

원포인트 개념주입 B
삼각함수



개념1

⇒ 호도법 : $\pi = 180^\circ$

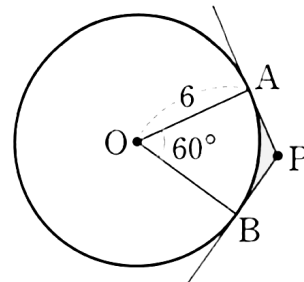
⇒ 부채꼴 : $l = r\theta, S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r^2\theta$

001.

둘레의 길이가 40인 부채꼴의 넓이는 반지름의 길이가 a 일 때, 최댓값 b 를 갖는다. $a+b$ 의 값을 구하여라.1)

002.

그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 O 가 있다. 원 밖의 한 점 P 에서 원에 그은 접선과의 접점을 각각 A, B 라 할 때, $\angle AOB = 60^\circ$ 이다. 색칠한 부분의 넓이는?2)



- ① $6\sqrt{3} - 2\pi$
- ② $8\sqrt{3} - 3\pi$
- ③ $10\sqrt{3} - 5\pi$
- ④ $12\sqrt{3} - 6\pi$
- ⑤ $14\sqrt{3} - 7\pi$



개념2

✓ 동경의 연산 : 일반각 $\theta + 2n\pi$

003.

θ 가 제1사분면의 각일 때, $\frac{\theta}{3}$ 가 존재할 수 있는 사분면을 모두 찾은 것은?³⁾

- ① 제1사분면 ② 제1, 2사분면
- ③ 제1, 3사분면 ④ 제1, 2, 3사분면
- ⑤ 제1, 2, 4사분면

004.

각 θ 를 나타내는 동경과 각 4θ 를 나타내는 동경이 x 축에 대하여 서로 대칭일 때, θ 의 값은?⁴⁾

(단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$)

- ① 108° ② 126° ③ 144°
- ④ 162° ⑤ 178°

005.

좌표평면에서 두 동경 OP, OQ가 나타내는 일반각을 각각 α, β 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?⁵⁾ (단, O는 원점이고, n 은 정수이다.)

- ㄱ. 두 동경 OP, OQ가 x 축에 대하여 대칭이면 $\alpha + \beta = 2\pi n + \pi$
- ㄴ. 두 동경 OP, OQ가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이면 $\alpha + \beta = 2\pi n + \frac{\pi}{2}$
- ㄷ. $\alpha = 855^\circ, \beta = -405^\circ$ 이면 두 동경 OP, OQ는 원점에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ



개념3

⇒ 동경이 이루는 각이 θ 인 동경 위의 점을 (x, y) 라 하고 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 이라 하면,

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \sin\theta = \frac{y}{r} & \textcircled{2} \cos\theta = \frac{x}{r} & \textcircled{3} \tan\theta = \frac{y}{x} \\ \textcircled{4} \csc\theta = \frac{r}{y} & \textcircled{5} \sec\theta = \frac{r}{x} & \textcircled{6} \cot\theta = \frac{x}{y} \end{array}$$

※ ④, ⑤, ⑥은 미적분 내용이지만, 상식으로 확인해두자.

006.

원점 O 와 점 $P(-12, 5)$ 에 대하여 동경 OP 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?6)

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{12}{13}$ ③ $-\frac{5}{13}$
 ④ $\frac{13}{12}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

007.

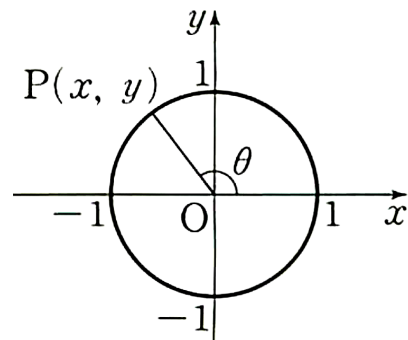
원점 O 와 제4사분면 위의 점 $(3, b)$ 에 대하여 $\overline{OP} = 5$ 이다. 동경 OP 가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은?7)

- ① $-\frac{7}{5}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{5}$
 ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ 0

008.

그림과 같이 단위원 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -\frac{5}{2}$ 이고 동경 OP 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은?8)
 (단, $x < 0, y > 0$)



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

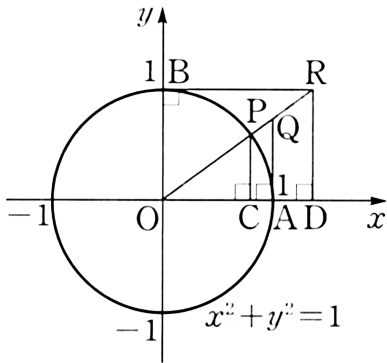


개념4

⇨ 단위원과 삼각함수 : 잘 찾아서.

009.

그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P에 대하여 직선 OP와 두 점 A(1, 0), B(0, 1)에서의 접선이 만나는 점을 각각 Q, R이라 하고, 두 점 P, R에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 이때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?⁹⁾ (단, O는 원점이고, P는 제1사분면 위의 점이다.)

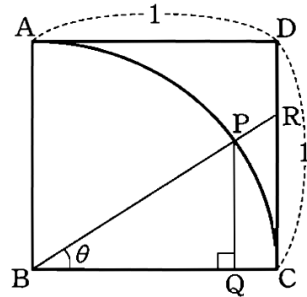


- ㉠. $\overline{OC} \times \overline{OQ} = 1$
- ㉡. $\overline{PC} \times \overline{OD} = \overline{OC}$
- ㉢. $\overline{AQ} \times \overline{OR} = \overline{OQ}$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

010.

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 사분원이 내접해 있다. 점 B에서 변 CD 위의 점 R을 연결한 선분과 호 AC가 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 Q라고 하자. $\angle PBQ = \theta$ 라 할 때, 다음 중 $\frac{\overline{PR}}{\overline{QC}}$ 의 값과 같은 것은?¹⁰⁾



- ① $1 - \cos\theta$ ② $\frac{1 - \sin\theta}{\sin\theta}$ ③ $\frac{1 - \cos\theta}{\cos\theta}$
- ④ $\frac{1}{\cos\theta}$ ⑤ $\frac{1}{\sin\theta}$



삼각함수의 부호



개념5

	제1사	제2사	제3사	제4사
$\sin\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta$	+	-	+	-

011.

$\sin\theta\tan\theta > 0$, $\cos\theta\tan\theta < 0$ 를 만족시키는 θ 는 제 몇 사분면의 각인가?¹¹⁾

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
- ③ 제3사분면 ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면, 제2사분면

012.

θ 가 제2사분면의 각일 때,

$$\sqrt{\sin^2\theta} - \sqrt{\cos^2\theta} + \sqrt{(\cos\theta - \sin\theta)^2}$$

을 간단히 한 것은?¹²⁾

- ① 0 ② $\sin\theta$ ③ $2\sin\theta$
- ④ $\cos\theta$ ⑤ $2\cos\theta$

013.

$\sin\theta\cos\theta > 0$, $\sin\theta\tan\theta < 0$ 를 만족시키는 각 θ 에 대하여

$\sqrt{(\sin\theta - \tan\theta)^2} - |\sin\theta + \cos\theta| - \sqrt{\cos^2\theta} - |\tan\theta|$ 를 간단히 한 것은?¹³⁾

- ① $\tan\theta + \cos\theta$ ② $2\cos\theta$
- ③ $\tan\theta - \cos\theta$ ④ $-2\cos\theta$
- ⑤ $2\tan\theta$



개념6

- ✓ ① $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ② $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
 ③ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ④ $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ ⑤ $\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

014.

$\frac{\tan\theta\sin\theta}{\tan\theta - \sin\theta} - \frac{1}{\sin\theta}$ 을 간단히 한 것은?¹⁴⁾

- ① $\sin\theta$ ② $2\cos\theta$ ③ $\tan\theta$
 ④ $\frac{1}{2\tan\theta}$ ⑤ $\frac{1}{\tan\theta}$

015.

$\frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} - \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}$ 를 간단히 한 것은?¹⁵⁾

- ① $\sin\theta$ ② $\cos\theta$ ③ 0
 ④ $-\sin\theta$ ⑤ $-\cos\theta$

016.

θ 가 제2사분면의 각이고, $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ 일 때,
 $5\sin\theta + 3\tan\theta$ 의 값을 구하여라.¹⁶⁾

017.

θ 가 제1사분면의 각이고 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{3}{5}$ 일 때,
 $\sin^4\theta - \cos^4\theta$ 의 값을 구하여라.¹⁷⁾

018.

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{1}{\cos\theta} \left(\tan\theta + \frac{1}{\tan^2\theta} \right)$ 의
 값을 구하여라.¹⁸⁾



개념7

✓ 여각, 보각변환 : 할 줄 알아야 한다.

019.

다음을 간단히 하면?19)

$$\sin(\pi + \theta) + \sin\theta + \cos(\pi - \theta) - \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)$$

- ① $\sin\theta$ ② $\cos\theta$ ③ 0
 ④ -1 ⑤ $\sin\theta - \cos\theta$

020. $\sin^2 3^\circ + \sin^2 6^\circ + \sin^2 9^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ$ 의 값은?20)

- ① $\frac{25}{2}$ ② $\frac{27}{2}$ ③ $\frac{29}{2}$
 ④ $\frac{31}{2}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

021.실수 θ 에 대하여 $\sin\theta = -\frac{3}{5}$, $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,
 $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - \frac{1}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)}$ 의 값을 구하여라.21)
022. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\tan\theta = \sqrt{\frac{a}{1-a}}$ 일 때,
 $\frac{\cos^2\theta}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) - a} + \frac{\cos^2\theta}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - a}$ 의 값을 구하여라.22)



개념8

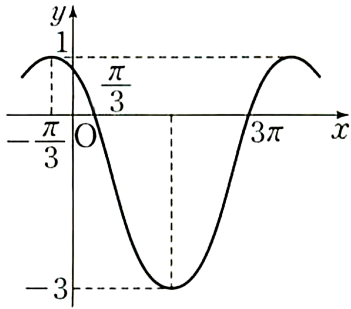
✓ 삼각함수의 그래프 : 그릴 줄 알아야 한다.

023.

그림은 함수 $y = a \cos(bx + c) - 1$ 의 그래프이다.

이 함수의 주기가 p 일 때, $\frac{p}{abc}$ 의 값은?23)

(단, $a > 0, b > 0, 0 < c < \pi$)

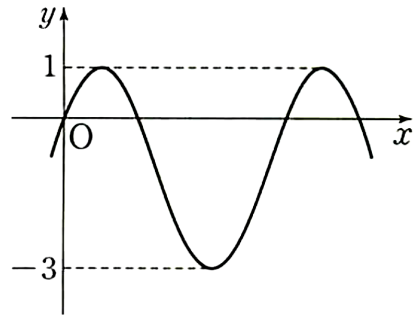


- ① 8
- ② 16
- ③ 24
- ④ 32
- ⑤ 40

024.

함수 $y = a \cos\left(\frac{2}{3}\pi x - \theta\right) + b$ 의 그래프가 그림과

같을 때 θ 의 값은?24) (단, $a > 0, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)



- ① 0
- ② $\frac{\pi}{6}$
- ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{3}$
- ⑤ $\frac{\pi}{2}$

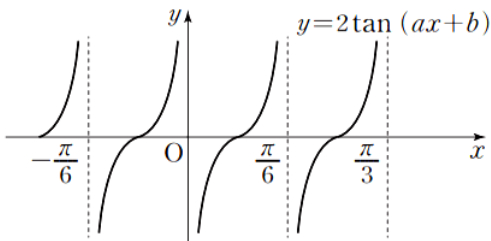


개념9

✓ 탄젠트나 절댓값 : 가끔 나오는 것들.

025.

그림은 함수 $y = 2\tan(ax + b)$ 의 그래프이다.
 ab 의 값은?²⁵⁾ (단, $a > 0$, $0 < b < \pi$ 이다.)



- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

026.

다음 중 주기가 함수 $y = \cos 2x$ 와 주기와 다른 것은?²⁶⁾

- ① $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$ ② $y = \sin 2(x - \pi)$
- ③ $y = -2|\cos x|$ ④ $y = \tan x$
- ⑤ $y = |\tan x|$

027.

함수 $y = \cos x + |\cos x|$ 의 그래프와 직선 $y = ax + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.²⁷⁾



개념10

✓ 치환하면 범위 주의.

028.다음 함수들의 최솟값과 최댓값을 구하여라.²⁸⁾

(1) $f(x) = \sin^2 x - 4\sin x + 3$

(2) $g(x) = \frac{-2\sin x + 5}{\sin x + 2}$

(3) $h(x) = 2 - |\cos x - 3|$

029.모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^2 - 2x \cos \theta + \sin \theta + 1 \geq 0$$

이 성립할 때, θ 의 값의 범위 또는 값은?²⁹⁾(단, $0 \leq \theta \leq 2\pi$)

① $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

② $0 \leq \theta \leq \pi$

③ $\theta = \frac{\pi}{2}$

④ $\theta = \frac{3}{2}\pi$

⑤ $0 \leq \theta \leq \pi, \theta = \frac{3}{2}\pi$



개념11

⇒ 삼각방정식의 일반해

① $\sin x = a$ 의 한 근이 $x = \alpha$ 이면 $\Rightarrow x = n\pi + (-1)^n \alpha$

② $\cos x = a$ 의 한 근이 $x = \alpha$ 이면 $\Rightarrow x = 2n\pi \pm \alpha$

③ $\tan x = a$ 의 한 근이 $x = \alpha$ 이면 $\Rightarrow x = n\pi + \alpha$

030.

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 x 에 대한 방정식 $\sin(\pi \cos x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하여라.³⁰⁾

031.

구간 $[0, 10]$ 에서 x 에 대한 방정식 $\sin(\pi x) = \frac{1}{3}$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을 구하여라.³¹⁾

032.

방정식 $2\cos^2 x - 1 = 0$ 의 양의 해를 작은 것부터 차례로

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$$

라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{\pi^2}{x_k \cdot x_{k+1}}$ 의 값을 구하여라.³²⁾



개념12

✓ 삼각함수의 치환과 방부등식 : 잘

033.

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식 $1 - 2\sin^2 x = \cos x$ 의 서로 다른 실근의 개수를 n , 가장 큰 실근을 α 라 할 때, $n\alpha$ 의 값은?³³⁾

- ① 3π ② $\frac{7}{2}\pi$ ③ 4π
- ④ $\frac{9}{2}\pi$ ⑤ 5π

034.

$0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식

$$2\sin^2\left(\frac{x-\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{2x+\pi}{6}\right) < 0$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $4\alpha + \beta$ 의 값은?³⁴⁾

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π
- ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π



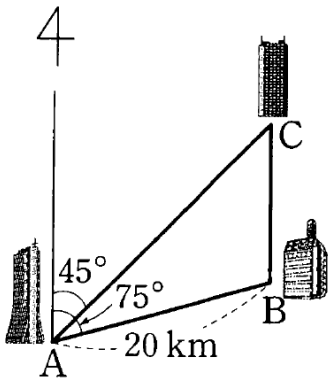
개념13

⇒ 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

035.

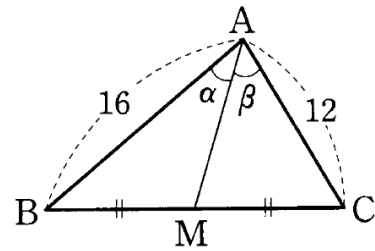
두 건물 A, B는 20km 만큼 떨어져 있고 건물 C는 건물 B의 정북 방향에 있다. 건물 A에서 두 건물 B, C를 바라본 각의 크기는 정북 방향을 기준으로 각각 75° , 45° 일 때, 두 건물 B, C 사이의 거리는 몇 km 인가?³⁵⁾



- ① 10 ② $10\sqrt{2}$ ③ $12\sqrt{2}$
 ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

036.

그림과 같이 $\overline{AB}=16$, $\overline{AC}=12$ 인 삼각형 ABC와 선분 BC의 중점 M에 대하여 $\angle BAM = \alpha$, $\angle CAM = \beta$ 라 할 때, $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ 의 값을 구하여라.³⁶⁾

**037.**

삼각형 ABC에서 $A : B : C = 1 : 2 : 3$ 일 때, $\frac{a^2}{bc}$ 의 값을 구하여라.³⁷⁾



개념 14

⇒ 코사인법칙

① $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

② $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

038.

삼각형 ABC에서 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ 일 때,
 $\sin \frac{A+B-C}{2}$ 의 값은?38)

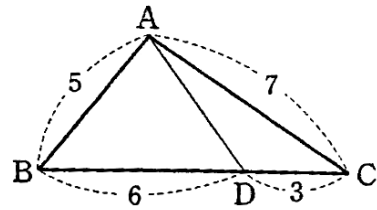
- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

039.

한 원에 내접하는 삼각형의 세 변의 길이가 각각
 7, 8, 9일 때, 이 원의 넓이를 구하여라.39)

040.

그림과 같이 삼각형 ABC의 변 BC 위에 점 D를
 잡을 때, 선분 AD의 길이를 구하여라.40)

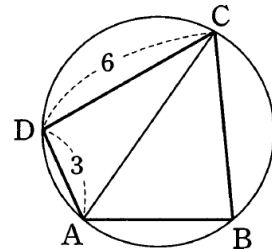


041.

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AD} = 3, \quad \overline{CD} = 6, \quad \cos(\angle ABC) = \frac{1}{9}$$

일 때, \overline{AC} 의 값은?41)



- ① $4\sqrt{3}$ ② 7 ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{51}$ ⑤ $2\sqrt{13}$



개념15

삼각형의 넓이 : $\frac{1}{2}ab\sin\theta$

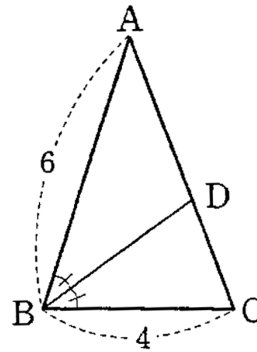
042.

삼각형 ABC에서 $a=5$, $b=8$ 이고, 삼각형의 넓이가 $10\sqrt{3}$ 일 때, c 의 값은?⁴²⁾ (단, $\angle C$ 는 예각이다.)

- ① 6 ② $2\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{3}$
- ④ 7 ⑤ $5\sqrt{2}$

043.

그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=4$, $\angle B=60^\circ$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선이 AC와 만나는 점을 D라 할 때, \overline{BD} 의 값을 구하여라.⁴³⁾





개념16

✓ 삼각형의 조건 : 일단 변의 길이로 다 돌려 본다.

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

044.

삼각형 ABC에서 $a \sin A = b \sin B$ 가 성립한다.ABC는 어떤 삼각형인가?⁴⁴⁾

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형
- ② $b = c$ 인 이등변삼각형
- ③ $c = a$ 인 이등변삼각형
- ④ $B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형
- ⑤ $C = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

045.

삼각형 ABC에서 $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2(A + B)$ 가 성립한다. ABC는 어떤 삼각형인가?⁴⁵⁾

- ① 정삼각형
- ② $a = b$ 인 이등변삼각형
- ③ $c = a$ 인 이등변삼각형
- ④ $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

046.

삼각형 ABC에서 $b \cos A = a \cos B$ 가 성립한다.ABC는 어떤 삼각형인가?⁴⁶⁾

- ① $a = b$ 인 이등변삼각형
- ② $b = c$ 인 이등변삼각형
- ③ $c = a$ 인 이등변삼각형
- ④ $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

047.

삼각형 ABC에서 $\frac{\sin B + \sin C}{\sin A} = \cos B + \cos C$ 가성립한다. ABC는 어떤 삼각형인가?⁴⁷⁾

- ① 정삼각형
- ② $b = c$ 인 이등변삼각형
- ③ $A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ 직각이등변삼각형

1) 110

2) ④

3) ④

4) ③

5) ⑤

6) ①

7) ④

8) ④

9) ⑤

10) ④

11) ④

12) ③

13) ②

14) ⑤

15) ③

16) 0

17) $\frac{3\sqrt{41}}{25}$

18) $2\sqrt{2}$

19) ③

20) ③

21) 3

22) 2

23) ③

24) ④

25) ③

26) ①

27) $\frac{2}{\pi}$

28) (1) 0/8

(2) 1/7

(3) -2/0

29) ⑤

30) 4

31) 45

32) $\frac{160}{21}$

33) ③

34) ③

35) ②

36) $\frac{4}{3}$

37) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

38) ③

39) $\frac{441}{20}\pi$

40) $\sqrt{23}$

41) ②

42) ④

43) $\frac{12\sqrt{3}}{5}$

44) ①

45) ⑤

46) ①

47) ③