af(b)) = bf(a)$ 를 만족시킬 때, 다음 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?³⁾

- ㄱ. $f(1) = 1$
- ㄴ. 임의의 $x \in X$ 에 대하여 $f(f(x)) = x$ 이다.
- ㄷ. $f(x)$ 는 일대일 함수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념2

⇒ 일대일 함수, 일대일 대응의 그래프 : 적당히 잘.

004.

다음과 같이 주어진 정의역, 공역, 대응관계에 대하여 f 가 일대일 대응이 되게 하는 a 의 값을 구하여라.⁴⁾

(1) 집합 $X = \{x | x \geq a\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = x^2 - 2x - 4$

(2) 정의역 $X = \{x | x \leq a\}$, 공역 $Y = \{y | y \geq a - 1\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(3) 정의역 $X = \{x | x \geq a\}$, 공역 $Y = \{y | y \geq 2a + 5\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 - 2x$



005.

두 집합

$$X = \{x | -1 \leq x \leq 1\}, Y = \{y | 0 \leq y \leq 8\}$$

에 대하여 함수 $f(x) = mx + 2m - 1$ 이 X 에서 Y 로의 함수이기 위한 실수 m 의 값의 범위는?5)

- ① $-1 \leq m \leq 1$ ② $-4 \leq m \leq 4$ ③ $-1 \leq m \leq 3$
- ④ $1 \leq m \leq 3$ ⑤ $\frac{1}{3} \leq m \leq 9$

006.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} + a & (x \geq 2) \\ -x^2 + 4x + 1 & (x < 2) \end{cases}$$

일 때, f 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 f 의 치역은 실수 전체의 집합이다.
- (나) 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

$f(6)f(k) = 28$ 을 만족하는 실수 k 의 값은?6) (단, a 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2



개념3

⇒ 함수의 연산

- ① 합성하는 방법
- ② 역함수 구하는 방법
- ③ $f \circ I = I \circ f = f$
- ④ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
- ⑤ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- ⑥ $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

007.

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(0) = 5$ 이다. $h(x) = f(2x + 1)$ 인 함수 $h(x)$ 의 역함수를 $k(x)$ 라 할 때, $k(0)$ 의 값을 구하여라.7)



008.

함수 $f(x)$ 가 $g(x) = \frac{x+2}{2}$, $h(x) = x^2 + x$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = h(x)$$

가 성립할 때, $f(x)$ 를 구하여라.⁸⁾

009.

함수 $y = f(x)$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 5$ 이다. $h(x) = f\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$ 을 만족시키는
함수 $y = h(x)$ 의 역함수 $y = h^{-1}(x)$ 에 대하여 $h^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.⁹⁾



개념4

⇒ 역함수의 그래프

① 일대일 대응에서 존재함

② $f^{-1}(x) = g(x)$ 이면 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 $y = x$ 대칭이다.

010.

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+8}{3} & (x \geq 2) \\ 2x & (x < 2) \end{cases}$ 와 그 역함수 f^{-1} 에 대하여 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의

그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.¹⁰⁾



011.

함수 $f(x) = \frac{x^2}{4} + a (x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 값의 범위는?¹¹⁾

- ① $0 \leq a < 1$ ② $a > 0$ ③ $a < 1$
- ④ $0 < a < 2$ ⑤ $a < 2$

012.

함수 $f(x) = \frac{2x - |x|}{2} + a$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 28일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.¹²⁾



개념5

- ⇒ 절댓값이 포함된 함수의 그래프
 - ① 구간 나누기 : 절댓값의 기본
 - ② $y = f(x)$ 와 $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, $|y| = f(x)$ 의 그래프
 - ③ $y = |x - a| + |x - b| + \dots + |x - t|$ 의 그래프
- ⇒ 가우스 함수의 그래프
 - ① $y = f(x)$ 와 $y = [f(x)]$, $y = f([x])$ 의 그래프
 - ② $y = f(x)$ 와 $y = f(x) - [f(x)]$ 의 그래프 (소수부분)
 - ③ 정수일 때와 아닐 때로 나누기.

013.

다음 함수의 그래프를 그려라.¹³⁾

(1) $y = |(x - 1)(x - 2)|$

(2) $y = x^2 - 3|x| + 2$

(3) $|y| = (x - 1)(x - 2)$

(4) $|y| = |x^2 - 3|x| + 2|$

(5) $|y| = x + 2$

(6) $|y| = -|x| + 1$

(7) $y = ||x| - 1|$

(8) $x^2 + (|y| - 1)^2 = 2$

(9) $y = [x]$

(10) $y = x - [x]$

(11) $y = [\sqrt{x}]$ ($0 \leq x \leq 9$)

(12) $y = [x^2]$ ($-1 \leq x \leq 2$)

(13) $y = [x]^2$ ($-1 \leq x \leq 2$)

(14) $y = [(x - 1)(x - 2)]$ ($0 \leq x \leq 3$)

(15) $y = \sqrt{x} - [\sqrt{x}]$ ($0 \leq x \leq 9$)

(16) $y = x^2 - [x^2]$ ($-1 \leq x \leq 2$)

(17) $y = [x] + [-x]$

(18) $y = [x - [x]]$



014.

$y = mx$ 의 그래프와 $y = \frac{|x|-1}{|x-1|}$ 의 그래프가 서로 만나지 않게 되는 m 의 값의 범위를 구하여라.¹⁴⁾

015.

함수 $f(x) = [x[x]]$ 와 자연수 n 에 대하여 다음의 두 집합

$$\{f(x) \mid n \leq x < n+1\},$$
$$\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$$

의 원소의 개수의 합은?¹⁵⁾ (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

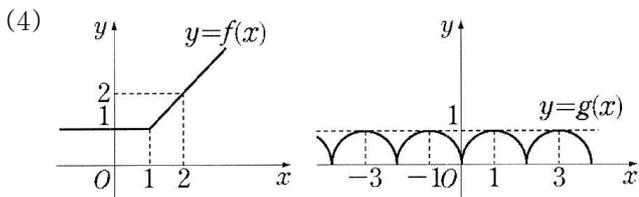
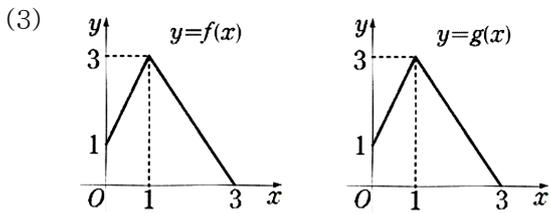
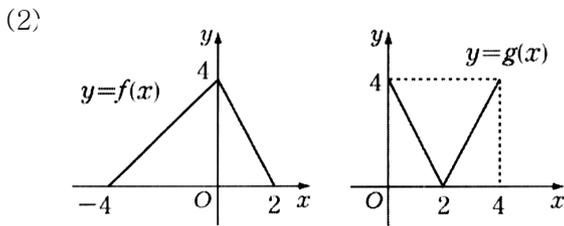
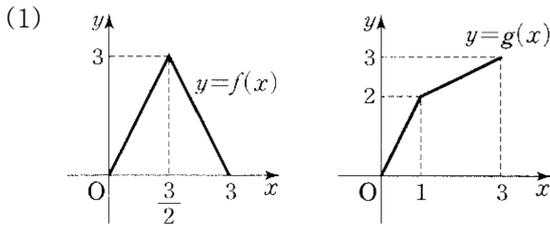


개념6

✓ 합성함수의 그래프 : 증감을 잘 조사한다.

016.

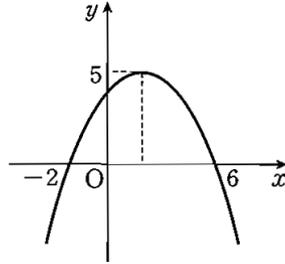
두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 다음 그림과 같다. $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형을 그려라.¹⁶⁾





017.

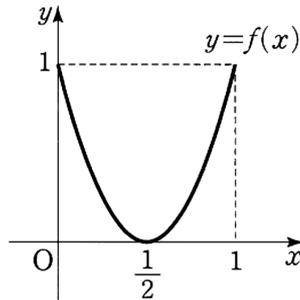
이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다. 방정식 $f(|f(x)|) = 0$ 의 실근의 개수는?¹⁷⁾



- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

018.

공집합이 아닌 집합 X 가 집합 $U = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 의 부분집합일 때, X 에서 X 로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 이때, 함수 $y = f(f(f(x)))$ 가 항등함수가 되도록 하는 집합 X 의 개수를 구하여라.¹⁸⁾





개념7

✓ 함수방정식이 나타내는 의미

- ① 모든 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$: 우함수 (y 축 대칭)
- ② 모든 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$: 기함수 (원점 대칭)
- ③ 모든 x 에 대하여 $f(x) = f(2a-x)$: $x = a$ 에 대칭
- ④ 모든 x 에 대하여 $f(x) + f(2a-x) = 2b$: (a, b) 에 대칭
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $f(x) = f(x+p)$: 주기 p 인 주기함수

019.

함수 $f(x)$ 는 $-1 \leq x \leq 1$ 인 구간에서 $1 - |x|$ 이고 모든 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 를 만족한다. 방정식 $f(x) = ax$ 의 근이 3개가 되는 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.¹⁹⁾



020.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

- I. $f(-x) = f(x)$
- II. $f(2-x) = f(2+x)$
- III. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) = -x^2 + 1$

$-6 \leq x \leq -2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 식은?20)

- ① $f(x) = -x^2 + 1$
- ② $f(x) = -(x-4)^2 + 1$
- ③ $f(x) = -(x-2)^2 + 1$
- ④ $f(x) = -(x+2)^2 + 1$
- ⑤ $f(x) = -(x+4)^2 + 1$

021.

임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립하는 함수 $f(x)$ 를 기함수라 한다.
두 함수 $g(x), h(x)$ 가 기함수일 때, 다음 보기의 함수 중 기함수인 것만을 있는 대로 고른 것은?21)

- ㉠. $g(x)h(x)$
- ㉡. $g(x) + h(x)$
- ㉢. $g(h(x))$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



개념8

- ✓ 방정식 군의 그래프 : 미정계수에 따라서 그래프가 어떻게 변하는지 살펴본다.
- ✓ 함수를 이용하여 정의된 함수 : 잘

022.

실수 a , 함수 $f(x) = 4x - x^2$ 에 대하여 $a \leq x \leq a+1$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 $M(a)$, 최솟값을 $m(a)$ 라 할 때, $M(a)$ 의 최댓값과 $m(a)$ 의 최댓값을 곱을 구하여라.²²⁾



023.

함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 2 + 2a$ 의 최솟값을 $g(a)$ 라 할 때, $g(a)$ 의 최댓값은?²³⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

024.

$-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $f(x) = |x^2 - ax - 2|$ 의 최댓값을 $M(a)$ 라 하자. 이때, $M(a)$ 를 구하고, 함수 $b = M(a)$ 의 그래프의 개형을 그려라.²⁴⁾ (단, a 는 실수이다.)



개념9

✓ 유리식 : 변수를 잘 설정해보자.

025.

A, B, C 세 사람이 한 명의 승자가 결정되는 게임을 하여 진 사람이 이긴 사람에게 구슬을 한 개씩 주기로 한다. 게임을 시작할 때, A, B, C가 가지고 있던 구슬 개수의 비가 4:5:6이었고, 게임이 끝난 후 가지고 있는 구슬 개수의 비가 5:6:7이었다고 할 때, 많이 이긴 순서대로 나열한 것은?25)

- ① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
- ④ B, C, A ⑤ C, B, A



026.

수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색 생물의 수가 X , 무색 생물의 수가 Y 일 때,

$$\frac{Y}{X+Y} \times 100(\%)$$

로 정의된다. 어떤 호수의 수질 검사에서 지난달의 생물학적 지표는 20%이었고, 이번 달에는 지난달에 비하여 유색 생물의 수는 $\frac{5}{4}$ 배, 무색 생물의 수는 $\frac{5}{3}$ 배가 되었다. 이 호수의 이번 달 생물학적 지표는 몇 % 인지 구하여라.²⁶⁾

027.

연료탱크의 용량의 비가 3:4인 소형차와 중형차의 연비 (연료 1l당 주행거리) 를 비교하기 위해 두 자동차의 속도를 같게 하여 주행실험을 실시하였다. 두 자동차에 연료를 가득 채우고 320km를 주행 후 확인한 소형차와 중형차의 연료탱크에 남은 연료량의 비는 7:10이었고, 다시 연료를 가득 채우고 400km를 주행 후 확인한 연료탱크에 남은 연료량의 비는 2:3이었을 때, 소형차와 중형차의 연비의 비는 $a:b$ 이다. ab 의 값을 구하여라.²⁷⁾ (단, a, b 는 서로소인 자연수)



개념10

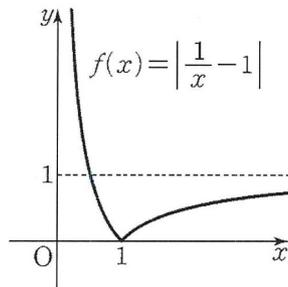
✓ 유리함수 : 그래프 그릴 줄 알아야지.

028.

그림은 $x > 0$ 에서 함수

$$f(x) = \left| \frac{1}{x} - 1 \right|$$

의 그래프이다. $0 < a < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a) = f(b)$ 가 성립할 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?28)



㉠. $0 < f(b) < 1$

㉡. $\frac{1}{2} < a < 1$

㉢. $f(a)f(b) = -\frac{(a-1)(b-1)}{ab}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢



029.

함수 $f(x) = \frac{3x+k}{x+1}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프가 좌표평면의 모든 사분면을 지나도록 하는

정수 k 의 최댓값은?²⁹⁾

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

030.

$\frac{|x-1|}{x+1} = k$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 범위를 구하여라.³⁰⁾



개념11

✓ 무리함수 : 잘 하자.

031.

좌표평면에서 무리함수 $y = \sqrt{x-p} + q$ 의 그래프가 도형 $A = \{(x, y) | x = 1 \text{이고 } y \geq 1\}$ 과 한 점에서 만난다고 한다. 이때, 점 (p, q) 가 존재하는 영역을 나타낸 것은?31)
(단, 경계선은 포함한다.)

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤



032.

두 집합

$$A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\},$$

$$B = \{(x, y) \mid x - y = k\}$$

에 대하여 다음 중 $n(A \cap B) = 1$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.³²⁾ (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

033.

$x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = [x] - \sqrt{x - [x]}, \quad g(x) = ax - 1$$

에 대하여 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 한 점에서 만나도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?³³⁾ (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $0 < a < \frac{3}{2}$ ② $a \geq \frac{1}{2}$ ③ $0 < a \leq \frac{1}{2}$ 또는 $a > 2$
- ④ $\frac{1}{2} \leq a < 2$ ⑤ $a \leq \frac{1}{2}$ 또는 $a \geq 2$



개념12

- ✓ 무리함수의 역함수 :
 - ① x 와 y 를 바꿔서 식 정리
 - ② 정의역이 공역이 되고, 공역이 정의역이 된다.
- ※ 역함수와는 (대체로) $y = x$ 상에서 만난다.

034.

함수 $y = \sqrt{x+k} - 2$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 만나는 두 교점 사이의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.³⁴⁾



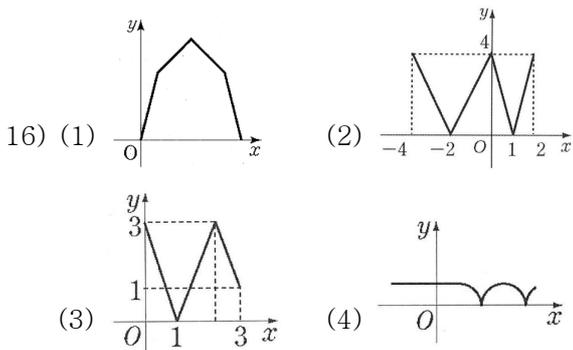
035.

함수 $f(x) = x^2 - 6(x \geq 0)$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, $f(x)$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 B라 하고, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을 C라고 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.³⁵⁾

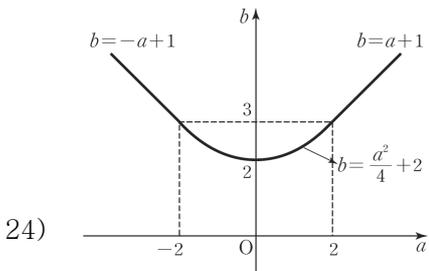
036.

함수 $f(x) = x^2 + 5(x \geq 0)$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 직선 $y = -x + n$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라고 할 때, 선분 AB의 길이의 최솟값은 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.³⁶⁾ (단, n 은 $n \geq 5$ 인 상수이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

- 1) ④
 2) ⑤
 3) ⑤
 4) (1) 4 (2) 1 (3) 5
 5) ④
 6) ④
 7) 2
 8) $4x^2 - 6x + 2$
 9) 8
 10) 16
 11) ①
 12) $\sqrt{7}$
 13) (생략)
 14) $-1 \leq m < -3 + 2\sqrt{2}$
 15) $2n + 1$



- 17) ③
 18) 255개
 19) $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$
 20) ⑤
 21) ④
 22) 15
 23) ③



- 25) ①
 26) 25
 27) 20
 28) ⑤

29) ②

30) $0 < k < 1$

31) ①

32) $k = -\frac{5}{4}$ 또는 $k > -1$

33) ③

34) 2

35) 36

36) 23