원포인트 개념주입 A

다항함수의 적분법

개념1

✔ 부정적분은 적분상수만 조심.

001.

다음 부정적분을 구하여라.1)

(1) $\int 1\,dx$

(2) $\int x\,dx$

(3) $\int (6x^2+6x)dx$

(4) $\int (2x+1)^3\,dx$

002.

다음 부정적분을 구하여라.2)

(1) $\int \frac{y^3-1}{y-1}dy$

(2) $\int (x+2t)^2 dx$

(3) $\int \frac{t^2}{t+1}dt-\int \frac{1}{t+1}dt$

003.

$f(0)=3$, $g(0)=-3$을 만족시키는 두 일차함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=4,$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=8x$$

가 성립할 때, $f(2)-g(2)$의 값을 구하여라.3)

개념2

✏ 도함수와 원함수 : $f(x)=\int f'(x)dx+C$

✏ $F'(x)=f(x)$이면, $\int f(x)dx=F(x)+C$

004.

$f'(x)=3x^2-12x+9$이고, $f(x)$의 극댓값이 5일 때, $f(x)$의 극솟값을 구하여라.4)

005.

점 $(0,\ 1)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 x^2-1일 때, $f(3)$의 값을 구하여라.5)

006.

모든 실수 x에 대하여

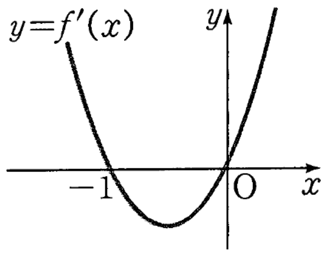
$$\frac{d}{dx}\int(ax^2+x+3)dx=x^2+bx+c$$

가 성립할 때, $a+b+c$의 값은?6)

① 2 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 8

007.

함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프가 그림과 같은 포물선이고, $f(x)$의 극댓값이 1, 극솟값이 -1일 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.7)



개념3

✏ 정적분의 기본정리 : $F'(x)=f(x)$일 때,

$$\int_a^b f(x)dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$$

008.

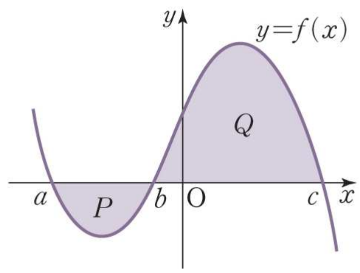
$\int_1^2 (x^2+x)dx-\int_3^2 (t^2+t)dt$의 값을 구하여라.8)

009.

$\int_1^a (2x+a)dx=5$일 때, 양수 a의 값을 구하여라.9)

010.

그림에서 색칠한 부분의 넓이가 각각 P, Q일 때, $\int_b^c f(x)dx$와 $\int_a^c f(x)dx$를 P, Q를 이용하여 나타내어라.10)



✏ 정적분의 성질

개념4

① $\int_a^a f(x)dx = 0$　② $\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

③ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$　④ $\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx$

⑤ $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

011.

$\int_0^3 |x-1|dx$의 값은?11)

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

012.

$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x \le 1) \\ x-1 & (x>1) \end{cases}$일 때, $\int_0^2 f(x)dx$의 값은?12)

① $-\frac{1}{3}$　② $-\frac{1}{6}$　③ 0　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{1}{3}$

013.

$\int_0^2 (2x^2+1)dx + 2\int_0^2 (x-x^2)dx$의 값은?13)

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ 2　④ 4　⑤ 6

014.

$\int_0^1 \frac{x^3}{x+1}dx - \int_1^0 \frac{1}{t+1}dt$의 값은?14)

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{5}{6}$　⑤ 1

✏ $g(x)=\int_a^x f(t)dt$이면

① $g(a)=0$

② $g'(x)=f(x)$

개념5

015.

함수 $f(x)$가 $\int_a^x f(t)dt=x^2-4x$를 만족시킬 때, $f(a)$의 값은?15) (단, $a>0$)

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

016.

함수 $f(x)=\int_0^x (t-3)(t-a)dt$가 $x=3$에서 극솟값 0을 가질 때, 상수 a의 값과 $f(x)$의 극댓값을 구하여라.16)

017.

$f(x)=4x^3-x^2+3x-2$일 때, $\lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\int_1^x f(t)dt$의 값은?17)

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

018.

$\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_3^{3+3h}(x^3-x^2)dx$의 값은?18)

① 18 ② 36 ③ 54
④ 72 ⑤ 90

개념6

✔ 정적분과 항등식 :
① 적분 구간이 다 상수이면 치환
② 적분 구간에 x가 있으면 적당한 값 대입 & 양변 미분

019.

$f(x)=x^3-2x+\int_0^4 f(t)dt$를 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 값은?19)

① -14 ② -12 ③ 0
④ 12 ⑤ 14

020.

등식 $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+\int_0^2 f(t)dt$를 만족시키는 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하여라.20)

021.

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_2^x f(t)dt=x^2-ax-6$$

을 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하여라.21)

022.

다항함수 $f(x)$가 $xf(x)=x^3+x^2+\int_1^x f(t)dt$를 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하여라.22)

개념7

✏ $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이 : $\int_a^b |f(x)|dx$

✏ 두 함수 사이의 넓이 : $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

023.

곡선 $y=-x^2+3x$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.23)

024.

곡선 $y=ax^2$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{2}{3}$일 때, 양수 a의 값을 구하여라.24)

025.

곡선 $y=x^3+x^2-2x$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.25)

026.

$y=x^2$과 $y=2x+8$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.26)

027.

$y=1-x^2$과 $y=2x-2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.27)

개념8

✏ $f(x)$가 우함수이면, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$

✏ $f(x)$가 기함수이면, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

✔ 주기함수와 $x=a$에 대칭인 함수의 적분

028.

아래 식의 값은?28)

$$\int_{-2}^{5}(x^3+4x^2+7x-5)dx+\int_{5}^{2}(x^3+4x^2+7x-5)dx$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

029.

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(-x)=f(x)$를 만족시키며 $\int_{0}^{1} f(x)dx=5$일 때,

$\int_{-1}^{1}(2x^3-x-1)f(x)dx$의 값을 구하여라.29)

030.

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$f(x+3)=f(x)$를 만족시키며 $\int_{1}^{4} f(x)dx=2$일 때,

$\int_{1}^{13} f(x)dx$의 값은?30)

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

✏ 위치를 미분하면 속도를 얻을 수 있다. ($x'(t)=v(t)$)
✏ 속도를 미분하면 가속도를 얻을 수 있다. ($v'(t)=a(t)$)
✏ 속도의 크기(속력)을 적분하면 이동거리를 얻을 수 있다. ($\int |v(t)|dt = l$)

개념9

031.

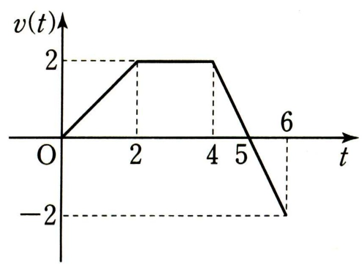
원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 속도 $v(t)$가 $v=6-3t^2$(m/s)일 때, 출발 후 다시 원점으로 돌아오는 동안의 움직인 거리를 구하여라.31)

032.

좌표가 10인 점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 A의 시각 t에서의 속도는 $v(t)=2t-4$이다. 점 A가 원점에서 가장 가까이 있을 때의 점 A의 위치를 구하여라.32)

033.

$x=-2$를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 물음에 답하여라.33)



(1) $t=6$에서의 점 P의 위치를 구하여라.

(2) $t=0$에서 $t=6$까지 점 P가 실제로 움직인 거리를 구하여라.

[다항함수의 적분법A]

1) (1) $x+C$ (2) C

(3) $\frac{1}{2}x^2+C$ (4) $\frac{1}{8}(2x+1)^4+C$

2) (1) $\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{2}y^2+y+C$

(2) $\frac{1}{4}x^4+2tx^3+6t^2x^2+8t^3x+C$

(3) $\frac{1}{2}t^2-t+C$

3) 6

4) 1

5) 7

6) ③

7) $f(x)=4x^3+6x^2-1$

8) $\frac{38}{3}$

9) 2

10) Q, $-P+Q$

11) ④

12) ②

13) ⑤

14) ④

15) ⑤

16) $a=1$, 극댓값 $\frac{4}{3}$

17) ⑤

18) ③

19) ②

20) -2

21) 21

22) $f(x)=\frac{3}{2}x^2+2x-\frac{3}{2}$

23) $\frac{13}{6}$

24) $a=\frac{1}{13}$

25) $\frac{37}{12}$

26) 36

27) $\frac{32}{3}$

28) ④

29) -10

30) ②

31) $8\sqrt{2}$

32) 6

33) (1) 4　(2) 8