기출문제 다잡기

평가원의 수준

[다항함수의 미분법]

5A ACADEMY
SOOHAN

[2023학년도 수능 8번]

1. 점 $(0,\ 4)$에서 곡선 $y=x^3-x+2$에 그은 접선의 x절편은?1)

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$

④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

▷ 곡선 밖의 점에서 그은 접선.

[2023학년도 수능 19번]

2. 방정식 $2x^3-6x^2+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하여라.2)

▷ 함수의 그래프와 방정식의 근.

[2023학년도 수능 22번]

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하여라.3)

(가) 모든 실수 x에 대하여
$$f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$$
이다.

(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.

(다) $f(0)=-3,\ f(g(1))=6$

▷ 적당히 어려운 30번. $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(g(x))$로 정리.

두 점 사이의 기울기가 어떻게 움직이나 보자.

[2023학년도 9월 22번]

4. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x)+2f(t) & (x<t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하여라.4)

▷ 가장 쉬운 22번. 이건 좀 심했다.

[2023학년도 6월 8번]

5. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은?5)

(가) $f(1)=3$
(나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \geq 5$이다.

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

▷ 최소가 되려면.

[2023학년도 6월 9번]

6. 두 함수

$$f(x)=x^3-x+6, \quad g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은?6)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

▷ 넘겨서 그래프.

[2022학년도 수능 19번]

7. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-(a^2-8a)x+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하여라.7)

▷ $f'(x)=0$의 $D\le 0$이다.

[2022학년도 수능 10번]

8. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1,\ 2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은?8)

① -18 ② -17 ③ -16
④ -15 ⑤ -14

▷ 두 곡선과 모두 접하는 직선 풀 때

$$f'(a)=g'(b)=\frac{g(b)-f(a)}{b-a}$$

편하다.

[2022학년도 9월 19번]

9. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 4까지 변할 때의 평균 변화율과 $f'(a)$의 값이 같게 되도록 하는 $0<a<4$인 모든 실수 a의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.9) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 시시.

[2022학년도 수능 22번]

10. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f'(x)=0$이 닫힌구간 $[t,\ t+2]$에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{t\to a+}g(t)+\lim_{t\to a-}g(t)\le 2$이다. (나) $g(f(1))=g(f(4))=2,\ g(f(0))=1$

$f(5)$의 값을 구하여라.10)

▷ 어려운 문젠데.. 답이 딱 보이는 느낌이 좀 있다.

[2022학년도 9월 20번]

11. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하여라.11)

▷ 풀이만 보면 간단하지만 삽질하기 좋은 문항.

$f(x)=0$, $f'(x)=0$, $f(x)+x=0$, $2f(x)-5x=k$

다 풀고 싶다구.

[2022학년도 9월 22번]

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times\lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하여라.12)

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

▷ 대칭미분계수 내고 지랄이여.

인수로 덮고 하는 부분이나 비율관계에 익숙한 학생들이 있어서 22번 중에서는 정답률은 좀 높은 편

[2022학년도 6월 14번]

13. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은?13)

(가) 모든 실수 x에 대하여
$xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ 낯선 상황의 좋은 문항. 등식
$xg(x)=|xf(x-p)+qx|$
가 신선했다. 비약 없이 정확하게 풀었는지 확인해보자.
답이 딱 눈에 띄는 것이 흠.

[2022학년도 6월 22번]

14. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.14) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 합성함수를 포함한 방정식은 22번 1순위로 봐야할 듯.
수학2에서 고난도 뽑으려니 어쩔 수 없었다.
앞으로 많이 연습하게 될 것이다.

[2021학년도 수능(나형) 17번]

15. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+g(x)}{x}=3,\quad \lim_{x\to 0}\frac{f(x)+3}{xg(x)}=2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여 $h'(0)$의 값은?15)

① 27 ② 30 ③ 33
④ 36 ⑤ 39

▷ 다항함수 $f(x)$, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-b}{x-a}=c$이면

① $f(a)=b$이고 $f'(a)=c$

② $f(x)=(x-a)(\cdots+c)+b$

이 문항은 ①이 유리하다.

[2021학년도 수능(나형) 30번]

16. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases}|f(x)-g(x)| & (x<1)\\ f(x)+g(x) & (x\geq 1)\end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하여라.16)

▷ $h(1-)=h(1+)$, $h'(1-)=h'(1+)$

⇒ 케이스별로 가능한지 조사.

깔끔하다. 30번치고는 좀 쉽나?

[수능 예시문항 9번]

17. 원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은?17)

① 2　② $\frac{9}{4}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{11}{4}$　⑤ 3

▷ 두 가지 풀이.
① $x=t$에서의 접선이 $(0,\ 0)$을 지난다.
② $-x^3-x^2+x=mx$가 중근을 갖는다.

[수능 예시문항 19번]

18. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^4+kx+10$이 $x=1$에서 극값을 가질 때, $f(1)$의 값을 구하여라.18)

▷ 일반적인 함수 $f(x)$에 대하여
$x=a$에서 극값 $\Rightarrow f'(a)=0$
인 것은 아니다.
이 문항에서는 $f(x)$가 ____________라서.

[수능 예시문항 11번]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은?19)

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

▷ 세 실근을 a, ar, ar^2이라 하면
$f(x)-9=$____________

[2021학년도 수능 예시문항 22번]

20. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 $(p,\ q)$의 개수를 구하여라.[20]

(가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.
(나) 닫힌 구간 $[-1,\ 1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌 구간 $[-2,\ 2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.

▷ 워후! 개빡치네. 새시대 킬러문항.

구질구질한 조사를 한 참 해야 한다.
삼차함수 $2:1$ 쓰면 득을 좀 볼 수 있다.

[2021학년도 9월(나형) 18번]

21. 최고차항의 계수가 a인 이차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$|f'(x)|\le 4x^2+5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$일 때, 실수 a의 최댓값은?[21]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

▷ 부등식을
$$-4x^2-5\le f'(x)\le 4x^2+5$$
로 줬으면 정답률이 올라갔으려나?

[2021학년도 9월(나형) 30번]

22. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x|x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하여라.[22)]

▷ 개인적으로 놀란 것이, 대칭시킨 함수 $f(a-x)$를 냈다는 점과 $f(x)f(a-x)$가 6차함수라는 점.
둘 다 전례가 (거의) 없었거든.

난이도는 30번 치고 쉬운 듯.
절댓값으로 꺾는 것은 너무 많이 했다.

[2021학년도 6월(나형) 10번]

23. 함수 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx+1$이 $x=3$에서 극대일 때, 상수 m의 값은?[23)]

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

▷ 일단 $f'(3)=0$이다.

[2021학년도 6월(나형) 19번]

24. 방정식 $2x^3+6x^2+a=0$이 $-2 \leq x \leq 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는?[24)]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

▷ 보통

$$2x^3+6x^2=-a$$

해서 많이 풀겠지? $f(x)=2x^3+6x^2$ 그려서.

[2021학년도 6월(나형) 24번]

25. 곡선 $y=x^3-6x^2+6$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선이 점 $(0,\ a)$를 지날 때, a의 값을 구하여라.25)

▷ 접선의 방정식 : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

[2021학년도 6월(나형) 26번]

26. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+5x$에서 x의 값이 0에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(2)$의 값과 같게 되도록 하는 양수 a의 값을 구하여라.26)

▷ 평균변화율 : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

[2021학년도 6월(나형) 30번]

27. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하여라.27)

(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다. (나) 닫힌구간 $[-2,\ 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

▷ 변곡점 없이 풀기 짜증날 것 같다.
변곡점 때리면 나머지는 하나하나 따라 나온다.

[2020학년도 수능(나형) 12번]

28. 함수 $f(x)=-x^4+8a^2x^2-1$이 $x=b$와 $x=2-2b$에서 극대일 때, $a+b$의 값은?[28] (단, a, b는 $a>0$, $b>1$인 상수이다.)

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

▷ 두 극댓값 사이에는 극솟값이 있다.

[2020학년도 수능(나형) 27번]

29. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1 = t^3 - 2t^2 + 3t, \quad x_2 = t^2 + 12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.[29]

▷ 기본 문항. 용어 확실하게.

[2020학년도 수능(나형) 20번]

30. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x \le 0) \\ x-1 & (0 < x \le 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[30]

<보 기>

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$이다.
ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$이다.
ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 무례하게 답이 ⑤가 아닌 합답형을 냈다.
오답률은 당연히 폭-발.

인수를 곱해서 연속/미분가능을 만드는 유형.
개념을 확실하게 잡아놓도록 하자.

[2020학년도 수능(나형) 30번]

31. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. (나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하여라.[31)]

▷ 킬러 중에서는 비교적 쉬운 문항.
그래도 30번이라고 샥샥 풀리지는 않는다.

가능한 개형을 생각해보고,
인수를 이용하여 다항식을 구성하자.

[2020학년도 9월(나형) 17번]

32. 함수 $f(x)=x^3-3ax^2+3(a^2-1)x$의 극댓값이 4이고 $f(-2)>0$일 때, $f(-1)$의 값은?[32)] (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 도함수가 인수분해 되지 않으면 빡치겠지.

[2020학년도 9월(나형) 27번]

33. 곡선 $y=x^3-3x^2+2x-3$과 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱을 구하여라.33)

▷ $f(x)=k$로 정리하는 것이 보통.

[2020학년도 6월(나형) 24번]

34. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-5t^2+6t$$

이다. $t=3$에서 점 P의 가속도를 구하여라.34)

▷ 속도는 위치의 변화율.
가속도는 속도의 변화율.

[2020학년도 9월(나형) 30번]

35. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선과 점 $(2,\ f(2))$에서의 접선이 점 $(k,\ 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하여라.35) (단, k는 상수이다.)

▷ 막 풀면 복잡해서 쉽지 않다.
차함수에 착안해서 $k=$___을 바로 띄우면 좋은데.

[2020학년도 6월(나형) 18번]

36. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & (x<0)\\ f(x) & (x\geq 0)\end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\dfrac{1}{2}$보다 작을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?36)

<보 기>

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\dfrac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\dfrac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\dfrac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ **개형을 잡으면 기역, 디귿은 간단하다.**
니은이 좀 특이한데, 적당히 변수 설정해서..

[2020학년도 6월(나형) 26번]

37. 두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\qquad g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x)\geq 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1,\ 4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.37)

▷ **함수 한쪽으로 몰고 $h(x)\geq k$로?**

[2020학년도 6월(나형) 30번]

38. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1)\\ f(x) & (x\geq 1)\end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t\,|\,t=-1$ 또는 $t\geq 3\}$이다.

$(g\circ g)(-1)$의 값을 구하여라.38) (단, a는 상수이다.)

▷ 개빡친다. 어렵고 복잡. 풀지마.

[2019학년도 수능(나형) 9번]

39. 함수 $f(x)=x^3-3x+a$의 극댓값이 7일 때, 상수 a의 값은?39)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 자주 보이는 문항. 틀리면 킬러문항.

[2019학년도 수능(나형) 27번]

40. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-\frac{1}{3}t^3+3t^2+k\,(k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 40이다. k의 값을 구하여라.40)

▷ 기본 문항.

[2019학년도 수능(나형) 30번]

41. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
(나) 점 $(2,\ 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하여라.41) (단, a, b는 유리수이다.)

▷ 가능한 개형을 꼼꼼하게 확인하자.
상황을 잘 정리하면 접선 문항이 남는다.

[2019학년도 9월(나형) 14번]

42. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \ge 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-5t^2+at+5$$

이다. 점 P가 움직이는 방향이 바뀌지 않도록 하는 자연수 a의 최솟값은?42)

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

▷ 움직이는 방향이 바뀐다.
⇔ 속도의 뿔마가 바뀐다.

[2019학년도 9월(나형) 15번]

43. 방정식 $x^3-3x^2-9x-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 최댓값은?43)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

▷ 알아서.

[2019학년도 9월(나형) 28번]

44. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2+t, \quad v_2(t)=2t^2+3t$$

이다. 출발한 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 a라 할 때, $9a$의 값을 구하여라.44)

▷ 벌써 지겹네.

[2019학년도 6월(나형) 16번]

45. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3+at^2+bt \ (a, \ b\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서의 점 P가 운동 방향을 바꾸고, 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는 0이다. $a+b$의 값은?45)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

▷ 움직이는 방향이 바뀐다.
⇔ 속도의 뿔마가 바뀐다.
⇒ (연속이므로) 속도가 0이다.

[2019학년도 9월(나형) 30번]

46. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x)=x$$

의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다.

$$f'(1)<0, \ f'(2)<0, \ f'(0)-f'(1)=6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하여라.46) (단, $1<a<2<b$)

▷ 방정식 $f(f(x))=x$에 대한 사전지식이 없으면 매우 어렵다. 이런 식으로 안 냈으면 하는데..

대충 삼차함수의 대칭성에 착안하여 찍-어서 맞추거나.. 방정식 $f(f(x))=x$에 대해 공부해.

[2019학년도 6월(나형) 17번]

47. 함수 $f(x)=ax^2+b$가 모든 실수 x에 대하여

$$4f(x)=\{f'(x)\}^2+x^2+4$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은?47) (단, a, b는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

▷ 걍 넣고.

[2019학년도 6월(나형) 21번]

48. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)>-1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?48)

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 문항이 전반적으로 삽질성이다.
디근은 기하적으로 해석할 수 있다.

[2019학년도 6월(나형) 30번]

49. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1) \text{이다.}$$

(나) $n=3$, 4일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128\times f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하여라.49)

▷ **가원이가 열심히 만든 것 같네.**
그런데 너무너무 귀찮다. 하나하나 따져야 함.

[2018학년도 수능(나형) 20번]

50. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
(나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$에서 $f'(x)<0$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 것을 고른 것은?50)

<보 기>

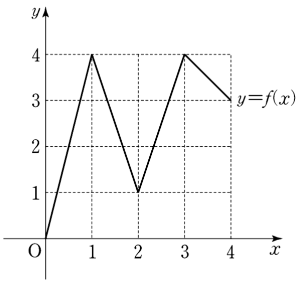
ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0, 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq -\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ **개형이 뻔하게 보이죵?**
디귿은 미정계수 설정해서 삽질.

[2018학년도 수능(나형) 21번]

51. 그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X=\{a, b\}$의 개수는?51)
(단, $0 \le a < b \le 4$)

X에서 X로의 함수 $g(x)=f(f(x))$가 존재하고 $g(a)=f(a)$, $g(b)=f(b)$를 만족시킨다.

① 11　② 13　③ 15
④ 17　⑤ 19

▷ 얘는 함수&집합 단원의 문항이라 수능 범위가 아니지만, 방정식 $f(f(x))=f(x)$는 생각해보는 것이 좋을 것 같아서 놔뒀다.

그런데 $f(f(x))=f(x)$를 이해하고 있더라도 집합의 경우의 수? 부분도 만만치 않다. 결국 정답 맞추기가 쉽지 않다. 대충 풀자.

[2018학년도 수능(나형) 29번]

52. 두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x \le a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases},$$
$$g(x)=\begin{cases} 0 & (x \le k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하여라.52)
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 무시무시해 보이지만 잘 읽고 나면 별 것 아니다.
기울기 12인 ____________.

[2018학년도 9월(나형) 20번]

53. 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-x+t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[53)]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^3$이면 함수 $g(t)$는 상수함수이다.
ㄴ. 삼차함수 $f(x)$에 대하여, $g(1)=2$이면 $g(t)=3$인 t가 존재한다.
ㄷ. 함수 $g(t)$가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$의 극값은 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 삼차함수의 개형과 차함수의 이해.
$f(x)-g(x)$의 도함수가 $f'(x)-g'(x)$라는 점?

[2018학년도 9월(나형) 29번]

54. 두 삼차함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$가 $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.[54)] (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 인수들을 잘 나누어 보자.

[2018학년도 6월(나형) 16번]

55. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x \le -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?55)
(단, a와 b는 상수이다.)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ 연속과 좌우미분계수.

[2018학년도 6월(나형) 17번]

56. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=t^3-12t+k\,(k\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k의 값은?56)

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

▷ 운동방향이 바뀐다.
⇔ 속도의 ______가 바뀐다.

[2018학년도 6월(나형) 20번]

57. 함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1\,(k>0\text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은?57)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

▷ 삼차함수의 성질을 때려박은 문항.
스킬로도 풀어보고 그냥도 풀어보고.

그냥 풀려니까 은근히 어렵다.

[2018학년도 6월(나형) 30번]

58. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
> (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하여라.58)

▷ 묘하게 어려울 수 있는 문항.
삼차함수의 이차항을 파는 문항이 잘 없어서.

뭔가 $f(x)-g(x)$로 가야할 것 같은데..
$f'(\alpha)-g'(\alpha)=0$과 $f'(\beta)-g'(\beta)=0$ 이상을 받았다. 어떻게 쓸 것인지가 핵심.

[2017학년도 수능(나형) 30번]

59. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식

$$4f'(x)+12x-18=(f'\circ g)(x)$$

가 닫힌 구간 $[0,\ 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하여라.59)

▷ 여러모로 난해하다. 특히 함수방정식의 요소가 들어오면 요즘 학생들은 무조건 어렵지.

$f'(x)$는 아는 함수다. $g(x)$는 증가함수인데, 일단 t로 치환하면, $t=$______ 또는 $t=$______.

이 $g(x)=$______라는 식이 어색해서 어렵다.
나머지는 사잇값 정리. 여기도 익숙하진 않지.

[2017학년도 9월(나형) 20번]

60. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[60)]

<보 기>

ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

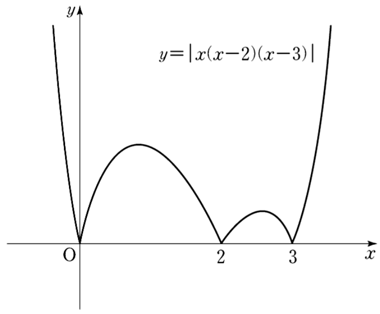
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 변곡점에 대한 대칭성과 삼차함수의 길이비.
너무 노골적이군.

[2017학년도 9월(나형) 21번]

61. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?[61)]

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3 뿐이다.
(나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

▷ 우선 $y=f(x)$의 가능한 개형을 하나하나 살피자.

위로 삐져나올지가 신경 쓰이긴 하는데,
엄밀하게 따지기가 쉽지 않다.

일단 답을 찍고, 대충 덮어두는 것을 추천.

[2017학년도 9월(나형) 25번]

62. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+1 & (x<1) \\ x^4+a & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 $x=1$에서 미분가능할 때, 상수 a의 값을 구하여라.62)

▷ 하나 더 놔둬봤다.

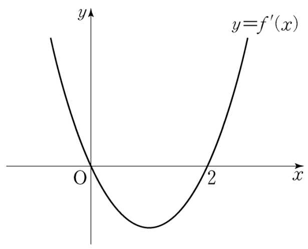
[2017학년도 6월(나형) 28번]

63. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+2$가 닫힌 구간 $[-a,\ a]$에서 최댓값 M, 최솟값 $\frac{14}{27}$를 갖는다. $a+M$의 값을 구하여라.63)

▷ 도함수가 인수분해가 안 되면 어렵겠다.
나형인데 되겠지.

[2017학년도 6월(나형) 21번]

64. 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?64)



<보 기>

ㄱ. $f(0)<0$이면 $|f(0)|<|f(2)|$이다.
ㄴ. $f(0)f(2)\geq 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.
ㄷ. $f(0)+f(2)=0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 차분하게 따져보면 될 듯.

[2017학년도 6월(나형) 29번]

65. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하여라.65)

▷ 선분 AB의 수직이등분선을 생각하자.
점 A에서의 거리와 점 B에서의 거리가 서로 같은 점들의 모임.

[2016학년도 수능(A형) 21번]

66. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은?66)

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다. (나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[3,\ 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$ ② $\dfrac{1}{10}$ ③ $\dfrac{2}{15}$
④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

▷ 절댓값으로 접어 올리는 미분가능성 유형은 이제 너무 익숙해서.

[2016학년도 수능(A형) 28번]

67. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=x^3f(x)-7$

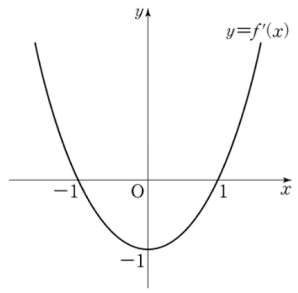
(나) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.67) (단, a, b는 상수이다.)

▷ 약간 독특한 미분계수식의 변형.
평소에 로피탈 쓰니? 난 추천하는 편.

[2016학년도 9월(A형) 13번]

68. 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=x^2-1$인 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)-kx$가 $x=-3$에서 극값을 가질 때, 상수 k의 값은?68)



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

▷ $g'(-3)=0$이다.
차함수의 극값에 대해서 고민해보면 좋다.

[2016학년도 9월(A형) 21번]

69. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30,\quad y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to 0+}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to 0-}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은?69)

① -7 ② -3 ③ 1
④ 5 ⑤ 9

▷ ① 거리는 [빼서 절댓값].
② (좌미분계수)$\times$(우미분계수) ≤ 0

②가 아마 처음 보는 표현일 것이다.
극값일 때/뾰족점일 때 등을 잘 따져보자.

[2016학년도 6월(A형) 11번]

70. 함수 $f(x)=x^2+8x$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+2h)-f(1)}{h}$$

의 값은?70)

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

▷ 간단한 미분계수식의 변형.

[2016학년도 6월(A형) 17번]

71. 두 함수

$$f(x)=3x^3-x^2-3x,\quad g(x)=x^3-4x^2+9x+a$$

에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 개수는?71)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

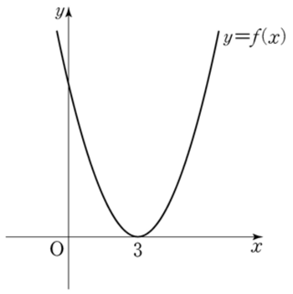
▷ 함수 $f(x)-g(x)$의 그래프를 그리자.
$g(x)$ 넘길 때 우변에 a 하나 남겨두면 편하죵.

[2016학년도 6월(A형) 13번]

72. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=(x-3)^2$$

이다. 함수 $g(x)$의 도함수가 $f(x)$이고 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\ g(2))$에서의 접선의 y절편이 -5일 때, 이 접선의 x절편은?72)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

▷ $g(x)=\int f(x)dx$니까 적분 문항인데..
$g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$라 두면 미분 문항?

[2016학년도 6월(A형) 21번]

73. 자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

(가) $f(n)=0$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x)\geq 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은?73)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

▷ 사차함수 $(x+n)f(x)$의 개형을 그려보자.

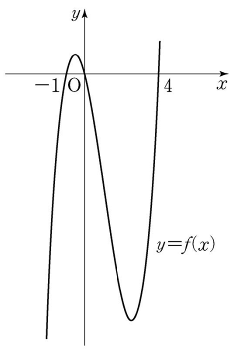
[2016학년도 6월(A형) 27번]

74. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-9x+3$이 열린 구간 $(-a,\ a)$에서 감소할 때, 양수 a의 최댓값을 구하여라.74)

▷ 닫힌 구간으로 내도 답 똑같으니까 그만 물어봐.

[2015학년도 수능(A형) 14번]

75. 함수 $f(x)=x(x+1)(x-4)$에 대하여 직선 $y=5x+k$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k의 값은?75)



① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

▷ 접한다.

[2015학년도 수능(A형) 21번]

76. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은?76)

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x\geq-1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

▷ 숨겨놓은 것을 읽기가 살짝 어렵다.
[삼차함수] $f(x)-f'(x)$의 개형을 생각하자.

[2015학년도 수능(A형) 29번]

77. 두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=(x^3+2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$가 $x=1$에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1)-f'(1)$의 값을 구하여라.77)

▷ $g'(1)=0$, $g(1)=24$이다.

[2015학년도 9월(A형) 17번]

78. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a의 값은?78)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

▷ 극대 하나와 극소 하나.

[2015학년도 9월(A형) 21번]

79. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?79)

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여
$$6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$$
이다.

① 36 ② 38 ③ 40
④ 42 ⑤ 44

▷ 두 함수 $y=6x-6$과 $y=2x^3-2$의 그래프를 생각하자. 두 그래프 모두 점 $(1,\ 0)$을 지난당.

다음에도 쉽지 않은 부분이 있다. 파이팅.

[2015학년도 9월(A형) 27번]

80. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}(x>0)$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $x-y-10=0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.80)

▷ 기울기 1인 접선.

[2015학년도 6월(A형) 14번]

81. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=-t^2+4t$이다. $t=a$에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a의 값은?81)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

▷ 위치를 미분하면 속도.

[2014학년도 수능(A형) 21번]

82. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은?82) (단, a, b는 상수이다.)

① 21　② 24　③ 27
④ 30　⑤ 33

▷ 거리는? 빼서 절댓값.
절댓값 빠트려서 헤맨 경우도 있을 듯.

[2014학년도 9월(A형) 21번]

83. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty,\ 0)$에서 감소하고 구간 $(2,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?83)

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

▷ 구간 $(-\infty,\ 0)$에서 $f'(x)\le 0$이다.
$x=-1$일 때 관찰하고, 나머지 한 근의 범위는?

[a^2+b^2의 최댓값] 부분이
부등식의 영역 삘이 있긴 하다.

[2014학년도 9월(A형) 27번]

84. 곡선 $y=x^3+2x+7$ 위의 점 $\mathrm{P}(-1,\ 4)$에서의 접선이 점 P가 아닌 점 $(a,\ b)$에서 곡선과 만난다. $a+b$의 값을 구하여라.84)

▷ 삼차함수의 길이비 각인데.
이 정도는 공부해 두자고.

그냥도 풀어보고!

[2014학년도 6월(A형) 6번]

85. 함수 $f(x)=x^3-x$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}$의 값은?85)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

▷ $3h=\star$에 맞춰야지.

[2014학년도 6월(A형) 17번]

86. 곡선 $y=x^3-3x^2+x+1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은?[86)]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

▷ 변곡점에 대한 대칭성 각인데..
그냥 풀어도 간단하지만.

[2014학년도 6월(A형) 21번]

87. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은?[87)] (단 a는 상수이다.)

① 5 ② 7 ③ 9
④ 11 ⑤ 13

▷ $y=f(x)$의 개형을
$a>0$일 때와 $a<0$일 때로 나눠
각각 잡아보자.

[2014학년도 6월(A형) 26번]

88. 다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 (2, 1)에서의 접선의 기울기가 2이다. $g(x)=x^3f(x)$일 때, $g'(2)$의 값을 구하여라.[88)]

▷ 곱의 미분법.

[2013학년도 수능(나형) 15번]

89. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+9x+3$의 그래프 위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선의 방정식이 $y=2x+b$이다. $a+b$의 값은?[89)] (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 접선의 방정식.

[2013학년도 수능(나형) 18번]

90. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^3+ax & (x<1) \\ bx^2+x+1 & (x\ge 1)\end{cases}$이 $x=1$에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?[90] (단, a, b는 상수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

▷ 이제 그만.

[2013학년도 수능(나형) 24번]

91. 함수 $f(x)=x^3+9x+2$에 대하여 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$의 값을 구하여라.[91]

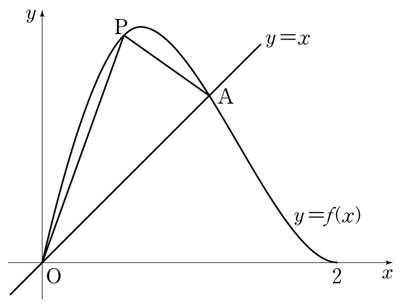
▷ $x=1+h$로 치환해봐!

[2013학년도 9월(나형) 19번]

92. 닫힌 구간 [0, 2]에서 정의된 함수

$$f(x)=ax(x-2)^2\left(a>\frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x좌표가 $\frac{1}{2}$이다. 상수 a의 값은?[92]



① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$

▷ 평행한 접선이 생길 때라는 것을 읽어내야 한다.

[2013학년도 9월(나형) 21번]

93. 좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x, \quad g(x)=|x-a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?93)

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

▷ $y=f(x)$를 그려놓고 $y=g(x)$를 옮겨 보자.
$f'(0)=-1$인 것 체크하고..

[2013학년도 6월(나형) 10번]

94. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 위치는 각각 $f(t)=2t^2-2t$, $g(t)=t^2-8t$이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t의 범위는?94)

① $\frac{1}{2}<t<4$ ② $1<t<5$ ③ $2<t<5$
④ $\frac{3}{2}<t<6$ ⑤ $2<t<8$

▷ 반대 방향으로 움직인다.
⇔ 속도의 부호가 반대이다.

[2013학년도 6월(나형) 13번]

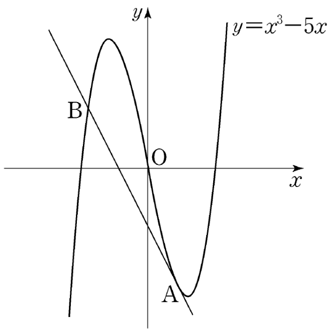
95. 닫힌 구간 $[1, 4]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=20$일 때, 상수 a의 값은?95)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 간단.

[2013학년도 6월(나형) 17번]

96. 곡선 $y=x^3-5x$ 위의 점 A$(1,\ -4)$에서의 접선이 점 A가 아닌 점 B에서 곡선과 만난다. 선분 AB의 길이는?96)



① $\sqrt{30}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $2\sqrt{10}$
④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

▷ 대충 풀어.

[2013학년도 6월(나형) 27번]

97. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$를 만족시킨다. $g(x)=xf(x)$라 할 때, $g'(1)$의 값을 구하여라.97)

▷ $f(x)$가 연속일 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$는
① ________ 이고 ② ________ 이다.

[2012학년도 수능(나형) 21번]

98. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)|=2$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값은?98)

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

▷ $1:\sqrt{3}$ 길이비를 알면 편하긴 하지요.
그냥 푸는 것은 당연히 해보도록.

[2012학년도 9월(나형) 15번]

99. 점 $(0,\ -4)$에서 곡선 $y=x^3-2$에 그은 접선이 x축과 만나는 점의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 할 때, a의 값은?99)

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

▷ 곡선 밖의 점 $(a,\ b)$에서 접선 긋는 법.
① 접점 $(t,\ f(t))$를 설정한다.
② 접선 $y=f'(t)(x-t)+f(t)$가 점 $(a,\ b)$를 지나므로 $b=f'(t)(a-t)+f(t)$이다.
※ $\frac{f(t)-b}{t-a}=f'(t)$도 좋다. 마찬가지지만.

[2012학년도 9월(나형) 18번]

100. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a의 최댓값은?[100)]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

▷ 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 다음 명제들은 모두 서로 동치이다.

① 일대일 함수이다.
: $f(x)=f(y)$이면 $x=y$이다.
: $f(x)$는 역함수를 가진다.
② 증가함수이다.
: $x<y$이면 $f(x)<f(y)$이다.
③ $f'(x)=0$의 판별식이 0 이하이다.

[2012학년도 9월(나형) 26번]

101. 함수 $f(x)=(x^3+5)(x^2-1)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하여라.[101)]

▷ 오차함수를 내다니.

[2012학년도 6월(나형) 11번]

102. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x^2-1}=3$일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$의 값은?[102)]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

▷ $\lim_{\star\to a}\frac{f(\star)-f(a)}{\star-a}$ 꼴의 해석.

[2012학년도 6월(나형) 15번]

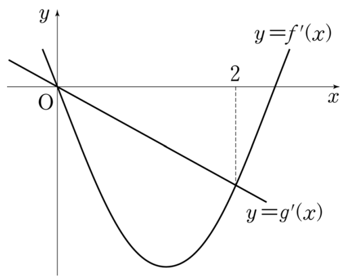
103. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+2ax$가 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M이라 하고, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?[103)]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

▷ 방정식 $f'(x)=0$의 근이 ___________이다.
따라서 판별식이 ______이다. 등호 조심.

[2012학년도 6월(나형) 19번]

104. 삼차함수 $f(x)$의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. $f(0)=g(0)$일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?104)



<보 기>

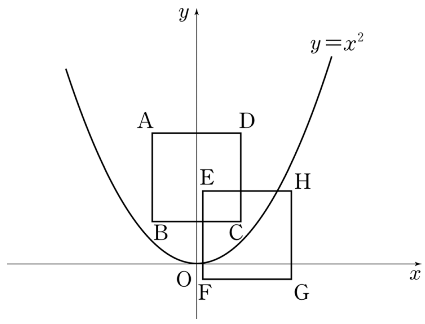
ㄱ. $0<x<2$에서 $h(x)$는 감소한다.
ㄴ. $h(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 차함수의 그래프.
함수 $h(x)$의 도함수는 $f'(x)-g'(x)$이다.

[2012학년도 6월(나형) 21번]

105. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 (0, 1)이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은?105) (단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 평행하다.)



① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$
④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

▷ 좀 귀찮고, 실수하기 좋은 문항.

정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점을 $(a,\ a^2)$라 두고 점 E의 좌표를 나타내보자.

[2014학년도 6월 16번]

106. 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3$ 위의 점 $(t,\ t^3)$과 직선 $y=x+6$ 사이의 거리를 $g(t)$라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?[106)]

<보 기>

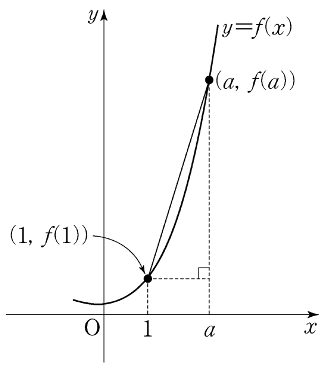
ㄱ. 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $g(t)$는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $g(t)$는 $t=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 함수 $g(t)$를 구해도 좋고,
문제 상황에서 적당히 추적해도 좋다.

[2013학년도 6월 16번]

107. 양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a에 대하여 점 $(1,\ f(1))$과 점 $(a,\ f(a))$ 사이의 거리가 a^2-1일 때, $f'(1)$의 값은?[107)]



① 1 ② $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

▷ 조건에서 [a에 대한 항등식]을 뽑을 수 있다.
미분해도 좋고, 미분계수식에 맞춰 변형해도 좋다.

[2012학년도 수능 19번]

108. 실수 m에 대하여 점 $(0,\ 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라 하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은?[108)]

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

▷ 대충 풀고 마는 학생들이 있던데,
변곡접선 그어놓고 꼼꼼하게 따져보자.

[2012학년도 9월 21번]

109. 삼차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$이 서로 다른 세 실근 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$를 갖는다.
(나) $x=3$일 때 극값 7을 갖는다.
(다) $f(f(3))=5$

$f(f(x))$를 $f(x)-x$로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[109)]

<보 기>

ㄱ. $\alpha,\ \beta,\ \gamma$는 방정식 $f(f(x))-x=0$의 근이다.
ㄴ. $h(x)=x$
ㄷ. $g'(3)=1$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 나눗셈의 검산식을 쓸 수 있어야 한다.

니은에서 수준 높은 해석이 필요하다.
그래프가 세 점 _____, _____, _____을
지나는 [이차이하 다항식]을 찾아야 한다.

[2011학년도 수능 18번]

110. 함수 $f(x)=(x-1)^2(x-4)+a$의 극솟값이 10일 때, 상수 a의 값을 구하여라.[110)]

▷ $2:1$ 정도는 쓰시죠?

[2011학년도 9월 21번]

111. 함수 $f(x)=x^3-(a+2)x^2+ax$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 열린 구간 $(0,\ 5)$에서 증가할 때, a의 최솟값을 구하여라.[111)]

▷ 쉽네.

[2011학년도 수능 24번]

112. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를

$$S=\{a \mid \text{함수 } |f(x)-t| \text{가 } x=a\text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하여라.[112)]

▷ 당시에 매우 어려웠겠지? 여기저기서 비슷한 표현을 봐서 난이도를 온전하게 느끼기 어렵다.

사차함수 가능한 개형을 몇 개 그려놓고, 접어 올렸을 때 미분불가능한 점의 개수가 어떻게 변하는 지를 따져봐야 한다.

[2011학년도 9월 16번]

113. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2\,(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x\le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값은?113)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ $f(x)$의 가능한 개형 두 세가지 그려놓고
그 위에 $g(t)$를 덧그려 보세요.

[2011학년도 6월 12번]

114. 서로 다른 두 실수 α, β가 사차방정식 $f(x)=0$의 근일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?114)

<보 기>

ㄱ. $f'(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 $(x-\alpha)^2$으로 나누어 떨어진다.
ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 허근을 갖지 않는다.
ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 엄밀하게 풀 필요 없다. 사차함수의 개형으로
가능한 것들을 조사해서 판단하면 충분.

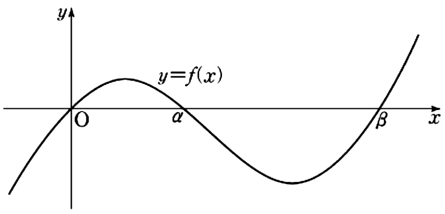
디귿을 엄밀하게 풀면 멋있긴 하다.
$f(x)=(x-\alpha)(x-\beta)P(x)$에서..?

[2011학년도 6월 15번]

115. 삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ $(0<\alpha<\beta)$와 두 실수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$$

라고 하자. $a<0$, $\alpha<b<\beta$일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?115)



<보 기>

ㄱ. x에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$는 실근을 갖는다.
ㄴ. $g(b)>f(a)$
ㄷ. $g(a)>f(b)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 니은은 $f(a)+(b-a)f'(b)>f(a)$,
디귿은 $f(a)+(b-a)f'(a)>f(b)$이다.
여기서 기울기 모양을 잡아봐.

[접선의 함숫값]으로 푸는 것도 가능한데,
나는 더 헷갈리더라구.

[2011학년도 6월 16번]

116. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x\geq 0) \\ g(x) & (x<0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?116)

<보 기>

ㄱ. $f(0)=g(0)$
ㄴ. $f'(0)=g'(0)$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 기역, 니은 꼼꼼하게 살피고..
디귿은 그래프에서 나타나는 의미로 접근.

[2011학년도 6월 18번]

117. 함수 $f(x)=2x^4-3x+1$에 대하여 $\lim_{n\to\infty} n\left\{f\left(1+\frac{3}{n}\right)-f\left(1-\frac{2}{n}\right)\right\}$의 값을 구하여라.117)

▷ $\frac{3}{n}$을 h로 치환하자.
n과 h는 서로 비슷하게 생겼으니 조심.

[2011학년도 6월 23번]

118. 최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값을 구하여라.118)

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{\{f(x)\}^2 - f(x^2)}{x^3 f(x)} = 4$
(나) $\lim_{x \to 0} \frac{f'(x)}{x} = 4$

▷ **[다항식은 차수가 중요]를 강조할 때 꺼내는 문항. $f(x) = ax^n + \cdots$라 두고 시작해봐.**

[2010학년도 수능 17번]

119. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \le x < 1$일 때, $g(x) = f(x)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2) = g(x)$이다.

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?119)

<보 기>

ㄱ. $f(-1) = f(1)$이고 $f'(-1) = f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$이다.
ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$이면, 구간 $(-\infty, -1)$에 $f'(c) = 0$인 c가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ **개형에서 대충 판단하는 것으로 충분.**

[2010학년도 9월 24번]

120. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하여라.[120)]

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2,\ f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

▷ $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$라 두고 삽질.

미정계수 하나 남거등?
$f(x)=a(\cdots)+(\cdots)$로 정리해 봐.

[2010학년도 6월 6번]

121. 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이고, $f'(2)=-3$, $f'(4)=6$일 때, $\lim_{x\to-2}\frac{f(x^2)-f(4)}{f(x)-f(-2)}$의 값은?[121)]

① -8 ② -4 ③ 4
④ 8 ⑤ 12

▷ 쉬워용.

[2010학년도 6월 14번]

122. $x=0$에서 극댓값을 갖는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[122)]

<보 기>

ㄱ. 함수 $|f(x)|$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(|x|)$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $f(x)-x^2|x|$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

▷ $|f(x)|$나 $f(|x|)$는 그릴 수 있지?
디귿은 $f(x)$와 $-x^2|x|$의 합으로 보면..

[2010학년도 6월 20번]

123. 좌표평면 위에 점 A$(0,\ 2)$가 있다. $0<t<2$일 때, 원점 O와 직선 $y=2$ 위의 점 P$(t,\ 2)$를 잇는 선분 OP의 수직이등분선과 y축의 교점을 B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $f(t)$의 최댓값은 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하여라.123) (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

▷ 대충.

[2010학년도 6월 24번]

124. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하여라.124)

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a(a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

▷ 처음 나왔을 때는 진짜 어려웠을 것 같아. 그지?

(나)에서 $f'(1)=0$을 보는 것이 풀이의 실마리.
다음은 사차함수 개형별로 따져봐야지.

[2009학년도 수능 11번]

125. 다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$$
$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^n}=b,\quad \lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$$

를 모두 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?125) (단, a, b는 실수이다.)

<보 기>

ㄱ. $m \ge n$
ㄴ. $ab \ge 9$
ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ $x\to0$일 때는 [최저차항]에 대한 정보를 준다.
모르고 들어가면 헷갈릴껄.

[2009학년도 6월 4번]

126. 다항함수 $g(x)$에 대하여 극한값 $\lim_{x\to1}\frac{g(x)-2x}{x-1}$가 존재한다. 다항함수 $f(x)$가 $f(x)+x-1=(x-1)g(x)$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)g(x)}{x^2-1}$의 값은?126)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ [4번]치고 개어렵네.

[2009학년도 6월 7번]

127. 삼차함수 $f(x)=x(x-1)(ax+1)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 0)$을 접점으로 하는 접선을 l이라 하자. 직선 l에 수직이고 점 P를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a의 값의 범위는?127)

① $-1<a<-\frac{1}{3}$ 또는 $0<a<1$

② $-\frac{1}{3}<a<0$ 또는 $0<a<1$

③ $-1<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{3}$

④ $-1<a<0$ 또는 $\frac{1}{3}<a<1$

⑤ $-2<a<-\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3}<a<2$

▷ 그래프에서 다루려면 어렵다. 수식으로 풀자.
$f(x)=m(x)$에서 인수 뜯어내고 판별식으로.

[2009학년도 6월 23번]

128. 모든 계수가 정수인 삼차함수 $y=f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) $f(1)=5$
(다) $1<f'(1)<7$

함수 $y=f(x)$의 극댓값은 m이다. m^2의 값을 구하여라.128)

▷ [정수조건]은 한 번씩 보인다. 자주는 아니지만.

1) ④
2) 7
3) 13
4) 58
5) ③
6) ⑤
7) 6
8) ⑤
9) 11
10) 9
11) 21
12) 108
13) ③
14) 61
15) ①
16) 39
17) ②
18) 7
19) ②
20) 14
21) ②
22) 105
23) ①
24) ③
25) 10
26) 3
27) 38
28) ①
29) 27
30) ②
31) 51
32) ②
33) 21
34) 8
35) 42
36) ⑤
37) 3
38) 19
39) ⑤
40) 22
41) 5
42) ①
43) ②
44) 12
45) ①
46) 40
47) ①
48) ③
49) 65
50) ③
51) ②
52) 32
53) ③
54) 10
55) ⑤
56) ④
57) ③
58) 243
59) 65
60) ⑤
61) ②
62) 2
63) 12
64) ⑤
65) 186
66) ⑤
67) 97
68) ⑤
69) ④
70) ⑤
71) ①
72) ⑤
73) ③
74) 3
75) ①
76) ⑤
77) 16
78) ①
79) ①
80) 5
81) ②
82) ④
83) ③
84) 21
85) ③
86) ②
87) ⑤

88) 28
89) ①
90) ③
91) 12
92) ②
93) ④
94) ①
95) ④
96) ④
97) 14
98) ④
99) ②
100) ①
101) 12
102) ①
103) ④
104) ③
105) ①
106) ③
107) ⑤
108) ④
109) ③
110) 14
111) 13
112) 147
113) ①
114) ⑤
115) ④
116) ⑤
117) 25
118) 19
119) ③
120) 13
121) ①
122) ⑤
123) 11
124) 12
125) ⑤
126) ①
127) ③
128) 32