

원포인트 개념주입 A
집합과 명제



개념1

⇒ 집합의 정의 : 알아서 잘 하면 됨

✓ 문제 풀기 전에 알아야 하는 용어 :

집합, 원소, 포함한다, 조건제시법, 원소나열법, 공집합, 전체집합, 부분집합

001.

집합 $A = \{n^2 - 1 | 1 \leq n \leq 3, n \text{은 정수}\}$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.1)

002.

두 집합 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1\}$ 에 대하여 집합 C 를 $C = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$ 로 정의할 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?2)

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

003.

집합 $A = \{p, \{q, r\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?3)

- ① $\{p\} \in A$ ② $\{q\} \in A$
- ③ $\{q, r\} \in A$ ④ $\{p, q\} \subset A$
- ⑤ $\{p, q, r\} \subset A$

004.

집합 $A = \{0, 1, 2, \emptyset, \{1\}, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?4)

- ① $n(A) = 7$ ② $\{\emptyset\} \in A$
- ③ $\{1, 2\} \subset A$ ④ $\{0, 1, 2\} \in A$
- ⑤ $\{\emptyset, \{0, 1, 2\}\} \subset A$



개념2

⇒ 집합의 연산 : 대충 벤다이어그램 그려서 알아서 잘 하면 됨

- ① $A - B = A \cap B^c$
- ② $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- ③ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

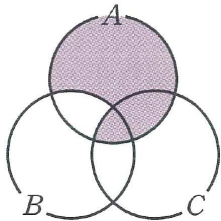
✓ 알아야 하는 용어 : 벤다이어그램, 합집합, 차집합, 여집합, 서로소.

005.

집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B \neq U, A = \{2, 5\}, (A - B) \cup (B - A) = \{4\}$ 가 성립할 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라.⁵⁾

006.

다음 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합으로 나타낸 것은?⁶⁾



- ① $A \cap (B \cup C)$
- ② $A \cup (B \cap C)$
- ③ $A - (B \cap C)$
- ④ $A - (B - C)$
- ⑤ $A \cap (B - C)$

007.

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?⁷⁾

- ① $A - B^c = A \cap B$
- ② $A - B = B - A$
- ③ $(A^c)^c = A$
- ④ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$
- ⑤ $A - B = A \cap B^c$

008.

공집합이 아닌 세 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음 중 $(A \cup B) \cap (B^c \cap C)^c$ 와 항상 같은 집합은?⁸⁾

- ① $B \cap (A - C)$
- ② $B \cup (A \cap C)$
- ③ $B \cup (A - C)$
- ④ $B - (A - C)$
- ⑤ $(B \cup A) \cap C^c$



개념3

- ⇒ 집합 A 의 원소의 개수를 $n(A)$ 로 나타낸다.
- ✓ 원소의 개수는 그냥 대충 벤다이어그램으로

009.

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $n(U) = 100$, $n(A^c \cap B^c) = 40$, $n(A \cap B^c) = 10$,
 $n(A^c \cap B) = 30$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.⁹⁾

010.

영지네 반에서 축구를 좋아하는 학생은 30명, 농구를 좋아하는 학생은 20명이고, 축구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 12명이라 한다. 축구 또는 농구를 좋아하는 학생 수를 구하여라.¹⁰⁾

011.

30명의 학생들에게 수학 문제 두 개를 풀도록 하였다. 그 결과 1번 문제를 푼 학생은 20명, 2번 문제를 푼 학생은 17명이었다. 두 문제를 모두 푼 학생의 최댓값을 a 명, 최솟값을 b 명이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.¹¹⁾



개념4

- ⇒ $A \subset B$: 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
 ⇔ 집합 A 의 모든 원소는 집합 B 의 원소이다.
- ⇒ $A = B$: 집합 A 와 집합 B 는 서로 같다.
 ⇔ $A \subset B$ 이고 $A \supset B$ 이다.

012.

두 집합 $A = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $B = \{x | a < x < 3a + 11\}$ 이 $A \subset B$ 를 만족할 때, 정수 a 의 개수는?¹²⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

013.

집합 $A = \{0, \{1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?¹³⁾

- ① $\{0\} \subset A$ ② $\{1\} \in A$ ③ $\{\{1\}\} \subset A$
 ④ $\{0, 1\} \in A$ ⑤ $\{0, \{1\}\} \subset A$

014.

두 집합 $A = \{a^2 - 1, 2\}$, $B = \{a + 1, 0, a^2 - 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.¹⁴⁾

015.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, a^2 + 2, a^2 + a - 2\}$ 에 대하여 $A = B$ 가 성립하도록 실수 a 의 값을 정하여라.¹⁵⁾



개념5

- ⇒ 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2^n 개다.
 ⇒ 특정한 원소 a 개를 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-a} 개다.
 ⇒ 특정한 원소 b 개를 포함하지 않는 부분집합의 개수는 2^{n-b} 개다.

016.

집합 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $1 \in X$, $2 \in X$, $7 \notin X$ 를 모두 만족하는 집합 S 의 부분집합 X 의 개수는?¹⁶⁾

- ① 2 ② 4 ③ 8
 ④ 16 ⑤ 32

017.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 $B \subset A$ 이고 $B \neq A$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.¹⁷⁾

018.

두 집합 $A = \{e, f\}$, $C = \{a, b, c, d, e, f\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 를 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.¹⁸⁾

019.

두 집합 $A = \{4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.¹⁹⁾

- (가) X 는 B 의 부분집합이다.
 (나) A 는 X 의 부분집합이 아니다.



개념6

⇒ 명제와 조건의 뜻 : 알아서.

✓ 문제 풀기 전에 알아야 하는 용어 :
명제, 참/거짓, 조건, 진리집합, 부정.

⇒ $p \rightarrow q$: p 이면 q 이다.

⇔ p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \subset Q$ 이면 참이다.

020.

전체집합이 정수 전체의 집합일 때, 조건 ' $\frac{16}{x}$ 은 정수이다.'의 진리집합의 원소의 개수는?20)

- ① 3 ② 5 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

021.

두 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $x > 1$ 이고 $|x| = |y|$ '의 부정은?21)

- ① $x \leq 1$ 이고 $x \neq y$
② $x < 1$ 또는 $x \neq -y$
③ $x \leq 1$ 또는 $x \neq y$ 이고 $x \neq -y$
④ $x < 1$ 이고 $x \neq y$ 또는 $x \neq -y$
⑤ $x \leq 1$ 이고 $x \neq y$ 이고 $x \neq -y$

022.

x 가 실수일 때, 두 조건

$$p: 0 < x < 3, \quad q: a-1 < x < a+3$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.22)

023.

전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 명제 ' 4 의 약수는 6 의 약수이다.'가 거짓이 되게 하는 수는?23)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

024.

전체집합 U 에서 정의된 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?24)

- ① $P \cup Q = P^c$ ② $P^c \cup Q = U$
③ $P \cap Q = Q$ ④ $P^c \cap Q = P$
⑤ $P \cap Q^c \neq \emptyset$



개념7

- \Leftrightarrow 명제 $p \rightarrow q$ 와 명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 서로 대우이다.
 명제 $p \rightarrow q$ 와 명제 $q \rightarrow p$ 는 서로 역이다.
 ※ 한 복합명제와 그의 대우명제는 서로 진리값이 같다.

025.

x, y 가 실수일 때, 다음 중 그 역이 참인 명제는?²⁵⁾

- ① $x = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ② $3x - 7 > 0$ 이면 $x > 2$ 이다.
- ③ $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.
- ④ $|x| + |y| = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.
- ⑤ $x = 0$ 이면 $x^2 + x = 0$ 이다.

026.

다음 명제 중 그 역과 대우가 모두 참인 것은?²⁶⁾

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x = 1$ 이다.
- ② x, y 가 짝수이면 xy 는 짝수이다.
- ③ $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이다.
- ④ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ⑤ $x < 1$ 이면 $x^2 < 1$ 이다.

027.

명제 ‘ n 이 자연수일 때, n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.’를 그 대우를 이용하여 증명하여라.²⁷⁾



개념8

⇔ 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 참이면 $p \rightarrow r$ 가 참이다.

028.

세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참인 것은?²⁸⁾

- ① $\sim p \rightarrow \sim q$ ② $q \rightarrow r$ ③ $r \rightarrow \sim p$
 ④ $\sim r \rightarrow q$ ⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

029.

전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R 이 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이고, 세 명제 $p \rightarrow q, \sim q \rightarrow p, \sim r \rightarrow p$ 가 모두 참일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?²⁹⁾

- ㄱ. $R^c \subset P$
 ㄴ. $P \cap R = \emptyset$
 ㄷ. $P \cup R = Q$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



개념9

⇔ 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때,

- ① 조건 p 를 q 이기 위한 충분조건이라 한다.
- ② 조건 q 를 p 이기 위한 필요조건이라 한다.

030.

다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은?³⁰⁾ (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ① $p: |a| + |b| = 0, \quad q: ab = 0$
- ② $p: a = -b, \quad q: a^2 = b^2$
- ③ $p: a + b < 0, ab > 0, \quad q: a < 0, b < 0$
- ④ $p: \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.,
 $q: \triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
- ⑤ $p: x = 2, \quad q: 2x^2 - 8 = 0$

031.

두 조건

$$p: x > a, \quad q: -2 < x < 1$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 최댓값은?³¹⁾

- ① -2 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

032.

두 조건

$$p: 3x^2 - x - 2 = 0, \quad q: 3x + a = 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합을 구하여라.³²⁾



개념10

- ✓ 실수끼리는 대소비교가 가능하다.
⇒ 대충 제곱하거나 해보자.

033.

$0 < p < 1$ 일 때, 세 수

$$A = 1 - p, \quad B = \sqrt{1 - p}, \quad C = 1 - \frac{p}{2}$$

의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?³³⁾

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$
 ③ $B < A < C$ ④ $B < C < A$
 ⑤ $C < B < A$

034.

다음은 임의의 두 실수 a, b 와 $0 < t < 1$ 을 만족시키는 t 에 대하여

$$A = |at + b(1 - t)|, \quad B = \sqrt{a^2t + b^2(1 - t)}$$

의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?³⁴⁾

- ① $A > B$ ② $A \geq B$ ③ $A < B$
 ④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$



개념11

⇨ 산술평균과 기하평균 사이의 관계 :

두 양수 a, b 에 대하여 부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 가 항상 성립한다.

(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립한다.)

035.

넓이가 8인 직사각형의 대각선의 길이의 최솟값은?³⁵⁾

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$
 ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

036.

양수 a, b 가 등식 $9a^2 + 25b^2 = 60$ 을 만족시킬 때, ab 의 최댓값은?³⁶⁾

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

037.

양수 x 에 대하여 $t = x + \frac{1}{x}$ 일 때, t 가 가질 수 있는 값의 범위를 구하여라.³⁷⁾

038.

$x > 2$ 일 때, $x + \frac{4}{x-2}$ 의 최솟값은?³⁸⁾

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7



개념12

⇒ 코쉬슈바르츠 부등식 :

부등식 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ 가 항상 성립한다.

(단, 등호는 $ay - bx = 0$ 일 때 성립한다.)

039.

실수 a, b, x, y 에 대하여 두 실수

$$A = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2), \quad B = (ax + by)^2$$

의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?39)

- ① $A > B$ ② $A \geq B$ ③ $A < B$
 ④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$

040.

둘레의 길이가 20인 직사각형의 가로 길이, 세로 길이를 각각 x, y 라고 하자. 이때 $\sqrt{2x} + \sqrt{3y}$ 의 최댓값은?40)

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{30}$
 ④ 5 ⑤ $5\sqrt{2}$

041.

다음을 구하여라.41)

- (1) $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $3x + y$ 의 최댓값과 최솟값
 (2) $x^2 + y^2 = 1$ 일 때, $2x - y$ 의 최댓값과 최솟값

-
- 1) 11
 - 2) ①
 - 3) ③
 - 4) ③
 - 5) 11
 - 6) ④
 - 7) ②
 - 8) ③
 - 9) 20
 - 10) 38
 - 11) 10
 - 12) ③
 - 13) ④
 - 14) 1
 - 15) 1
 - 16) ④
 - 17) 15
 - 18) 16
 - 19) 24
 - 20) ④
 - 21) ③
 - 22) $0 \leq a \leq 1$
 - 23) ④
 - 24) ②
 - 25) ④
 - 26) ③
 - 27) 대우로 증명한다.
 - 28) ③
 - 29) ③
 - 30) ④
 - 31) ①
 - 32) -1
 - 33) ①
 - 34) ④
 - 35) ⑤
 - 36) ①
 - 37) $t \geq 2$
 - 38) ④
 - 39) ②
 - 40) ⑤

41) (1) 최대 : $2\sqrt{5}$, 최소 : $-2\sqrt{5}$

(2) 최대 : $\sqrt{5}$, 최소 : $-\sqrt{5}$