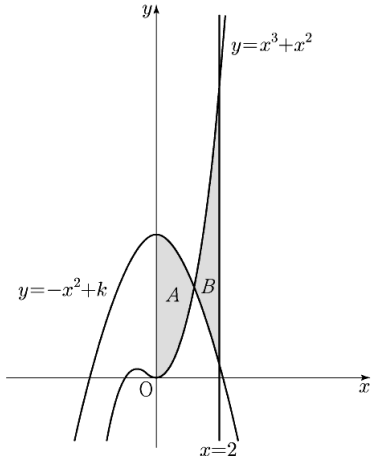

기출문제 다잡기

평가원의 수준

[다항함수의 적분법]

[2023학년도 수능 10번]

1. 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은?1) (단, $4 < k < 5$)



- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$
 ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

▷ 빼서 적분. 교점 구하는 놈 없겠지.

[2023학년도 수능 12번]

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \leq x < n$ 일 때, $|f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)|$ 이다.
 (단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt - \int_x^4 f(t)dt$$

가 $x = 2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)dx$ 의 값은?2)

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

▷ 함수 선택에 조건 좀 숨겨놔서 나름 킬러요소가 있다.
 수능 스타일 문항을 처음 다룬다면 꽤 어려울 듯.

평가원 답지 않게 애매한 표현을 쓰긴 했다. 박스의 조건에서 [모든 자연수 n 에 대하여]로 써야 한다는 의견.

아무 말 없으면 [모든]이 생략된 것으로 봐야하긴 할 듯.

[2023학년도 수능 20번]

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.
 (나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하여라.³⁾

▷ 그냥 시시한 문항. 20번 자리는 대충 채웠다.

[2023학년도 9월 10번]

4. 수직선 위의 점 A(6)과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 점 P의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자, 시각 $t=2$ 에서 점 P와 점 A 사이의 거리가 10일 때, 상수 a 의 값은?⁴⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

▷ 알아서 잘.

[2023학년도 9월 14번]

5. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0, f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x)dx - \int_0^1 |f(x)|dx$$

라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?⁵⁾

—<보 기>—

ㄱ. $g(0)=0$ 이면 $g(-1) < 0$ 이다.
 ㄴ. $g(-1) > 0$ 이면 $f(k)=0$ 을 만족시키는 $k < -1$ 인 실수 k 가 존재한다.
 ㄷ. $g(-1) > 1$ 이면 $g(0) < -1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 디귤 계산이 개빡치는 것이 트렌드. 미정계수 걸고 미정계수의 범위로 답해야 한다.

[2023학년도 9월 20번]

6. 상수 $k(k < 0)$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. $30 \times S$ 의 값을 구하여라.⁶⁾

▷ 어려운 문항은 아닌데, 계산이 좀..

[2023학년도 6월 11번]

7. 시간 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시간부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는?⁷⁾

- ① 16 ② 18 ③ 20
 ④ 22 ⑤ 24

▷ 알아서 잘.

[2023학년도 6월 14번]

8. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t)dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?8)

<보 기>

- ㄱ. $f(0) = 0$
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.
- ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 디귤 계산이..

[2023학년도 6월 20번]

9. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)|dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하여라.9)

▷ [정적분 구간]을 짚어보는 것이 정해.

수학2 교과범위네 아니네 하는 논란이 좀 있었다.

$$g'(x) = |f(x+1)| - |f(x)|$$

를 구하는 것이 합성함수 미분이라나 뭐라나.

[2022학년도 수능 14번]

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 $x(t)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시간 t 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$\int_0^1 |v(t)| dt = 2$$

를 만족시킬 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? ¹⁰⁾

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$

ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 꼼꼼하게 가능한 케이스 분류.

[2022학년도 수능 20번]

11. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.
 (나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하여라. ¹¹⁾

▷ 정적분과 구간. 이거 수학2에서 내도 돼?

[2022학년도 9월 9번]

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시간 $t = k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시간 $t = 3k$ 에서 $t = 4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는?12) (단, k 는 상수이다.)

- ① 23 ② 25 ③ 27
- ④ 29 ⑤ 31

▷ [움직인 거리] 조심.

[2022학년도 9월 11번]

13. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t)dt$ 일 때, $a + f(3)$ 의 값은?13)

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

▷ 문제 귀여움.

[2022학년도 9월 14번]

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?14)

—<보 기>—

ㄱ. $p = 1$ 일 때, $g'(1) = 0$ 이다.

ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.

ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x)dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ ㄷ을 수식으로 확인하면? 찍으면?

ㄷ의 부등식은 $\frac{3}{2}p^2 - 2p - 2 \geq 0$ 가 나온다.

[2022학년도 6월 11번]

15. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0)=0, \quad f(1)=1, \quad \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x)dx$ 의 값은?15)

(가) $g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2)=g(x)$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

▷ 그래프 이동, 함수 특성을 나타내는 등식 확인.
 헛갈리면 $g(-1)=-f(0)+1$, $g(0)=-f(1)+1$ 로 생각한다.
 보기 중에 $\frac{13}{6}$ 있었으면 많이 틀렸을텐데.

[2022학년도 6월 19번]

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 0이고, 시각 $t=1$ 에서 점 P의 위치는 -3 이다. 시각 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하여라.16) (단, k 는 상수이다.)

▷ [위치의 변화량] 주의.

[2021학년도 수능(나형) 14번]

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시각 $t=3$ 에서 $t=k(k > 3)$ 까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k 의 값은?17)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

▷ 속력은 속도에 절댓값 씌운 것.
 속력을 적분하면 움직인 거리.
 대충 시간-속도 그래프 그려서 읽어도 좋다.

[2022학년도 6월 20번]

18. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하여라.¹⁸⁾

- ▷ 정적분으로 정의된 함수는 잘 봐두자. 개중요.
 공통의 고난도 문항 중에서는 가장 전형적이었던 것 같다.
 [2021학년도 수능 20번]의 다운사이즈. 기출분석의 중요성.

[2021학년도 수능(나형) 20번]

19. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은?¹⁹⁾

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

▷ 잘 만들어진 문항. 꽤 어렵다.

- ① 정적분으로 정의된 함수의 미분.

$g'(x)$ 가 $2x \int_0^x f(t) dt$ 나오는 것 확인.

- ② $h(x) = \int_0^x f(t) dt$ 라 놓으면 $2x \times h(x)$ 가
 부호변화를 1번 일으켜야 한다.

[수능 예시문항 12번]

20. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은?20)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

▷ 순방향 적분. 이거 교과서에 있나?

$a < b$ 이고 $f(x) > 0$ 이면 $\int_a^b f(x) dx > 0$ 이다.

[수능 예시문항 14번]

21. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?21)

—<보 기>—

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
 ㄴ. $k = -4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 귀찮은 문항.

[2021학년도 9월(나형) 20번]

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \geq g(x)$
- (나) $f(x) + g(x) = x^2 + 3x$
- (다) $f(x)g(x) = (x^2 + 1)(3x - 1)$

$\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은?22)

- ① $\frac{23}{6}$
- ② $\frac{13}{3}$
- ③ $\frac{29}{6}$
- ④ $\frac{16}{3}$
- ⑤ $\frac{35}{6}$

▷ 함수 같아타기? 평가원 이상에서는 첫 문항. 어쨌든 출제되었으니 잘 짚어두자.

$x^2 + 1$ 과 $3x - 1$ 을 더하면 $x^2 + 3x$ 이다.

[2021학년도 9월(나형) 28번]

23. 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하여라.23)

▷ 도함수가 0 이상이도록.

[2021학년도 6월(나형) 13번]

24. 곡선 $y = x^3 - 2x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?24)

- ① $\frac{7}{6}$
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{6}$

▷ 못풀면 대박.

[2021학년도 6월(나형) 15번]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 5$$

이다. 시간 $t=3$ 에서 점 P의 위치가 11일 때, 시간 $t=0$ 에서 점 P의 위치는? ²⁵⁾

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

▷ 위치를 미분하면 속도이므로, 속도를 부정적분하면 위치. 적분상수 조심.

[2021학년도 6월(나형) 17번]

26. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? ²⁶⁾

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

▷ 상수에서 상수까지 정적분 나오면?
 [★ = k라 두고 ★ = k를 푼다.]
 습관적으로 미분하는 애들 나오는데, 안 풀린다.

[2021학년도 6월(나형) 23번]

27. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^3 + x, \quad f(0) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라. ²⁷⁾

▷ 수능이 좋아하는 문항. 누구나 좋아하지.

[2020학년도 수능(나형) 26번]

28. 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x(4-x), \quad g(x) = |x-1| - 1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하여라. ²⁸⁾

▷ 오답률 개 높던데. 그래프부터 잡아보고, 적분계산 좀 귀찮지만.

[2020학년도 수능(나형) 28번]

29. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = \frac{x-1}{2} \{f(x) + f(1)\} \text{이다.}$$

(나) $\int_0^2 f(x)dx = 5 \int_{-1}^1 xf(x)dx$

$f(0) = 1$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하여라.²⁹⁾

▷ 고전 문항인데, 유형에 익숙하지 않은 학생은 맞추기 힘들었을 듯. 함수의 [차수]를 설정하고 (가)를 다뤄야 한다. $f(x) = ax^n + \dots$ 라 두고..

사다리꼴을 보는 풀이가 있군.

나중에 봤다. 논술에서 중요한 관점인데. ㅎㅎ

[2020학년도 9월(나형) 6번]

30. $\int_0^2 (3x^2 + 6x)dx$ 의 값은?³⁰⁾

- ① 20 ② 22 ③ 24
- ④ 26 ⑤ 28

▷ 이런거 한 문항 출제된다.

[2020학년도 9월(나형) 15번]

31. 함수 $f(x) = x^2 - 2x$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = -f(x-1) - 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?³¹⁾

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

▷ 이차함수로 둘러싸인 도형의 넓이 정도는 외워.

[2020학년도 9월(나형) 21번]

32. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?³²⁾
(단, a, b 는 상수이다.)

<보 기>

- ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x)dx = -1$ 이다.
- ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 디글이 어렵다.
기역이 힌트인데, _____로 증명.

[2019학년도 수능(나형) 14번]

33. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값은?³³⁾ (단, a 는 상수이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

▷ 정적분으로 정의된 함수를 다루는 방법

- ① $x=1$ 대입.
- ② 양 변 미분.

[2019학년도 수능(나형) 25번]

34. $\int_1^4 (x + |x-3|)dx$ 의 값을 구하여라.³⁴⁾

▷ 범위 나눠서.

[2019학년도 수능(나형) 17번]

35. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-3) + 4$ 이다.
 (나) $\int_0^6 f(x)dx = 0$

함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?³⁵⁾

- ① 9 ② 12 ③ 15
 ④ 18 ⑤ 21

▷ 나형인데 사고력을 요구하네?
 개형을 그려보자.

[2019학년도 9월(나형) 21번]

36. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 < x < 1$ 에서 $g(x) = c_1$ (c_1 는 상수)
 (나) $1 < x < 5$ 에서 $g(x)$ 는 감소한다.
 (다) $x > 5$ 에서 $g(x) = c_2$ (c_2 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은?³⁶⁾ (단, a , b 는 상수이다.)

- ① 40 ② 42 ③ 44
 ④ 46 ⑤ 48

▷ 생소하게 느껴지는 문항.

$f(t) - |f(t)|$ 가 0이 되는 구간을
 대-충 잡아서 풀게 되더라구.

[2018학년도 수능(나형) 26번]

37. 곡선 $y = -2x^2 + 3x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.³⁷⁾
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

▷ 4점..?

[2018학년도 9월(나형) 8번]

38. 함수 $f(x) = \int_1^x (t-2)(t-3)dt$ 에 대하여

$f'(4)$ 의 값은?³⁸⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.
넓이로 풀지 마.

[2018학년도 9월(나형) 30번]

39. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases},$$

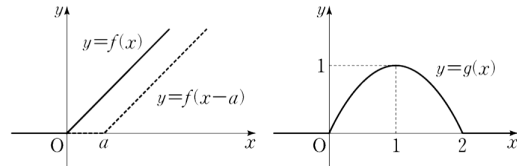
$$g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 $k, a, b (a < b < 2)$ 에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때,

$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\}dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에 대하여 $60(k+a+b)$ 의 값을 구하여라.³⁹⁾



▷ 재미있다면 재미있는데, 표현이 좀 구차하다.

함수 $h(x)$ 를 잘 읽어내더라도
적분값의 최소에서 틀리기도 좋은 듯.

[2017학년도 수능(나형) 12번]

40. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다. $t=0$ 부터 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는?40)

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

▷ 속도를 부정적분하면 위치
속력을 정적분하면 움직인 거리.

[2017학년도 수능(나형) 20번]

41. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)| dx = f(t) + f(0)$$

이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?41)

—<보 기>—

ㄱ. $\int_0^k f'(x) dx < 0$

ㄴ. $0 < k \leq 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 나형, 그것도 21번/30번이 아닌 곳에서 사고력을 요구당하면 당혹스럽다.

t 가 k 보다 크다면

$$\int_0^t |f'(x)| dx = \int_0^k () dt + \int_k^t () dt$$

이다. t 가 k 보다 작다면.. 안 되겠죠?

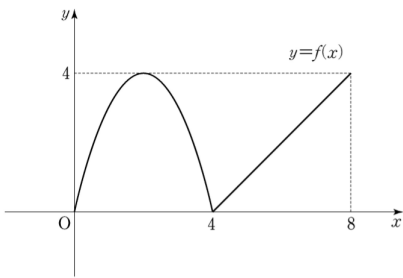
[2017학년도 9월(나형) 29번]

42. 구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a(0 \leq a \leq 4)$ 에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의

최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.⁴²⁾ (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



▷ 정적분을 $\int_a^4 + \int_4^{a+4}$ 로 다루면 간명.

[함숫값이 정적분의 변화량인 것에 착안해서 최소가 되는 a 값을 구하는 것도 가능하다.]

[2016학년도 수능(A형) 20번]

43. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), \quad g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은?⁴³⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

▷ 우함수/기함수와 적분.
 수능이 좋아하는 주제는 아니지만,
 배우기는 다 배웠지?

[2016학년도 수능(A형) 29번]

44. 이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 |f(x)|dx = -\int_0^2 f(x)dx = 4$
 (나) $\int_2^3 |f(x)|dx = \int_2^3 f(x)dx$

$f(5)$ 의 값을 구하여라.⁴⁴⁾

▷ (가)와 (나) 사이에 조건 하나가 살짝 숨었다.
 그래프 개형을 더듬어보면 발견하겠지.

[2016학년도 9월(A형) 10번]

45. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1 \right) dx - \int \left(\frac{1}{2}x^3 + x \right) dx$$

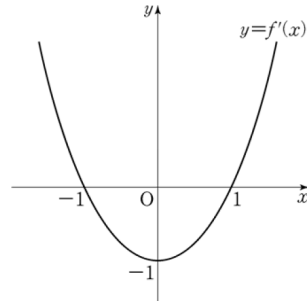
이고 $f(0)=1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은?⁴⁵⁾

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$
 ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

▷ $\int f(x)dx - \int g(x)dx = \int \{f(x) - g(x)\}dx$ 로.
 적분 상수 두 개 달고 그러지 않겠지?

[2016학년도 9월(A형) 14번]

46. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = x^2 - 1$ 이고 $f(0)=0$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?⁴⁶⁾



- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

▷ 둘러싸인 도형 두 개.

[2016학년도 9월(A형) 25번]

47. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x (2at + 1) dt$$

이고 $f'(2)=17$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.⁴⁷⁾

▷ 문제를 만들다 말아.

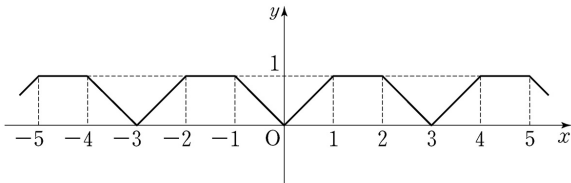
[2015학년도 수능(A형) 20번]

48. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x < 2) \\ -x+3 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^a f(x)dx = 13$ 일 때, 상수 a 의 값은? ⁴⁸⁾

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18



▷ 시시한 내용을 정성스럽게 써 놓음.

[2015학년도 수능(A형) 26번]

49. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 6x^2 + 4$ 이다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지날 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라. ⁴⁹⁾

▷ $f(x) = \int f'(x)dx$ 이다.

[2014학년도 수능(A형) 23번]

50. 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a (3x^2 + 2x)dx = \frac{1}{4}$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하여라. ⁵⁰⁾

▷ 우함수/기함수 분리해서 풀었냐?

[2015학년도 6월 30번]

51. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

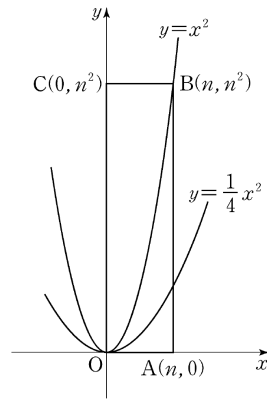
$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하여라.⁵¹⁾

▷ (나)에서 네 점 $(3, 7)$, $(4, 8)$, $(5, 10)$, $(6, 13)$ 을 지남을 얻으면 충분하다. 표현 진짜 거지다.

정보가 왜 이렇게 비어보일까? _____이러서.

[2014학년도 9월(A형) 13번]

52. 그림은 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(n, 0)$, $B(n, n^2)$, $C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나타낸 것이다. $n=4$ 일 때, 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 직선 AB 로 둘러싸인 부분의 넓이는?⁵²⁾
(단, n 은 자연수이다.)



- ① 14
- ② 16
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 22

▷ 세트형 문항에서 하나 따와서 이렇다.

[2014학년도 9월(A형) 28번]

53. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = x^3 - 2x^2 - 2x \int_0^1 f(t)dt$$

일 때, $f(0) = a$ 라 하자. $60a$ 의 값을 구하여라.⁵³⁾

▷ 정적분이 포함된 항등식 두 가지 타입의 혼종.

- ① 구간에 변수 : 대입과 양 변 미분
- ② 구간이 상수 : 치환해서 다시 적분

[2013학년도 수능(나형) 11번]

54. 함수 $f(x) = x+1$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx = k \left(\int_{-1}^1 f(x) dx \right)^2$$

일 때, 상수 k 의 값은?⁵⁴⁾

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

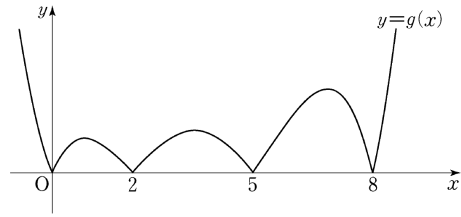
▷ 그냥 넣고 계산.

[2013학년도 수능 19번]

55. 삼차함수 $f(x)$ 는 $f(0) > 0$ 을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t)dt \right|$$

라 할 때, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?⁵⁵⁾

〈보기〉

- ㄱ. 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
- ㄴ. $f'(0) < 0$
- ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)dx > 0$ 을 만족시키는 자연수 m 의 개수는 3이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 다근을 $f(x)$ 의 넓이로 풀려면 짜증 폭발.

$g(x)$ 를 이용하여 나타내면 _____ > 0 이므로.

[2013학년도 수능(나형) 21번]

56. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 양수 a 의 최솟값은?56)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

▷ 정적분으로 정의된 함수.

[2013학년도 수능(나형) 28번]

57. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 $f(3) = 0$ 이고,

$$\int_0^{2013} f(x)dx = \int_3^{2013} f(x)dx$$

를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S 일 때, $30S$ 의 값을 구하여라.57)

▷ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ 로.

[2013학년도 9월(나형) 18번]

58. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int \{x^2 + f(x)\}dx, \quad f(x)g(x) = -2x^4 + 8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은?58)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

▷ $g(x)$ 가 이차 때야겠는데?

[2012학년도 수능(나형) 9번]

59. 함수 $F(x) = \int_0^x (t^3 - 1)dt$ 에 대하여 $F'(2)$ 의 값은?59)

- ① 11 ② 9 ③ 7
 ④ 5 ⑤ 3

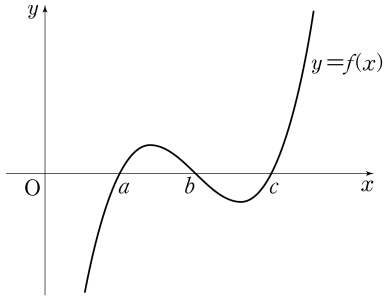
▷ 정적분으로 정의된 함수.

[2013학년도 9월 13번]

60. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$ 는

$$\int_a^b f(x) dx = 3, \quad \int_a^c f(x) dx = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?60)



<보 기>

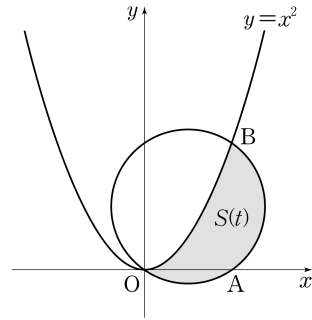
- ㄱ. $F(b) = F(a) + 3$
- ㄴ. 점 $(c, F(c))$ 는 곡선 $y = F(x)$ 의 변곡점이다.
- ㄷ. $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식 $F(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 함수 $F(x)$ 의 그래프를 그리자.

[2013학년도 9월(나형) 29번]

61. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 과 양수 t 에 대하여 세 점 $O(0, 0)$, $A(t, 0)$, $B(t, t^2)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 의 내부와 부등식 $y \leq x^2$ 이 나타내는 영역의 공통부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S'(1) = \frac{p\pi+q}{4}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하여라.61) (단, p, q 는 정수이다.)



▷ 각 OAB가 직각이므로 선분 OB가 원의 지름이다.
반원에서 이차함수의 헛바닥 빼면 된다.

[2012학년도 수능(나형) 19번]

62. 이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) = -1$ 이고,

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은?62)

- ① 11 ② 10 ③ 9
- ④ 8 ⑤ 7

▷ 그냥 계산해도 되고.
구간 비교해보면 계산 좀 줄일 수 있고.

[2012학년도 9월(나형) 13번]

63. 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?63)

<보기>

ㄱ. $\int_0^3 f(x)dx = 3 \int_0^1 f(x)dx$

ㄴ. $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx$

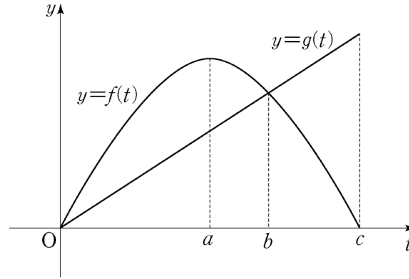
ㄷ. $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = \left\{ \int_0^1 f(x)dx \right\}^2$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

▷ 누굴 바보로 아나? 했는데
디글 맞다는 애들이 나오더라고..

[2012학년도 9월(나형) 21번]

64. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시간 $t(0 \leq t \leq c)$ 에서 물체 A의 속도 $f(t)$ 와 물체 B의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t)dt = \int_0^c g(t)dt$ 이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?64)

<보기>

ㄱ. $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.

ㄴ. $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.

ㄷ. $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 속도를 적분한 것이 위치다.
차함수를 통해서 다루면 좋다.

[2011학년도 수능 17번]

65. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수 x 에 대하여 점 P가

- 시간 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리,
- 시간 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리,
- 시간 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? ⁶⁵⁾

<보 기>

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1) = \int_1^2 v(t)dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

▷ 줄라 귀찮네. 구간별로 함수식 구하는 것이 요령.

[2010학년도 수능 24번]

66. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t(t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

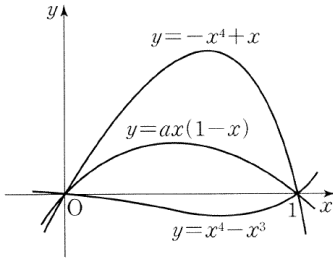
$$\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{a}{p} \text{일 때, } p+q \text{의 값을 구하여라.}^{66)}$$

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

▷ $f(x), |f(x)|, g(x)$ 의 그래프를 차례로 그려보자.

[2009학년도 9월 7번]

67. 두 곡선 $y=x^4-x^3$, $y=-x^4+x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y=ax(1-x)$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 a 의 값은?67) (단, $0 < a < 1$)



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

▷ 뻘서 적분인데, 두 번 시키니까 귀찮네.

[2009학년도 9월 10번]

68. 함수 $f(x) = \begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t)dt$$

라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?68)

<보 기>

ㄱ. $g(x)$ 는 구간 $(1, 2)$ 에서 증가한다.
 ㄴ. $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. 방정식 $g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 는 _____이다.
 함수 $g(x)$ 의 그래프를 그려라.

-
- 1) ④
 - 2) ②
 - 3) 17
 - 4) ④
 - 5) ⑤
 - 6) 80
 - 7) ⑤
 - 8) ④
 - 9) 13
 - 10) ③
 - 11) 110
 - 12) ③
 - 13) ④
 - 14) ⑤
 - 15) ②
 - 16) 6
 - 17) ③
 - 18) 8
 - 19) ④
 - 20) ②
 - 21) ④
 - 22) ③
 - 23) 5
 - 24) ②
 - 25) ④
 - 26) ①
 - 27) 9
 - 28) 14
 - 29) 7
 - 30) ①
 - 31) ③
 - 32) ⑤
 - 33) ⑤
 - 34) 10
 - 35) ④
 - 36) ④
 - 37) 4
 - 38) ②
 - 39) 200
 - 40) ①
 - 41) ⑤
 - 42) 43
 - 43) ①
 - 44) 45
 - 45) ④
 - 46) ④
 - 47) 4
 - 48) ①
 - 49) 12
 - 50) 25
 - 51) 167
 - 52) ②
 - 53) 40
 - 54) ④
 - 55) ⑤
 - 56) ②
 - 57) 40
 - 58) ②
 - 59) ③
 - 60) ③
 - 61) 13
 - 62) ①
 - 63) ①
 - 64) ⑤
 - 65) ①
 - 66) 17
 - 67) ④
 - 68) ③