

원포인트 개념주입 B
집합과 명제



개념1

✓ 집합의 정의 : 잘 하자.

001.

실수 전체의 집합 A, B 에 대하여 $A \ominus B$ 를

$$A \ominus B = \{z \mid z = x - y, x \in A, y \in B\}$$

로 약속하자. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 $A \ominus B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.¹⁾

002.

실수의 집합 A, B 에 대하여

$$A \otimes B = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$$

라 한다. $A = \{0, 1\}, B = \{1, 2\}$ 일 때, 다음 집합을 구하여라.²⁾

- (1) $A \otimes B$
- (2) $A \otimes A$
- (3) $A \otimes (B \otimes B)$

003.

실수 전체의 집합의 부분집합 S 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $1 \notin S, 2 \in S$

(나) $x \in S$ 이면 $\frac{1}{1-x} \in S$ 이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?³⁾ (단, S 는 무한집합이 아니다.)

ㄱ. $-\frac{1}{2} \in S$

ㄴ. $0 \notin S$

ㄷ. $n(S)$ 는 3의 배수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념2

✓ 집합의 연산 : 잘 하자.

004.

두 집합 $A = \{3, -a+2, a^2-2\}$, $B = \{2, 3, a-1\}$ 에 대하여 $(A-B) \cup (B-A) = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합은?4)

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

005.

세 집합 A, B, C 에 대하여

$$[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B^c \cap C^c)^c] = A \cup B$$

일 때, 다음 중 옳은 것은?5)

- ① $A \subset B$ ② $B \subset C$
- ③ $C \subset A$ ④ $C \subset B$
- ⑤ $B \subset A$

006.

함수 $f_A(x)$ 를

$$f_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \notin A) \end{cases}$$

라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?6)

- ㄱ. $f_{A^c}(x) = 1 - f_A(x)$
- ㄴ. $f_{A \cap B}(x) = f_A(x) \cdot f_B(x)$
- ㄷ. $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x) - f_A(x) \cdot f_B(x)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념3

- ✓ 두 집합 A, B 에 대하여, $(A-B) \cup (B-A)$ 를 A 와 B 의 대칭차집합이라 한다.
- ※ 두 집합 중 어느 한 쪽에만 포함되는 원소들의 집합이라 해석할 수 있다.

007.

U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A \circ B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$$

라고 정의할 때, 다음을 보여라.⁷⁾

- (1) $A \circ U = A^c$
- (2) $A \circ A^c = U$
- (3) $A^c \circ \emptyset = A^c$
- (4) $A \circ B = \emptyset$ 일 때 $A = B$
- (5) $(A \circ B) \circ A = B$
- (6) $A \subset B$ 일 때 $A \circ B = B - A$

008.

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A \circ B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

으로 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?⁸⁾

- ① $A \circ \emptyset = A$
- ② $A \circ U = A^c$
- ③ $\emptyset \circ U = \emptyset$
- ④ $A \circ A = \emptyset$
- ⑤ $A \circ A^c = U$

009.

전체집합 U 의 두부분집합 A, B 에 대하여

$$A * B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$$

로 약속할 때, 다음 보기 중에서 $(A * B) * B$ 와 항상 같은 집합은?⁹⁾

- ① $A \cup B$
- ② $A \cap B$
- ③ B
- ④ A
- ⑤ $A - B$



개념4

✓ 원소의 개수 : 일단 대충 벤다이어그램으로.

① $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

② $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

✓ 교집합의 최소는 $n(A) + n(B) - n(U)$ 이다. 외워놓으면 귀찮을 때 좋다.

010.

어느 학급 학생 36명을 대상으로 이번 주 토요일과 후 프로그램에 참여할 학생 수를 사전 조사하였다. 사전 조사 결과 참여하겠다고 응답한 학생이 24명, 모르겠다고 응답한 학생이 12명이었다. 그런데 토요일과 후 프로그램에 실제로 참석한 학생은 17명이다. 이때 사전 조사에서 참석하겠다고 응답한 학생 중에서 실제로 참석하지 않은 학생 수를 p 명, 모르겠다고 응답한 학생 중에서 실제로 참석하지 않은 학생 수를 q 명이라고 할 때, $p - q$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?¹⁰⁾

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

011.

전체 학생이 50명인 어느 학급의 학생들이 가군, 나군, 다군의 세 대학에 복수 지원했다. 원서 마감 결과 가군, 나군, 다군의 대학에 지원한 학생 수는 각각 19, 25, 27명이었고, 세 개 군의 대학에 모두 지원한 학생 수는 8명이었다. 이 때, 두 개 군의 대학에만 지원한 학생 수를 구하여라.¹¹⁾ (단, 같은 군에 있는 대학은 한 군데만 지원가능하며 어느 대학에도 지원하지 않은 학생은 없다.)



개념5

✓ 집합의 포함관계 : 잘 하자.

✓ $A \subset B \Leftrightarrow$

① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

③ $A - B = \emptyset$

④ $A \cap B^c = \emptyset$

⑤ $A^c \cup B = U$

⑥ $A^c \supset B^c$

012.

$A = \{\{1, 2\}, \emptyset\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?¹²⁾

- ① $\{1, 2\} \in A$ ② $\emptyset \notin A$
- ③ $\{1, 2\} \subset A$ ④ $\{\{1, 2\}\} \subset A$
- ⑤ $\{1, 2, \emptyset\} \subset A$

013.

다음 중 옳은 것을 모두 고르면?¹³⁾

- ㉠. $n(\emptyset) = 0$
- ㉡. $n(\{0\}) = 0$
- ㉢. $n(0) = 0$
- ㉣. $n(\{\emptyset\}) = 0$

014.

두 집합 A, B 가

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

일 때, $A \cap C = C, (A - B) \cup C = C$ 를 동시에 만족하는 집합 C 의 개수는?¹⁴⁾

- ① 8 ② 13 ③ 16
- ④ 32 ⑤ 64

015.

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?¹⁵⁾

- ① $A \cup B = B$ ② $A \cap B = A$
- ③ $(A \cap B)^c = B^c$ ④ $B^c \subset A^c$
- ⑤ $A - B = \emptyset$



개념6

⇒ 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2^n 개다.
⇒ 포함하거나 배제시킬 때 개수에서 빼준다.

016.

집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중 적어도 한 개의 홀수를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.¹⁶⁾

017.

두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 두 조건 $X \subset A$, $n(B \cap X) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.¹⁷⁾ (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

018.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2개 이상인 모든 집합에 대하여 각 집합의 가장 큰 원소를 모두 더한 값은?¹⁸⁾

- ① 98 ② 102 ③ 106
- ④ 110 ⑤ 114



개념7

✓ k 의 배수들의 집합을 A_k 라 하면,

- ① $A_k \subset A_l \Leftrightarrow k \mid l$
- ② $A_k \cap A_l = A_{\text{lcm}(k, l)}$
- ③ $A_k \cup A_l \subset A_{\text{gcd}(k, l)}$

019.

양의 정수 k 의 모든 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?19)

- ① $A_4^c \cup A_6^c = A_{12}^c$
- ② $A_3 \cap (A_2 \cap A_4) = A_6$
- ③ $A_2 \cup (A_2 \cap A_5) = A_2$
- ④ $A_3 \cup (A_6 \cap A_9) = A_3$
- ⑤ $A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = A_6 \cup A_4$

020.

n 의 배수의 집합을 A_n 이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.20)

- (1) $A_n \subset (A_{12} \cap A_{18})$ 을 만족하는 세 자리 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.
- (2) $(A_{120} \cup A_{180}) \subset A_n$ 을 만족하는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

021.

두 자리의 자연수의 전체 집합에서 k 의 배수인 수의 집합을 A_k 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?21)

- ① 26 ② 27 ③ 28
- ④ 29 ⑤ 30

022.

전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합 A_k 를 $A_k = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수, } k \text{는 자연수}\}$ 라 할 때, 집합 $A_4 \cap (A_3 \cup A_2)$ 의 원소의 개수를 구하여라.22)



개념8

✓ 명제의 뜻 : 잘 하자.

023.

두 실수 x, y 에 대하여 명제 ' $x+y > 3$ 이면 $x > a$ 또는 $y > 1$ 이다.'가 참일 때, 실수 a 의 최댓값은?²³⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

024.

실수 전체의 집합에 대하여 명제 '어떤 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 - 2kx + 16 < 0$ 이 성립한다.'의 부정이 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수는?²⁴⁾

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

025.

전체집합 $U = \{-2, 0, 2\}$ 에 대하여 $x \in U, y \in U$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?²⁵⁾

- ① 모든 x 에 대하여 $|x| > 0$ 이다.
- ② 어떤 x 에 대하여 $x - 2 > 0$ 이다.
- ③ $x^2 = 4$ 를 만족시키지 않는 x 가 있다.
- ④ 모든 x, y 에 대하여 $x + y \in U$ 이다.
- ⑤ 임의의 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 < 6$ 이다.



개념9

✓ 복합명제 :

- ① 진리집합간의 포함관계
- ② 역과 대우
- ③ 삼단논법
- ④ 필요조건과 충분조건

026.

조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 이라고 하자. $R - (P \cup Q) = R$ 일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?26)

- ① p 이면 r 이다. ② q 이면 r 이다.
- ③ q 이면 $\sim r$ 이다. ④ $\sim r$ 이면 p 이다.
- ⑤ $\sim r$ 이면 q 이다.

027.

전체집합 U 에서 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 다음 중 명제 ' $\sim p$ 이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓임을 보이는 원소가 속하는 집합은?27)

- ① $P \cap Q$ ② $P \cap Q^c$ ③ $P \cup Q^c$
- ④ $P^c \cap Q$ ⑤ $P^c \cap Q^c$

028.

두 상수 a, b 에 대하여 $|x-2| \leq 5$ 는 $x \geq a$ 이기 위한 충분조건이고, $|x-3| \leq b$ 이기 위한 필요조건이다. a 의 최댓값과 b 의 최댓값의 곱 ab 의 값을 구하여라.28) (단, $b > 0$)

029.

두 유리수 a, b 에 대하여 세 조건 p, q, r 는

$$p: a + b\sqrt{3} = 1 - \sqrt{3},$$

$$q: a^2 + 2ab + b^2 = 0,$$

$$r: a - b + ab - 1 = 0$$

이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?29)

- ㄱ. p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
- ㄴ. $\sim p$ 는 $\sim r$ 이기 위한 필요조건이다.
- ㄷ. q 이고 r 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념10

✓ 대충 이항, 제곱해보면서 크기를 비교해본다.

030.

다음 각 부등식을 증명하여라.³⁰⁾

- (1) $|a| + |b| \geq |a + b|$
- (2) $\sqrt{a-b} > \sqrt{a} - \sqrt{b}$ (단, $a > b$)
- (3) $a > 1$ 일 때 $\frac{a}{a-1} > \frac{a+1}{a}$
- (4) a, b 가 양수일 때, $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

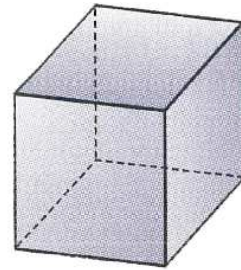
031.

다음 두 수의 크기를 비교하여라.³¹⁾

- (1) $a > 0, b > 0, a + b = 1$ 일 때,
 $A = (ax + by)(bx + ay)$ 와 $B = xy$
- (2) $a \geq 0, a - b = ab$ 일 때,
 $A = \frac{1}{\sqrt{1+a}}, B = 1 - \frac{b}{2}$

032.

그림과 같이 철사를 잘라서 길뎠이가 54인 직육면체 모양의 전등의 골격을 만든 후 한지를 붙이려고 한다. 이때 필요한 철사의 총길이의 최솟값은?³²⁾ (단, 철사를 연결하기 위해 사용되는 부분은 무시한다.)



- ① 12
- ② 24
- ③ 36
- ④ 48
- ⑤ 15



개념11

⇨ 산술평균과 기하평균 사이의 관계 :

두 양수 a, b 에 대하여 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 항상 성립한다.

(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립한다.)

033.

$a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+2b)\left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값은?³³⁾

- ① -12 ② 12 ③ 8
- ④ -8 ⑤ 0

034.

양수 a, b, c 에 대하여 $(a+3b+4c)\left(\frac{1}{a+3b} + \frac{1}{c}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.³⁴⁾

035.

실수 a 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 2ax + a - 1 = 0$ 이 양수인 두 근을 가진다. 이때, $5a - 4 + \frac{5}{a-1}$ 의 최솟값은?³⁵⁾

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

036.

두 양수 a, b 에 대하여 $2a+b=3$ 일 때, $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 의 최솟값은?³⁶⁾

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$



개념12

☞ 코쉬슈바르츠 부등식 :

부등식 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ 가 항상 성립한다.

(단, 등호는 $ay - bx = 0$ 일 때 성립한다.)

037.

두 실수 x, y 에 대하여 $4x + 3y = 5$ 일 때, $4x^2 + 9y^2$ 의 최솟값은?³⁷⁾

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

038.

세 실수 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 이다.

$2a + 3b + 6c$ 의 최댓값을 α , 이때의 $\frac{c^2}{ab}$ 의 값을 β 라

할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은?³⁸⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

039.

양수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z = 6$ 일 때,

$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$ 의 최솟값을 구하여라.³⁹⁾

040.

네 실수 a, b, c, d 에 대하여

$$a + b + c + d = 8,$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 124$$

일 때, 실수 d 의 최솟값과 최댓값의 합은?⁴⁰⁾

- ① 4 ② 7 ③ 11
- ④ 15 ⑤ 19

-
- 1) 5
 - 2) (1) $\{0, 1, 2\}$
(2) $\{0, 1\}$
(3) $\{0, 1, 2, 4\}$
 - 3) ④
 - 4) ④
 - 5) ①
 - 6) ⑤
 - 7) 당연
 - 8) ③
 - 9) ④
 - 10) ④
 - 11) 5
 - 12) ①③⑤
 - 13) \neg
 - 14) ③
 - 15) ③
 - 16) 992
 - 17) 24
 - 18) ⑤
 - 19) ②
 - 20) (1) 108
(2) 60
 - 21) ④
 - 22) 25
 - 23) ②
 - 24) ③
 - 25) ③
 - 26) ③
 - 27) ④
 - 28) -12
 - 29) ⑤
 - 30) (제공)
 - 31) (1) $A \geq B$
(2) $A \leq B$
 - 32) ③
 - 33) ③
 - 34) 9
 - 35) ④
 - 36) ④
 - 37) ②

38) ①

39) 6

40) ①