

원포인트 개념주입 A  
다항함수의 미분법



개념1

⇒ 함수  $f(x)$ 의  $a$ 에서  $b$ 까지의 평균변화율은  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 이다.

⇒ 함수  $f(x)$ 의  $a$ 에서의 미분계수(순간변화율)  $f'(a)$ 는

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

이다. 이는  $(a, f(a))$ 에서  $y=f(x)$ 에 접하는 접선의 기울기가 된다.

### 001.

함수  $f(x) = x^2$ 에 대하여  $x$ 의 값이 3에서  $3+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이 10일 때, 상수  $h$ 의 값은?1)  
(단,  $h > 0$ )

- ① 1                      ② 2                      ③ 3
- ④ 4                      ⑤ 5

### 002.

함수  $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여  $x$ 의 값이  $-2$ 에서 4까지 변할 때의 평균변화율과  $x$ 의 값이 0에서  $a$ 까지 변할 때의 평균변화율이 서로 같을 때, 양수  $a$ 의 값을 구하여라.2)

### 003.

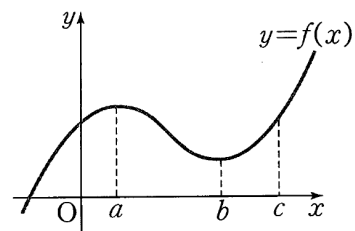
함수  $f(x) = x^2$ 의  $x = 2$ 인 점에서의 접선의 기울기를 구하여라.3)

### 004.

함수  $f(x) = \sqrt{x}$ 의  $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하여라.4)

### 005.

함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, 다음 값 중 가장 큰 것은?5)



- ①  $f'(a)$                       ②  $f'(b)$                       ③  $f'(c)$
- ④  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$                       ⑤  $\frac{f(c)-f(b)}{c-b}$



개념2

✓  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+\star) - f(a)}{\star}$  나  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(\star) - f(a)}{\star - a}$  의 풀맞추기 연습

### 006.

$f'(a) = 2$  일 때,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a)}{h}$  의 값을 구하여라.<sup>6)</sup>

### 007.

$f'(1) = 2$  를 만족시키는 함수  $f(x)$  에 대하여,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$  의 값을 구하여라.<sup>7)</sup>

### 008.

다음 중  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x^2) - f(a^2)}{x - a}$  과 같은 것은?<sup>8)</sup>

- ①  $f'(a)$                       ②  $f'(a^2)$                       ③  $2af'(a)$
- ④  $2af'(a^2)$                       ⑤  $(x+a)f'(a^2)$

### 009.

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(1, 5)$  에서 접선의 기울기가 3일 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(1) - f(x^2)}{x - 1}$  의 값을 구하여라.<sup>9)</sup>



개념3

⇒  $y = f(x)$  위의 점  $(x, f(x))$ 에서의 미분계수들의 함수를 도함수라 하고  $f'(x)$ 로 나타낸다.

⇒ 다항함수의 미분

- ①  $(x^n)' = nx^{n-1}$ ,
- ②  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ ,
- ③  $(cf(x))' = cf'(x)$

### 010.

함수  $f(x) = x^2$ 의 도함수  $f'(x)$ 를 구하고,  $f'(1)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(3)$ 의 값을 구하여라.<sup>10)</sup>

### 011.

함수  $f(x) = \sqrt{x}$ 의 도함수  $f'(x)$ 를 구하고,  $f'(1)$ ,  $f'(4)$ ,  $f'(9)$ 의 값을 구하여라.<sup>11)</sup>

### 012.

함수  $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$ 에 대하여  $f'(x)$ 를 구하여라.<sup>12)</sup>

### 013.

함수  $f(x) = x^2 - 2x$ 에 대하여  $x$ 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율과  $x = c$ 에서의 미분계수가 같을 때,  $c$ 의 값은?<sup>13)</sup> (단,  $1 < c < 3$ )

- ①  $\frac{5}{4}$                       ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2
- ④  $\frac{9}{4}$                       ⑤  $\frac{11}{4}$



개념4

- ⇒ 곱의 미분법 :  $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
  - ⇒ 합성함수의 미분법 :  $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$
- (이건 미적분 내용이지만 쓸모가 많으니 해 두도록 하자.)

### 014.

다음 함수를 미분하여라.<sup>14)</sup>

(1)  $y = (x^2 + 1)^{10}$

(2)  $y = (3x^2 + 5x + 7)^3$

### 015.

다음 함수를 미분하여라.<sup>15)</sup>

(1)  $y = (x + 1)(2x + 1)(3x + 1)$

(2)  $y = (2x + 1)^3(3x + 1)^4$

### 016.

다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1) = 2$ ,  $f'(1) = 3$ 이다.

$g(x) = (x^2 + 2x)f(x)$ 일 때,  $g'(1)$ 의 값은?<sup>16)</sup>

- ① 11                      ② 13                      ③ 15
- ④ 17                      ⑤ 19

### 017.

다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 1}{x - 2} = 4$$

를 만족시킬 때, 함수  $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여  $h'(2)$ 의 값을 구하여라.<sup>17)</sup>



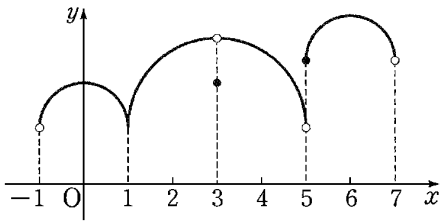
개념5

$\Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ 의 값이 존재하면  $f(x)$ 는  $x = a$ 에서 미분가능하다고 한다.

✓ 대충 매끄러운 곡선이면 미분가능하다. 뾰족하면 안 돼.

## 018.

그림은  $-1 < x < 7$ 에서 정의된 함수  $y = f(x)$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?18)



- ①  $f'(2)$ 는 양수이다.
- ② 불연속점은 2개다.
- ③  $f'(x) = 0$ 인 점은 3개다.
- ④ 미분 불가능한 점은 3개다.
- ⑤ 극한이 존재하지 않는 점은 1개다.

## 019.

함수  $y = \begin{cases} ax^2 & (x < 1) \\ bx - 2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 가  $x = 1$ 에서

미분가능할 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.19)

## 020.

함수  $y = \begin{cases} ax^5 + 3 & (x < -1) \\ bx^2 & (x \geq -1) \end{cases}$ 이  $x = -1$ 에서

미분가능할 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.20)



개념6

⇒  $y = f(x)$  위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ 이다.

021.

곡선  $y = -2x^3 + 4x - 3$  위의  $x = 1$ 인 점에서의 접선의 방정식이  $y = ax + b$ 이다.  $a^2 + b^2$ 의 값은?21)

- ① 5                      ② 10                      ③ 13
- ④ 17                     ⑤ 20

022.

함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = 4$ 가 성립할 때,

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식은  $y = ax + b$ 이다.  $ab$ 의 값은?22)

- ① -20                    ② -10                    ③ 0
- ④ 10                     ⑤ 20

023.

곡선  $y = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$ 에 접하고 직선  $x - 2y + 3 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.23)

024.

직선  $y = 4x + k$ 가 곡선  $y = x^3 + 2x^2 - 1$ 에 접할 때, 정수  $k$ 의 값을 구하여라.24)

025.

곡선  $y = x^2$  위의 점과 직선  $y = 2x - 6$  사이의 거리의 최솟값은?25)

- ①  $\sqrt{2}$                     ②  $\sqrt{5}$                     ③  $2\sqrt{2}$
- ④  $3\sqrt{3}$                    ⑤  $3\sqrt{5}$



개념7

✓ 곡선 밖의 점 P에서의 접선을 구할 때는 곡선 위의 점 A에서의 접선을 구하고 이 직선이 P를 지난다는 사실을 이용하여 A를 구한다.

## 026.

점  $(0, 2)$ 에서 곡선  $y = x^3 + 2x$ 에 그은 접선의 방정식은?26)

- ①  $y = 3x - 2$                       ②  $y = 3x + 3$   
 ③  $y = 3x + 5$                         ④  $y = 5x - 2$   
 ⑤  $y = 5x + 2$

## 027.

점  $(0, -4)$ 에서 곡선  $y = x^2 - 3$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱은?27)

- ①  $-25$                       ②  $-16$                       ③  $-9$   
 ④  $-4$                         ⑤  $-1$

## 028.

점  $(3, 0)$ 을 지나고 곡선  $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ 에 접하는 직선은 3개 있다. 이 때, 세 접점의  $x$ 좌표의 합은?28)

- ① 1                              ② 3                              ③ 5  
 ④ 7                              ⑤ 9





개념8

⇒ 미분가능한 함수  $f(x)$ 와 실수  $a, b(a < b)$ 에 대하여

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

를 만족시키는 실수  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

## 029.

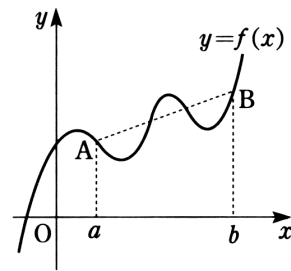
함수  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ 에 대하여 닫힌구간  $[1, 3]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수  $c$ 의 값을 구하여라.<sup>29)</sup>

## 030.

그림은 어느 다항함수  $y = f(x)$ 의 그래프이다.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

를 만족시키는 상수  $c$ 의 개수는?<sup>30)</sup> (단,  $a < c < b$ )





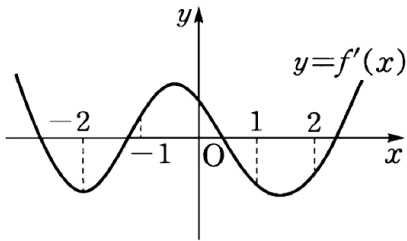
개념9

⇒ 함수의 증감

- ①  $f'(a) > 0$ 이면  $f(x)$ 는  $x = a$ 에서 증가상태에 있다고 한다.  
 ②  $f'(a) < 0$ 이면  $f(x)$ 는  $x = a$ 에서 감소상태에 있다고 한다.

## 031.

다항함수  $y = f(x)$ 의 도함수  $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?31)



- ①  $f(x)$ 는 구간  $(-\infty, -2)$ 에서 감소한다.  
 ②  $f(x)$ 는 구간  $(-2, -1)$ 에서 증가한다.  
 ③  $f(x)$ 는 구간  $(-1, 0)$ 에서 감소한다.  
 ④  $f(x)$ 는 구간  $(0, 1)$ 에서 증가한다.  
 ⑤  $f(x)$ 는 구간  $(1, 2)$ 에서 감소한다.

## 032.

함수  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 12$ 가 감소하는 구간을 구하여라.32)

## 033.

함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$ 이  $x = 1$ 에서 증가상태에 있을 때, 다음 중  $a$ 의 값이 될 수 있는 것은?33)

- ① -8                      ② -6                      ③ -4  
 ④ -2                      ⑤ 0



## 개념10

⇒ 극대와 극소

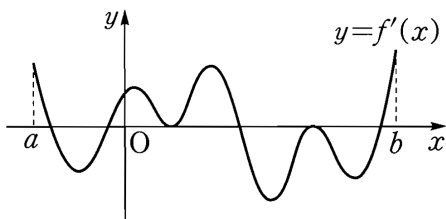
$a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에서  $f(a)$ 가 최대이면  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극대라 한다.

$a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에서  $f(a)$ 가 최소이면  $f(x)$ 는  $x=a$ 에서 극소라 한다.

- ✓ 미분가능한 함수에서 극대/극소이면 미분계수가 0이다.
- ✓ 미분계수가 0이어도 극대/극소가 아닐 수 있다.
- ✓ 미분불가능한 점에서 극대/극소일 수 있다.

## 034.

구간  $[a, b]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 함수  $f(x)$ 가 극대가 되는 점의 개수와 극소가 되는 점의 개수는? <sup>34)</sup>

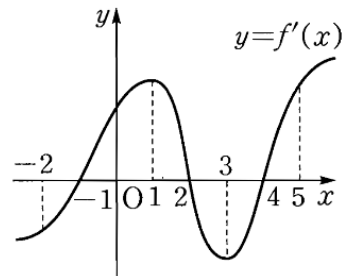


## 035.

함수  $f(x) = x^3 + ax + b$ 가  $x = 1$ 에서 극솟값 2를 가질 때, 극댓값을 구하여라. <sup>35)</sup>

## 036.

함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은? <sup>36)</sup>



- ①  $f(x)$ 는 구간  $(-2, 1)$ 에서 증가한다.
- ②  $f(x)$ 는 구간  $(1, 3)$ 에서 감소한다.
- ③  $f(x)$ 는 구간  $(4, 5)$ 에서 증가한다.
- ④  $f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극소이다.
- ⑤  $f(x)$ 는  $x = 3$ 에서 극소이다.



개념11

✓ 최대최소를 잘 구할 수 있다.

### 037.

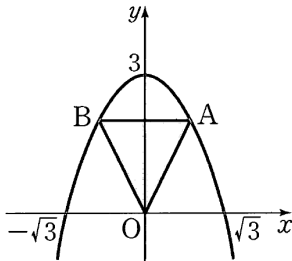
다음 함수의 주어진 범위에서의 최댓값과 최솟값을 구하여라.<sup>37)</sup>

(1)  $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 10$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )

(2)  $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 2$  ( $-2 \leq x \leq 1$ )

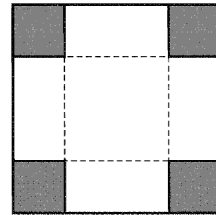
### 038.

그림과 같이 곡선  $y = 3 - x^2$ 과  $x$ 축으로 둘러싸인 부분에 내접하고, 한 변이  $x$ 축에 평행한  $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.<sup>38)</sup>



### 039.

한 변의 길이가 6인 정사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 네 모퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라 내고, 남은 부분으로 뚜껑이 없는 직육면체의 상자를 만들려고 한다. 상자의 부피를 최대 하려면 잘라 낼 정사각형의 한 변의 길이를 얼마로 하면 되겠는가?<sup>39)</sup>





개념12

- ⇔  $f(x) = 0$ 의 근은  $y = f(x)$ 의  $x$ 절편이다.
- ⇔  $f(x) = k$ 의 근은  $y = f(x)$ 와  $y = k$ 의 교점의  $x$ 좌표이다.
- ✓ 부등식을 잘 증명한다.

040.

방정식  $2x^3 - 6x^2 + a + 6 = 0$ 의 근이 다음과 같을 때, 실수  $a$ 의 값 또는 범위를 구하여라.<sup>40)</sup>

- (1) 서로 다른 세 실근
- (2) 중근과 다른 한 실근

041.

방정식  $x^3 - 3x^2 - 9x + a = 0$ 이 한 개의 음의 실근과 두 개의 서로 다른 양의 실근을 가질 때,  $a$ 의 값의 범위를 구하여라.<sup>41)</sup>

042.

모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $x^4 - 4a^3x + 12 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수  $a$ 값의 범위를 구하여라.<sup>42)</sup>

043.

$x > 0$ 일 때, 부등식  $x^3 - 3x^2 + a > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $a$ 값의 범위를 구하여라.<sup>43)</sup>



개념13

- ⇒  $S(t)$ 의  $t = a$ 에서의 변화율  $S'(a)$ 를 구하는 순서
  - ①  $S(t)$ 를 구한다.
  - ② 미분하여  $S'(t)$ 를 구한다.
  - ③  $t = a$ 를 대입하여  $S'(a)$ 를 구한다.
- ⇒ 점 P의 위치가  $f(t)$ 일 때, 점 P의 속도는  $f'(t)$ , 속력은  $|f'(t)|$ , 가속도는  $f''(t)$ 이다.

### 044.

$t$ 초일 때 길이가  $l$ cm인 고무줄이  $l = t^2 + 4t + 10$ 인 관계를 만족시키면서 늘어난다고 한다.  $t = 2$ 일 때 이 고무줄의 길이의 변화율을 구하여라.<sup>44)</sup>  
(단, 단위는 cm/s이다.)

### 045.

한 변의 길이가 10cm인 정사각형의 각 변의 길이가 매초 2cm씩 길어질 때, 정사각형의 넓이가  $400 \text{ cm}^2$ 가 되는 순간의 넓이의 변화율은?<sup>45)</sup>

- ① 85                      ② 80                      ③ 75
- ④ 70                      ⑤ 65

### 046.

$x$ 축 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치가  $x = 2t^3 - 9t^2 + 12t$ 일 때, 다음 물음에 답하여라.<sup>46)</sup>

- (1) 점 P가 운동 방향을 바꾸는 시각은?
- (2) 점 P가 음의 방향으로 운동하는  $t$ 의 범위는?

---

[다항함수의 미분법A]

- 1) ④
- 2) 2
- 3) 4
- 4)  $\frac{1}{2}$
- 5) ③
- 6) 6
- 7) 4
- 8) ④
- 9) 4
- 10) 2, 4, 6
- 11)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$
- 12)  $6x - 2$
- 13) ③
- 14) (1)  $20x(x^2 + 1)^9$   
(2)  $3(3x^2 + 5x + 7)^2 \cdot (6x + 5)$
- 15) (1)  $18x^2 + 22x + 6$   
(2)  $6(2x + 1)^2(3x + 1)^3(7x + 3)$
- 16) ④
- 17) 14
- 18) ③
- 19)  $a = 2, b = 4$
- 20)  $a = -2, b = 5$
- 21) ①
- 22) ①
- 23)  $2x + y - 7 = 0$
- 24) 7
- 25) ②
- 26) ⑤
- 27) ④
- 28) ④
- 29) 2
- 30) 3개
- 31) ⑤
- 32)  $[1, 2]$  (열린구간인지 닫힌구간인지로 고민하지 말자.)
- 33) ⑤
- 34) 극소 2개, 극대 2개
- 35)  $f(-1) = 6$

36) ③

37) (1) 최댓값은  $f(0) = 10$ , 최솟값은  $f(2) = -10$

(2) 최댓값은  $f(-1) = f(1) = 3$ , 최솟값은  $f(-2) = -6$

38) 2

39) 1

40) (1)  $-6 < a < 2$

(2)  $a = -6$  또는  $a = 2$

41)  $0 < a < 27$

42)  $-\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2}$

43)  $a > 4$

44) 8

45) ②

46) (1)  $t = 1, t = 2$  (2)  $1 < t < 2$