기출문제 다잡기

평가원의 수준

[수열]

5A ACADEMY
SOOHAN

[2023학년도 수능 7번]

1. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k}+\sqrt{a_{k+1}}}=2$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은?1)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ 첫째항과 공차가 같은 등차수열 : $a_n=$______
유리화를 이용한 망원화.

[2023학년도 수능 18번]

2. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(3a_k+5)=55, \quad \sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)=32$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5} b_k$의 값을 구하여라.2)

▷ 시그마 문제 귀엽다.

[2023학년도 수능 15번]

3. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?3)

(가) $a_7=40$ (나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\text{이 } 3\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 } 3\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$ 이다.

① 216 ② 218 ③ 220
④ 222 ⑤ 224

▷ 어디서부터 건드려야할지 고민되는 문항.
3으로 나눈 나머지에 따른 분류로 가는 것이 보통일 듯.

[2023학년도 9월 7번]

4. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$일 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(S_k - a_k)$의 값은?[4)]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{3}{5}$ ③ $\dfrac{7}{10}$
④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ $\dfrac{9}{10}$

▷ [망원화]와 [S_n의 의미]?
[합과 일반항]으로 a_n을 구할 수 있는데 쓸데가 없네.

[2023학년도 9월 15번]

5. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k} = r^k$이다.
> (단, r는 $0 < |r| < 1$인 상수이다.)
> (나) $a_1 < 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\dfrac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$
> 이다.

$|a_m| \geq 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p + a_1$의 값은?[5)]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

▷ 점화식이 괴롭게 생긴 것에 비해서는 풀만하다.
$-1 < r^k < 1$이라 어느 점화식 쓸지가 딱딱 나와서.
제4항 이후로는 다 결정되고 앞쪽에는 역추론.

[2023학년도 6월 12번]

6. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은?6)

(가) $a_5 \times a_7 < 0$

(나) $\sum_{k=1}^{6} |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^{6} |a_{2k}|$

① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$

④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

▷ 등차수열의 구조 : a_6 외의 a_n은 부호를 알 수 있다.
(나)에서 절댓값이 포함된 방정식 풀면 된다.

[2023학년도 6월 15번]

7. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$a_1 = 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \dfrac{1}{k+1} & (a_n \le 0) \\ a_n - \dfrac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은?7)

① 12 ② 14 ③ 16

④ 18 ⑤ 20

▷ 선택형이 아닌 15번급 점화식 문항.
나열하면서 규칙을 찾아볼 수 밖에.

[2022학년도 수능 18번]

8. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{7} \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^{8} a_k = 100$$

일 때, a_8의 값을 구하여라.8)

▷ 이것도 문제 예쁘네.

[2022학년도 수능 21번]

9. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1| = 2$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $|a_{n+1}| = 2|a_n|$이다.
(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$의 값을 구하여라.9)

▷ 뭔가 카테고리에 넣기가 힘드네. IQ 테스트 같아.

[2022학년도 9월 18번]

10. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(b_k - \frac{1}{2}\right)$의 값을 구하여라.10)

▷ 귀여운 시그마.

[2022학년도 9월 7번]

11. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = -4$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13}의 값은?11)

① -9 ② -7 ③ -5
④ -3 ⑤ -1

▷ 망원화. 보이지?

[2022학년도 9월 13번]

12. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은?12)

(가) $\lvert a_m \rvert = \lvert a_{m+3} \rvert$인 자연수 m이 존재한다. (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44　② 48　③ 52　④ 56　⑤ 60

▷ 등차수열에 절댓값 씌운 상황 해석.
등차수열의 합의 최대/최소. 정수조건 귀찮아.

[2022학년도 9월 15번]

13. 수열 $\{a_n\}$은 $\lvert a_1 \rvert \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \le a_n \le \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?13)

① $\frac{9}{2}$　② 5　③ $\frac{11}{2}$　④ 6　⑤ $\frac{13}{2}$

▷ 문제 좋긴 한데 난이도가 좀 있다.

처음에 $a_5 = 0$, $a_6 = 0$을 잡아내는 부분이 좀 어렵고, $a_{n+1} = f(a_n)$을 모르면 거꾸로 가는 것이 좀 괴롭다.

이항점화식 그래프 그려서 읽는 것도 연습하자.

[2022학년도 6월 9번]

14. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{1}{a_n} & (n\text{이 홀수인 경우})\\ 8a_n & (n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

이고, $a_{12}=\dfrac{1}{2}$일 때, a_1+a_4의 값은?14)

① $\dfrac{3}{4}$ ② $\dfrac{9}{4}$ ③ $\dfrac{5}{2}$
④ $\dfrac{17}{4}$ ⑤ $\dfrac{9}{2}$

▷ 언뜻 보고 점화식 선택형인줄 알았네. 점화식은 어렵게 출제 될 수 있다.

[2022학년도 6월 13번]

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 구간 $(0, 1]$에서

$$f(x)=\begin{cases}3 & (0<x<1)\\ 1 & (x=1)\end{cases}$$

이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=f(x)$를 만족시킨다. $\displaystyle\sum_{k=1}^{20}\frac{k\times f(\sqrt{k})}{3}$의 값은?15)

① 150 ② 160 ③ 170
④ 180 ⑤ 190

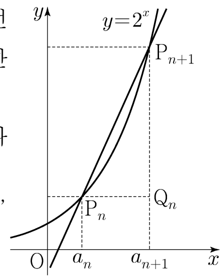
▷ 이거 수열 문항 맞나?

[2021학년도 수능 16번]

16. 상수 $k(k>1)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

모든 자연수 n에 대하여 $a_n<a_{n+1}$이고 곡선 $y=2^x$ 위의 두 점 $\mathrm{P}_n(a_n,\ 2^{a_n})$, $\mathrm{P}_{n+1}(a_{n+1},\ 2^{a_{n+1}})$을 지나는 직선의 기울기는 $k\times 2^{a_n}$이다.

점 P_n을 지나고, x축에 평행한 직선과 점 P_{n+1}을 지나고 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 Q_n이라 하고 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 넓이를 A_n이라 하자. 다음은 $a_1=1$, $\dfrac{A_3}{A_1}=16$일 때, A_n을 구하는 과정이다.



두 점 P_n, P_{n+1}을 지나는 직선의 기울기가 $k\times 2^{a_n}$이므로

$2^{a_{n+1}-a_n}=k(a_{n+1}-a_n)+1$

이다. 즉, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n$은 방정식 $2^x=kx+1$의 해이다.

$k>1$이므로 방정식 $2^x=kx+1$은 오직 하나의 양의 실근 d를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}-a_n=d$이고, 수열 $\{a_n\}$은 공차가 d인 등차수열이다.

점 Q_n의 좌표가 $(a_{n+1},\ 2^{a_n})$이므로

$A_n=\dfrac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)(2^{a_{n+1}}-2^{a_n})$

이다. $\dfrac{A_3}{A_1}=16$이므로 d의 값은 $\boxed{(\text{가})}$이고, 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n=\boxed{(\text{나})}$

이다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $A_n=\boxed{(\text{다})}$이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $p+\dfrac{g(4)}{f(2)}$의 값은?16)

① 118 ② 121 ③ 124
④ 127 ⑤ 130

▷ 특이한 수열 빈 칸. d를 [얼마]라고 쓸 수 없어서 어렵다.

[2021학년도 수능 21번]

17. 수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$ (나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_8-a_{15}=63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은?17)

① 91 ② 92 ③ 93
④ 94 ⑤ 95

▷ 오답률은 높을 텐데, 설명할 것은 딱히 없다.
각자 알아서 삽질하는 문항.
$a_1=a$, $a_2=b$라 놓으라는 것?

[2021학년도 수능 25번]

18. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5}a_k=55$일 때, $\sum_{k=1}^{5}k(a_k-3)$의 값을 구하여라.18)

▷ 쉽군.

[2021학년도 수능 나형 12번]

19. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})=-n^2+n$$

을 만족시킨다. a_{11}의 값은?19)

① 88 ② 91 ③ 94
④ 97 ⑤ 100

▷ 귀엽군.

[수능 예시문항 13번]

20. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}=\frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}$을 구하는 과정이다.

> $n=1$일 때, $a_1=S_1=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1}=2$이다.
>
> $n=2$일 때, $a_2=S_2-S_1=-\frac{7}{6}$이므로
>
> $\sum_{k=1}^{2}\frac{1}{a_k}=\frac{8}{7}$이다.
>
> $n\geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\frac{S_n}{n!}=\sum_{k=1}^{n}\frac{S_k}{k!}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{S_k}{k!}=-\frac{\boxed{(가)}}{(n+1)!}$$
>
> 즉, $S_n=-\frac{\boxed{(가)}}{n+1}$이므로
>
> $$a_n=S_n-S_{n-1}=-(\boxed{(나)})$$
>
> 이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n}k(k+1)=-8+\sum_{k=1}^{n}k(k+1)$이므로
>
> $$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}=\frac{8}{7}-\sum_{k=3}^{n}k(k+1)$$
>
> $$=\frac{64}{7}-\frac{n(n+1)}{2}-\sum_{k=1}^{n}\boxed{(다)}$$
>
> $$=-\frac{1}{3}n^3-n^2-\frac{2}{3}n+\frac{64}{7}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5)\times g(3)\times h(6)$의 값은?[20)]

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

▷ 일반항 구하는 느낌이네.
$S_n-S_{n-1}=a_n\,(n\geq 2)$
는 항상 중요하다.

[수능 예시문항 15번]

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100}a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은?[21)]

> (가) $a_5=5$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-6 & (a_n\geq 0)\\ -2a_n+3 & (a_n<0)\end{cases}$$
>
> 이다.

① 64 ② 68 ③ 72
④ 76 ⑤ 80

▷ 다음 항은 하나로 결정되지만
이전 항으로 갈 때는 선택형이다.

[수능 예시문항 20번]

22. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3+a_5=0, \quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$$

일 때, a_9의 값을 구하여라.22)

▷ $a_3+a_5=0 \Rightarrow a_4=$___

$a_1=-3d$하면 되겠지?

[2021학년도 9월 10번]

23. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=(-1)^{n+1}\times n$$

을 만족시킨다. $a_k>a_1$인 자연수 k의 최솟값은?23)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

▷ $a_{n+2}+a_{n+1}=(-1)^n\times(n+1)$이다.

$a_{n+2}-a_n=$________

홀짝 나눠서 일반항도 써봐.

[2021학년도 9월 27번]

24. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하여라.24)

▷ 등비수열이고 뭐고,

$S_{n+3}-S_n=$________

등비수열의 일반항은 대충 $a\times b^n$면 깔끔.

[2021학년도 9월 나형 11번]

25. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식
$(n^2+6n+5)x^2-(n+5)x-1=0$의 두 근의 합을
a_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_k}$의 값은?25)

① 65 ② 70 ③ 75
④ 80 ⑤ 85

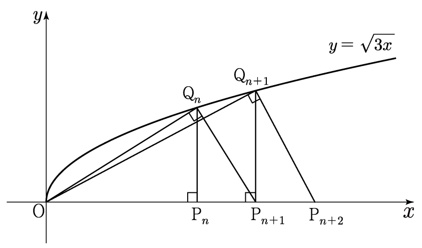
▷ 부분분수 찢는가 했더니 뒤집어놨네.

[2021학년도 9월 16번]

26. 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

- 선분 OP_n과 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n과 선분 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n,\ 0)$이라 하자.

$\overline{\mathrm{OP}_{n+1}}=\overline{\mathrm{OP}_n}+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이다. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$과 삼각형 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{\mathrm{OP}_n}:\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}=\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}:\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $\left(a_n,\ \sqrt{3a_n}\right)$이므로

$$\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\boxed{(가)}$$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times\boxed{(나)}\times\sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은?[26)]

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

▷ 특이한 수열 빈칸2.
뭔가 했는데, 신기하게 ________이 나오네.

[2021학년도 9월 나형 21번]

27. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases}2a_n+a_{n+1} & (a_n\le a_{n+1})\\ a_n+a_{n+1} & (a_n>a_{n+1})\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2,\ a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?[27)]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

▷ 점화식 선택형. 사고를 유형화 시키기 어렵다.
계산해보고 버려야 되는 경우가 나와서 귀찮.

[2021학년도 6월 15번]

28. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 (*)이 성립한다.
(ⅱ) $n=m$일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m} \\ &\quad +(2^{2m+2}-1)\times\boxed{\text{(가)}}+m\times 2^{-m-1} \\ &=\boxed{\text{(가)}}\times\boxed{\text{(나)}}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m} \\ &=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 (*)이 성립한다.
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(7)}{f(3)}$의 값은?28)

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

▷ 이때만 해도 다시 향후 빈칸은
다시 귀납법 나오나보다 했지.

[2021학년도 6월 21번]

29. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=\log_2\sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은?29)

① 150 ② 154 ③ 158
④ 162 ⑤ 166

▷ 쓰레기. 당시 21번이니 킬러 자리였는데..
수열 문제 아니고 지수로그 문제인가.

[2021학년도 6월 24번]

30. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=9$, $a_2=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$을 만족시킨다. $|a_k|=3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하여라.30)

▷ 점화식은 뭐다? 열심히 몇 개 넣어본다.

[2021학년도 6월 나형 28번]

31. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-3}{a_k}=2n^2+7n$$

을 만족시킨다. $a_5\times a_7\times a_9=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하여라.31) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ $\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-3}{a_k}$가 보이는데 어떻게 할까요?

[2021학년도 6월 26번]

32. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하여라.32)

▷ 말리기 좋은 문항.

$S_{k+2}-S_k=a_{k+2}+a_{k+1}$

은 기본이고. 이후에 숫자를 잘 [찍으면] 좋다.

식으로 풀려면 약간 고생. 그래도 해보자.

[2021학년도 6월 나형 14번]

33. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은?33)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ a_{11}, a_{12}, a_{13}이 어디서부터 나오는지.

[2020학년도 수능 나형 15번]

34. 첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은?34)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

▷ 등차수열의 합은 상수항이 없는 이차식.

[2020학년도 수능 나형 21번]

35. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$
(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은?35)

① 704 ② 712 ③ 720
④ 728 ⑤ 736

▷ 시그마 계산의 발상이 쉽지 않다.
a_n이 만들어지는 방법을 추적해보자.

a_1은 a_2와 a_3를 만들고,
a_2와 a_3는 a_4, a_5, a_6, a_7을 만든다.

군수열 문항으로 출제범위 위반인 것 같은뎅.

[2020학년도 수능 나형 23번]

36. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\frac{a_3}{a_1}+\frac{a_6}{a_3}$의 값을 구하여라.36)

▷ 공비만을 구할 수 있다.
등비수열의 항들의 비는 공비로 나타난다.

[2020학년도 수능 나형 25번]

37. 자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하여라.37)

▷ 고1수학도 대충은 봐야 한다는 예시.

[2020학년도 9월 나형 7번]

38. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=a_3+8, \quad 2a_4-3a_6=3$$

일 때, $a_k<0$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값은?38)

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

▷ 표준문항. 등차수열과 두 개의 식.

[2020학년도 9월 나형 12번]

39. $\sum_{k=1}^{9}(k+1)^2-\sum_{k=1}^{10}(k-1)^2$의 값은?39)

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

▷ 다 풀어서 써놓고 째려봐도 좋고,

$$\sum_{k=1}^{9}(k+1)^2=\sum_{k=2}^{10}k^2$$

과 같이 인덱스 옮기는 작업도 해봐.

[2020학년도 9월 나형 24번]

40. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=3n-1$$

을 만족시킨다. $a_3=4$일 때, a_1+a_5의 값을 구하여라.40)

▷ 나열이 기본.

[2020학년도 9월 나형 26번]

41. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하여라.41)

▷ 인수분해 됩니다.

[2020학년도 6월 나형 9번]

42. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+(-1)^n\times a_n=2^n$$

을 만족시킨다. a_5의 값은?42)

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

▷ 나열이죠 뭐.

[2020학년도 6월 나형 13번]

43. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$를 갖고,
세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,
n의 값은?43)

① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

▷ 자연수.

[2020학년도 6월 나형 24번]

44. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2, \quad \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k$의 값을 구하여라.44)

▷ 등비수열은 저런 식을 자주 줘.
공비 알려주려고.

[2019학년도 수능 나형 5번]

45. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{10} - a_7 = 6$$

일 때, a_4의 값은?45)

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

▷ 혹시 $(a_1 + 9d) - (a_1 + 6d)$로 풀었니..?
항 사이를 세 번 뛴 것이 6이므로 공차는 2다.
이런 식의 간격 개념은 익혀 둬.

[2020학년도 6월 나형 28번]

46. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하여라.46)

(가) $4 < a_2 + a_3 \le 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$

▷ 아무래도 $r = 2$가 눈에 들어오는 것이 함정.
$244 = 243 + 1$이 빡 보이는 것이 재미요소.

유치한 문항.

[2019학년도 수능 나형 13번]

47. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우})\\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{40} a_n$의 값은?47)

① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

▷ 몇 개 구해보면 돌겠지 뭐.

[2019학년도 수능 나형 24번]

48. 첫째항이 7인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9-S_5}{S_6-S_2}=3$$

일 때, a_7의 값을 구하여라.48)

▷ 합 공식을 써도 풀리겠지만,
저 식이 그냥 공비 준 식이야.

[2019학년도 수능 나형 29번]

49. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하여라.49)

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

▷ 보자마자 귀찮다는 생각에 사로잡히는 문항.
(나)에서 (가)를 빼고, 정수조건 째려보자.

[2019학년도 9월 나형 11번]

50. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n a_{n+1} = 2n$$

이고 $a_3 = 1$일 때, $a_2 + a_5$의 값은?50)

① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{19}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{25}{3}$

▷ 나열.

[2019학년도 9월 나형 13번]

51. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = -15, \quad |a_3| - a_4 = 0$$

일 때, a_7의 값은?51)

① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

▷ 등차수열에서 $a_3 = a_4$일 수 있나?

[2019학년도 9월 나형 26번]

52. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_4 - S_3 = 2, \quad S_6 - S_5 = 50$$

일 때, a_5의 값을 구하여라.52)

▷ 정말 참신한 표현이군!

[2019학년도 6월 나형 7번]

53. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 7$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}\left(2a_k^2 - a_k\right)$의 값은?53)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

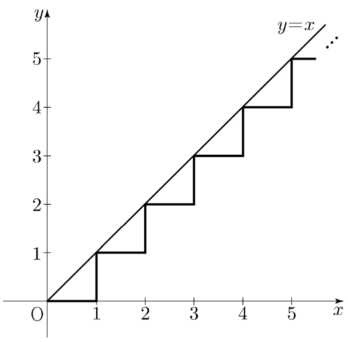
▷ 아주 쉽군요.

[2019학년도 9월 나형 29번]

54. 좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

> (ⅰ) A_0은 원점이다.
> (ⅱ) n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\frac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들어, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\frac{4}{25},\ 0\right)$, $\left(1,\ \frac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 A_n 중 직선 $y=x$ 위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하여라.54)



▷ 최근 수열 문항 중에서는 비교적 어렵나?
$\frac{2n-1}{25}$ 들을 더한 것이 ____가 되어야 한다.
계차수열로 분류해야 하는 것 같은데..
이 경우는 평가원이 아니라 교과 내용
잘라낸 애들을 욕하는 것이 맞는 듯.

[2019학년도 6월 나형 15번]

55. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3=4(a_2-a_1),\quad \sum_{k=1}^{6}a_k=15$$

일 때, $a_1+a_3+a_5$의 값은?55)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

▷ 혹시 이런거 보여?
$(a_1+a_3+a_5)\times r=a_2+a_4+a_5$
안 보이면 말고.

[2019학년도 6월 나형 24번]

56. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_5=5,\quad a_{15}=25$$

일 때, a_{20}의 값을 구하여라.56)

▷ 간격 개념으로 다루기 좋게 내주지?

[2018학년도 수능 나형 13번]

57. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-1 & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_7의 값은?57)

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

▷ 틀리면 킬러문항.

[2018학년도 수능 나형 14번]

58. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_5+a_{13}=3a_9,\qquad \sum_{k=1}^{18}a_k=\frac{9}{2}$$

를 만족시킬 때, a_{13}의 값은?58)

① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -2

▷ 간격, 그리고 중항개념도 잡아두면 좋다.

$a_5+a_{13}=$___이므로 $a_9=0$

$\sum_{k=1}^{18}a_k=18\times a_{9.5}$이므로 공차는 ___

$a_{13}=a_9+4d$이므로.

[2018학년도 수능 나형 27번]

59. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28,\qquad \sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$의 값을 구하여라.59)

▷ 27번..? 정말 나형은..

[2018학년도 9월 나형 11번]

60. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n+b_n=10$을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=160$일 때, $\sum_{k=1}^{10}b_k$의 값은?[60)]

① 60 ② 70 ③ 80
④ 90 ⑤ 100

▷ 귀엽군.

[2018학년도 6월 나형 15번]

61. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 이차방정식 $x^2-14x+24=0$의 두 근이 a_3, a_8이다. $\sum_{k=3}^{8}a_n$의 값은?[61)]

① 40 ② 42 ③ 44
④ 46 ⑤ 48

▷ 평가원 노력했네. 참신하다고 해둘까?

[2018학년도 9월 나형 19번]

62. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1=a_2=1$, $b_1=k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=(a_{n+1})^2-(a_n)^2, \quad b_{n+1}=a_n-b_n+n$$

을 만족시킨다. $b_{20}=14$일 때, k의 값은?[62)]

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

▷ 19개의 등식을 더하고 빼고를 번갈아가면서
연산해주면 되긴 하는데, 실수하기도 좋다.
그냥 b_{20}까지 나열해.

평가원이 뭔 생각을 했을까? 생각을 안 했겠지?

[2018학년도 6월 나형 26번]

63. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2}-\frac{a_6}{a_4}=\frac{1}{4}$$

일 때, $a_5=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.63)
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 이런 문제 내고도 돈 받나?

[2017학년도 수능 나형 5번]

64. 세 수 $\frac{9}{4}$, a, 4가 이순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값은?64)

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

▷ 등비중항yo.

[2018학년도 6월 나형 29번]

65. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은

$$b_1=a_1$$

이고, 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.65) (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ 비교적 까칠한 문항.

조건에서 $a_1+2d=0$을 얻을 수 있다.
이후 b_8, b_{10}이 d의 몇 배인지로 처리.

평가원이나 점화식 뺀 새키,
둘 중 하나 이상을 돌로 치자.

[2017학년도 수능 나형 15번]

66. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은?66)

(가) $a_6+a_8=0$ (나) $\lvert a_6\rvert=\lvert a_7\rvert+3$

① -15 ② -13 ③ -11
④ -9 ⑤ -7

▷ 중항과 간격. 절댓값 모야.

[2017학년도 수능 나형 21번]

67. 좌표평면에서 함수

$$f(x)=\begin{cases}-x+10 & (x<10)\\ (x-10)^2 & (x\geq 10)\end{cases}$$

과 자연수 n에 대하여 점 $(n,\ f(n))$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n이 있다. x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n, 원 O_n의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n이라 하자.

$\displaystyle\sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)$의 값은?67)

① 19 ② 21 ③ 23
④ 25 ⑤ 27

▷ 소위 말하는 격자점 문항이다.
출제될 것 같지는 않지만 하나 풀어보자.
평가원 미친놈들아 소리가 절로 나온다.

사실 이 문항은 막상 셀 것은 별로 없긴 해.
그럼에도 불구하고 풀 때마다 두 번씩은 틀림.

[2017학년도 수능 나형 25번]

68. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x+2$에 대하여 $\sum_{k=1}^{15} f(2k)$의 값을 구하여라.68)

▷ 주관식이니까 많이 틀렸겠지?

[2017학년도 9월 나형 9번]

69. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{7} a_k = \sum_{k=1}^{6} (a_k+1)$$

을 만족시킬 때, a_7의 값은?69)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ 나열해.

[2017학년도 9월 나형 14번]

70. 첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}}+\sqrt{a_k}}$$

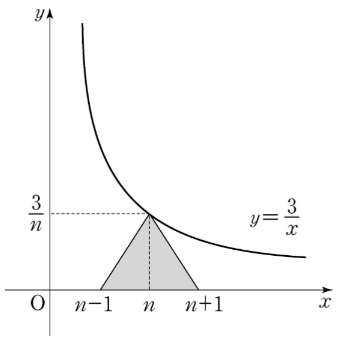
의 값은?70)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 평가원/수능에서 은근히 귀한 망원화 문제.

[2017학년도 9월 나형 17번]

71. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 위의 점 $\left(n,\ \frac{3}{n}\right)$과 두 점 $(n-1,\ 0)$, $(n+1,\ 0)$을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{9}{a_n a_{n+1}}$의 값은?71)



① 410 ② 420 ③ 430
④ 440 ⑤ 450

▷ 귀하다니까 바로 하나 더 나오네.

[2017학년도 6월 나형 20번]

72. 첫째항이 a인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+(-1)^n\times 2 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n+1 & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15}=43$일 때, a의 값은?72)

① 35 ② 36 ③ 37
④ 38 ⑤ 39

▷ 많이 써봐.

[2016학년도 수능 17번]

73. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = a_2 = 1$이고,

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{S_n^{\ 2}}{S_{n-1}} + (2n-1)S_n \ (n \ge 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로 주어진 식으로부터
>
> $S_{n+1} = \frac{S_n^{\ 2}}{S_{n-1}} + 2nS_n \ (n \ge 2)$
>
> 이다. 양변을 S_n으로 나누면
>
> $\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{S_n}{S_{n-1}} + 2n$
>
> 이다. $b_n = \frac{S_{n+1}}{S_n}$이라 하면 $b_1 = 2$이고
>
> $b_n = b_{n-1} + 2n \ (n \ge 2)$
>
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $b_n = \boxed{(가)} \times (n+1) \ (n \ge 1)$
>
> 이므로
>
> $S_n = \boxed{(가)} \times \{(n-1)!\}^2 \ (n \ge 1)$
>
> 이다. 따라서 $a_1 = 1$이고, $n \ge 2$일 때
>
> $a_n = S_n - S_{n-1}$
>
> $= \boxed{(나)} \times \{(n-2)!\}^2$
>
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(10) + g(6)$의 값은?73)

① 110 ② 125 ③ 140
④ 155 ⑤ 170

▷ 앞으로 이런 빈 칸 문항들이 반복해서 나온다.
점화식 풀이가 교육과정이 아니므로 다루지 않아도 된다는 것도 맞는 말. 그런데 그냥 해 둬.

이 문항에는 세 가지 중요한 요소가 있다.
① 치환, ② 계차수열의 점화식, ③ 합의 수열
계차수열의 점화식은 이제 범위가 아니지만.

[2016학년도 9월 16번]

74. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 10$이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n} \ (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> $b_n = (a_n)^n$이라 하면 $b_1 = 10$이고 주어진 식으로부터
>
> $b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \ (n \ge 1)$
>
> 이다. $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$라 하면
>
> $S_{n+1} = \boxed{(가)} \times S_n$
>
> 이다.
>
> $S_1 = 10$,
>
> $S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \ (n \ge 2)$
>
> 를 이용하여 S_n을 구하면
>
> $S_n = \boxed{(나)} \ (n \ge 1)$
>
> 이다.
>
> ⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5) \times g(6)$의 값은?74)

① 72 ② 76 ③ 80
④ 84 ⑤ 88

▷ 계비 수열..?

축차대입법은 익혀두자.
어.. 일단.. 논술에는 나올걸?

[2016학년도 6월 17번]

75. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=(2^n-1)(S_n+1)\ (n\geq 1)\ \cdots\ (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 식 (*)의 양변에 S_n을 더하여 정리하면
> $S_{n+1}+1=2^n(S_n+1)$
> 이다. $b_n=\log_2(S_n+1)$이라 하면 $b_1=1$이고
> $b_{n+1}=\boxed{(가)}+b_n$
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
> $b_n=\dfrac{n^2-n+2}{2}\ (n\geq 1)$
> 이므로
> $S_n=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-1\ (n\geq 1)$
> 이다. 그러므로 $a_1=1$이고, $n\geq 2$일 때
> $a_n=S_n-S_{n-1}$
> $=2^{\frac{n^2-n+2}{2}}-2^{\boxed{(나)}}$
> $=2^{\boxed{(나)}}\times(2^{n-1}-1)$
> 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(12)-g(5)$의 값은?75)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ ① 합의 수열
② 치환
③ 계차수열의 점화식

[2015학년도 수능 17번]

76. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=(n+1)S_n+n!\ (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$이므로
> 주어진 식에 의하여
> $S_{n+1}=(n+2)S_n+n!\ (n\geq 1)$
> 이다. 양변을 $(n+2)!$로 나누면
> $\dfrac{S_{n+1}}{(n+2)!}=\dfrac{S_n}{(n+1)!}+\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}$
> 이다. $b_n=\dfrac{S_n}{(n+1)!}$이라 하면 $b_1=\dfrac{1}{2}$이고
> $b_{n+1}=b_n+\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}$
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
> $b_n=\dfrac{\boxed{(가)}}{n+1}$
> 이므로
> $S_n=\boxed{(가)}\times n!$
> 이다. 그러므로
> $a_n=\boxed{(나)}\times(n-1)!\ (n\geq 1)$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(7)+g(6)$의 값은?76)

① 44 ② 41 ③ 38
④ 35 ⑤ 32

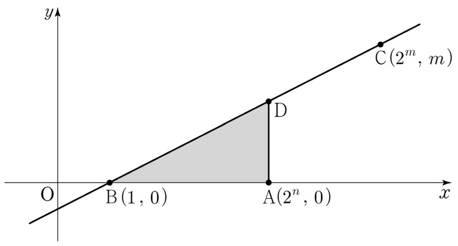
▷ 비슷비슷하지?

[2015학년도 수능 21번]

77. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은?[77)]

(가) 점 A의 좌표는 $(2^n,\ 0)$이다.
(나) 두 점 $\mathrm{B}(1,\ 0)$과 $\mathrm{C}(2^m,\ m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113
④ 115 ⑤ 117



▷ 조건을 식으로 쓰면 $(2^n-1)^2 \le 2^m-1$이다.
여기서.. 몇 개 직접 구하다 보면 대충..?
제대로 풀이 써보려니까 쉽지 않네.

[2015학년도 9월 12번]

78. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^{n} S_k \quad (n \ge 1) \ \cdots \ (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \ge 2) \ \cdots \ ㉠$$

이다. (*)에서 ㉠을 빼서 정리하면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n} \quad (n \ge 2)$$

이다. ㉠으로부터 $S_2 = 2$이고,

$$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \cdots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \ge 3)$$

이므로

$$S_n = n! \times \boxed{\text{(나)}} \quad (n \ge 3)$$

이다. 그러므로 a_n은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1,\ 2) \\ \dfrac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \ge 3) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4) \times g(20)$의 값은?[78)]

① 225 ② 250 ③ 275
④ 300 ⑤ 325

▷ ① 합의 수열
② 계비수열의 점화식
③ 다시 합의 수열

[2015학년도 6월 8번]

79. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=15$이고,

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)=2n+1\ \ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. a_{10}의 값은?79)

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

▷ **창조성 20.**

[2015학년도 6월 13번]

80. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=n^2-n\ \ (n\ge 1)$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}ka_{4k+1}$의 값은?80)

① 2960 ② 3000 ③ 3040
④ 3080 ⑤ 3120

▷ S_n-S_{n-1} **해도 좋지만,**
상수항이 없는 이차식은 따로 기억.

[2014학년도 수능 11번]

81. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=10$이고

$$(a_{n+1})^n=10(a_n)^{n+1}\ \ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면
> $n\log a_{n+1}=(n+1)\log a_n+1$
> 이다. 양변을 $n(n+1)$로 나누면
> $\dfrac{\log a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{\log a_n}{n}+\boxed{(가)}$
> 이다. $b_n=\dfrac{\log a_n}{n}$이라 하면 $b_1=1$이고
> $b_{n+1}=b_n+\boxed{(가)}$
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
> $b_n=\boxed{(나)}$
> 이므로
> $\log a_n=n\times\boxed{(나)}$
> 이다. 그러므로 $a_n=10^{n\times\boxed{(나)}}$이다.

위의 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $\dfrac{g(10)}{f(4)}$의 값은?81)

① 38 ② 40 ③ 42
④ 44 ⑤ 46

▷ **로그 / 꼴 맞춰서 치환**

[2014학년도 9월 24번]

82. 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_2=-2$, $a_5=7$일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$의 값을 구하여라.82)

▷ 시그마 a_{2k}라서 넣어 봤다.

[2014학년도 6월 4번]

83. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_2=12, \quad \frac{a_3+a_7}{a_1+a_5}=4$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은?83)

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

▷ 나눠 주죠?

[2014학년도 6월 13번]

84. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$n^2 a_{n+1}=(n^2-1)a_n+n(n+1)2^n \ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+1}=\frac{(n+1)(n-1)}{n^2}a_n+\frac{n+1}{n}2^n$$

이다. $b_n=\frac{n-1}{n}a_n$이라 하면

$$b_{n+1}=b_n+\boxed{(가)} \ (n\ge 1)$$

이고, $b_1=0$이므로

$$b_n=\boxed{(나)} \ (n\ge 1)$$

이다. 그러므로

$$a_n=\begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1}\times\left(\boxed{(나)}\right) & (n\ge 2)\end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5)+g(10)$의 값은?84)

① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

▷ 꼴 맞춰서 치환인데,
풀이 첫 줄을 이상하게 줬네.

[2013학년도 수능 17번]

85. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=4$이고,

$$a_{n+1}=n\cdot 2^n+\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_n=(n-1)\cdot 2^{n-1}+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}\ (n\ge 2)$$
>
> 이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}-a_n=\boxed{(가)}+\frac{a_n}{n}$$
>
> 이므로
>
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+\boxed{(가)}$$
>
> 이다. $b_n=\dfrac{a_n}{n}$이라 하면
>
> $$b_{n+1}=b_n+\frac{\boxed{(가)}}{n+1}\ (n\ge 2)$$
>
> 이고 $b_2=3$이므로 $b_n=\boxed{(나)}\ (n\ge 2)$이다.
>
> 그러므로 $a_n=\begin{cases}4 & (n=1)\\ n\times\{\boxed{(나)}\} & (n\ge 2)\end{cases}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4)+g(7)$의 값은?85)

① 90 ② 95 ③ 100
④ 105 ⑤ 110

▷ ① 합의 수열
② 꼴 맞춰서 치환
③ 계차수열의 점화식

[2013학년도 수능 27번]

86. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 세 점 P_1, P_2, P_3의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.
>
> (나) 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 중점과 선분 $\mathrm{P}_{n+2}\mathrm{P}_{n+3}$의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 P_{25}의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.86)

▷ 나열하면서 규칙을 찾아보자.
x좌표는 x좌표대로, y좌표는 y좌표대로.

[2013학년도 9월 17번]

87. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = -\frac{4}{9}$이고,

$$2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n \ (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식 $2^n a_{n+1} - 2^{n+1} a_n = n$의 양변을
> 2^{2n+1}으로 나누면
> $$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2^{2n+1}} \ (n \ge 1)$$
> 이므로 $n \ge 2$인 자연수 n에 대하여
> $$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} \ \cdots \ (*)$$
> 이다. 한편
> $$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k+1}} = \frac{2}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}} - \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{2^{2k}}\right)$$
> $$= \frac{2}{3}\left\{\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \cdots + \frac{n-1}{4^{n-1}}\right) - \left(\frac{1}{4^2} + \frac{2}{4^3} + \cdots + \frac{n-1}{4^n}\right)\right\}$$
> $$= \frac{2}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n}\right)$$
> 이므로 $(*)$에 의하여
> $$a_n = \boxed{(나)} + \frac{2^{n+1}}{3}\left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4^k} - \frac{\boxed{(가)}}{4^n}\right)$$
> $$= -\frac{3n+1}{9 \cdot 2^{n-1}} \ (n \ge 2)$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(10) \times g(5)$의 값은?[87)]

① -64　② -56　③ -48
④ -40　⑤ -32

▷ 꼴 맞추기와 등호비교..?
멱급수인데, 그냥 시키는 그대로.

[2013학년도 6월 11번]

88. 첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.
$\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$일 때, S_{11}의 값은?[88)]

① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

▷ 부분분수 분리. 귀여운 망원화.

[2013학년도 6월 15번]

89. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=\frac{S_n}{a_n}\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 S_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=\dfrac{S_1}{a_1}=1$이다.
> $n\ge 3$일 때,
> $$a_n=\frac{S_{n-1}}{a_{n-1}}=\frac{S_{n-2}+a_{n-1}}{a_{n-1}}=\frac{a_{n-2}a_{n-1}+a_{n-1}}{a_{n-1}}$$
> 이므로 $a_n=a_{n-2}+1$이다.
> 따라서 일반항 a_n을 구하면, 자연수 k에 대하여
> $n=2k-1$일 때, $a_{2k-1}=k+1$
> $n=2k$일 때, $a_{2k}=\boxed{(가)}$
> 이다. 한편, $S_n=a_na_{n+1}$이므로
> $$S_n=\begin{cases}(k+1)\times\boxed{(가)} & (n=2k-1)\\ \boxed{(나)} & (n=2k)\end{cases}$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $f(6)+g(7)$의 값은?89)

① 65 ② 67 ③ 69
④ 71 ⑤ 73

▷ **대충 나열해서 찾음 될 듯?**

[2013학년도 6월 28번]

90. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=2$이고, $n\ge 1$일 때, a_{n+1}은

$$\frac{1}{n+2}<\frac{a_n}{k}<\frac{1}{n}$$

을 만족시키는 자연수 k의 개수이다. a_{10}의 값을 구하여라.90)

▷ **k의 개수를 구하고 있다.**
$na_n<k<(n+2)a_n$
에서. 점화식이지만 이 정도는 권장.

[2012학년도 수능 17번]

91. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$nS_{n+1} = (n+2)S_n + (n+1)^3 \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

> 자연수 n에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$이므로
> $na_{n+1} = 2S_n + (n+1)^3 \ \cdots$ ㉠
> 이다. 2 이상의 자연수 n에 대하여
> $(n-1)a_n = 2S_{n-1} + n^3 \ \cdots$ ㉡
> 이고, ㉠에서 ㉡을 뺀 식으로부터
> $na_{n+1} = (n+1)a_n + \boxed{(가)}$
> 를 얻는다. 양변을 $n(n+1)$로 나누면
> $\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n} + \frac{\boxed{(가)}}{n(n+1)}$
> 이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$이라 하면,
> $b_{n+1} = b_n + 3 + \boxed{(나)} \ (n \geq 2)$
> 이므로 $b_n = b_2 + \boxed{(다)} \ (n \geq 3)$이다.
> $\vdots$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $\frac{f(3)}{g(3)h(6)}$의 값은?91)

① 30 ② 36 ③ 42
④ 48 ⑤ 54

▷ ① 합의 수열
② 꼴 맞춰서 치환
③ 계차수열의 점화식

[2012학년도 수능 25번]

92. 세 수 a, $a+b$, $2a-b$는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 1, $a-1$, $3b+1$은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다. a^2+b^2의 값을 구하여라.92)

▷ 등차중항/등비중항이 깔끔하지.

[2012학년도 9월 19번]

93. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고,

$$a_{n+1}=\frac{3a_n-1}{4a_n-1}\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> 모든 자연수 n에 대하여
> $$4a_{n+1}-1=4\times\frac{3a_n-1}{4a_n-1}-1=2-\frac{1}{4a_n-1}$$
> 이다. 수열 $\{b_n\}$을
> $$b_1=1,\ b_{n+1}=(4a_n-1)b_n\ (n\ge 1)\ \cdots\ (*)$$
> 이라 하면,
> $$\vdots$$
> $$b_{n+2}-b_{n+1}=b_{n+1}-b_n \text{이다.}$$
> 즉, $\{b_n\}$은 등차수열이므로 $(*)$에 의하여
> $b_n=\boxed{\text{(가)}}$이고, $a_n=\boxed{\text{(나)}}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(14)\times g(5)$의 값은?93)

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

▷ 어떻게 풀고 있는지 알 필요가 없다.
눈치껏 답만 뽑으면 된다고 생각하자.

드물게 보이는 빈 칸 문항의 특이한 스타일.

[2012학년도 6월 10번]

94. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고

$$a_{n+1}=\sum_{k=1}^{n}2^{n-k}a_k\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=\boxed{\text{(가)}}$이다.
> 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+2}=\sum_{k=1}^{n+1}2^{n+1-k}a_k$$
> $$=\sum_{k=1}^{n}2^{n+1-k}a_k+a_{n+1}$$
> $$=\boxed{\text{(나)}}\sum_{k=1}^{n}2^{n-k}a_k+a_{n+1}$$
> $$=\boxed{\text{(다)}}\,a_{n+1}$$
> 이다.
> 따라서 $a_1=1$이고, $n\ge 2$일 때
> $a_n=\left(\boxed{\text{(다)}}\right)^{n-2}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은?94)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

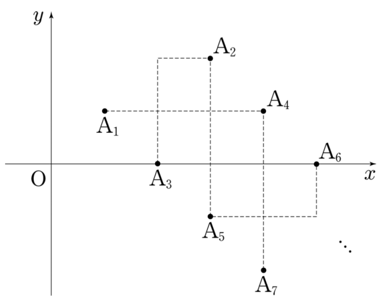
▷ ① 합의 수열
② 계비수열의 점화식

[2012학년도 6월 17번]

95. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 A_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
> (나) n이 짝수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점이다.
> (다) n이 3 이상의 홀수이면 점 A_n은 점 A_{n-1}을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점이다.

위의 규칙에 따라 정해진 점 A_k의 좌표가 $(7,\ -2)$이고 점 A_l의 좌표가 $(9,\ -7)$일 때, $k+l$의 값은?95)



① 27 ② 29 ③ 31
④ 33 ⑤ 35

▷ 귀찮아.

[2011학년도 수능 15번]

96. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고,

$$a_{n+1}=n+1+\frac{(n-1)!}{a_1a_2\cdots a_n}\ (n\ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> 모든 자연수 n에 대하여
> $a_1a_2\cdots a_na_{n+1}=a_1a_2\cdots a_n\times(n+1)+(n-1)!$
> 이다. $b_n=\dfrac{a_1a_2\cdots a_n}{n!}$이라 하면, $b_1=1$이고
> $b_{n+1}=b_n+\boxed{(가)}$
> 이다. 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
> $b_n=\boxed{(나)}$이므로 $\dfrac{a_1a_2\cdots a_n}{n!}=\boxed{(나)}$이다.
> ⋮
> 따라서 $a_1=1$이고, $a_n=\dfrac{(n-1)(2n-1)}{2n-3}\ (n\ge 2)$이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 할 때, $f(13)\times g(7)$의 값은?96)

① $\frac{1}{70}$ ② $\frac{1}{77}$ ③ $\frac{1}{84}$
④ $\frac{1}{91}$ ⑤ $\frac{1}{98}$

▷ ① 꼴 맞춰서 치환
② 계차수열의 점화식

[2011학년도 9월 18번]

97. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고,

$$a_n=n^2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k \quad (n\geq 2)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2=7$이다.
> 자연수 $n(n\geq 3)$에 대하여
> $$\begin{aligned} a_n &= n^2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k \\ &= n^2+\sum_{k=1}^{n-2}(2k+1)a_k+(2n-1)a_{n-1} \\ &= n^2+a_{n-1}-\boxed{(가)}+(2n-1)a_{n-1} \end{aligned}$$
> 이므로, $a_n+1=2n(a_{n-1}+1)$이 성립한다. 따라서
> $$\begin{aligned} a_n+1 &= n\times(n-1)\times\cdots\times 3\times\boxed{(나)}\times(a_2+1) \\ &= 4\times n!\times\boxed{(나)} \end{aligned}$$
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 할 때, $f(9)\times g(9)$의 값은?97)

① 2^{13} ② 2^{14} ③ 2^{15}
④ 2^{16} ⑤ 2^{17}

▷ **등호 비교와 계비수열?**

[2011학년도 9월 23번]

98. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$a_{n+1}=a_n+(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_{20}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하여라.98)
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

▷ $(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}$ **더하면 살살 없어진다.**

[2010학년도 9월 14번]

99. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 k에 대하여

$$b_{2k-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{a_1+a_3+\cdots+a_{2k-1}},$$
$$b_{2k}=2^{a_2+a_4+\cdots+a_{2k}}$$

을 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이고,

$$b_1\times b_2\times b_3\times\cdots\times b_{10}=8$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차는?99)

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

▷ 넉넉하게 나열해보자.

[2011학년도 6월 13번]

100. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=\alpha(\alpha\neq 0)$이고, 모든 $n(n\geq 2)$에 대하여

$(n-1)a_n+\sum_{m=1}^{n-1}ma_m=0$을 만족시킨다. 다음은

$$a_n=\frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}\alpha\ (n\geq 1)$$

임을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(1) $n=1$일 때, $a_1=\alpha=\frac{(-1)^{1-1}}{(1-1)!}\alpha$이다.

(2) ⅰ) $n=2$일 때, $a_2+a_1=0$이므로

$a_2=-a_1=\frac{(-1)^{2-1}}{(2-1)!}\alpha$이다.

따라서 주어진 식이 성립한다.

ⅱ) $n=k(k\geq 2)$일 때 성립한다고 가정하고, $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.

$$0=ka_{k+1}+\sum_{m=1}^{k}ma_m$$
$$=ka_{k+1}+\sum_{m=1}^{k-1}ma_m+ka_k$$
$$=ka_{k+1}+(\boxed{\text{(가)}})\times a_k+ka_k\text{이므로}$$
$$a_{k+1}=\boxed{\text{(나)}}\times a_k=\frac{(-1)^k}{k!}\alpha\text{이다.}$$

따라서 모든 자연수 n에 대하여

$a_n=\frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}\alpha$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식의 곱을 $f(k)$라 할 때, $f(10)$의 값은?100)

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

▷ 점화식으로 넘어가기 전의 빈 칸 문항은 귀납법에서 출제되었다. 점화식에 비해 등호 전후를 살피는 것이 주효하다.

[2010학년도 9월 22번]

101. 수열 $\{a_n\}$의 제n항 a_n을 $\frac{n}{3^k}$이 자연수가 되게 하는 음이 아닌 정수 k의 최댓값이라 하자. 예를 들어 $a_1=0$이고 $a_6=1$이다. $a_m=3$일 때, $a_m+a_{2m}+a_{3m}+\cdots+a_{9m}$의 값을 구하여라.101)

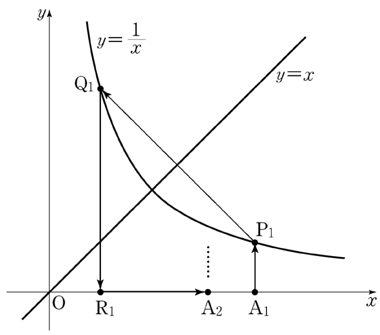
▷ a_n은 자연수 n을 소인수분해했을 때 ___________이다.

[2010학년도 수능 22번]

102. 자연수 n에 대하여 점 A_n이 x축 위의 점일 때, 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.
(나) (1) 점 A_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}(x>0)$과 만나는 점을 P_n이라 한다.
(2) 점 P_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동 한 점을 Q_n이라 한다.
(3) 점 Q_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 R_n이라 한다.
(4) 점 R_n을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하여라.102) (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



▷ x_{n+1}을 x_n에 대한 식으로 나타내 보자.

[2010학년도 6월 8번]

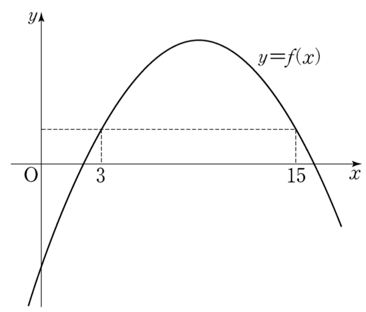
103. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$일 때, $\sum_{n=1}^{2010} na_n$의 값은?103)

① -2011 ② -2010 ③ 0
④ 2010 ⑤ 2011

▷ na_n을 몇 개 나열해서 더해보면 각이 보일 것이다.

[2010학년도 6월 22번]

104. 함수 $y=f(x)$는 $f(3)=f(15)$를 만족하고, 그 그래프는 그림과 같다. 모든 자연수 n에 대하여 $f(n)=\sum_{k=1}^{n} a_k$인 수열 $\{a_n\}$이 있다. m이 15보다 작은 자연수일 때, $a_m+a_{m+1}+\cdots+a_{15}<0$을 만족시키는 m의 최솟값을 구하여라.104)



▷ $a_n=f(n)-f(n-1)$에서 시작해도 좋고 그냥 $a_m+a_{m+1}+\cdots+a_{15}=$________이기도 해.

[2009학년도 수능 23번]

105. 자연수 $n(n \geq 2)$으로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수를 모두 더한 값을 a_n이라 하자.
예를 들어 4로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같아지는 자연수는 5, 10, 15이므로 $a_4 = 5+10+15 = 30$이다.
$a_n > 500$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하여라.[105)]

▷ 몫과 나머지를 q라 하면
$nq+q$
이고 q는 0 이상 n 미만의 정수이다.
그런데 그냥 몇 개 구하다 보면 감 올거야.

[2009학년도 9월 22번]

106. 수열 $\{a_n\}$의 제n항 a_n을 자연수 k의 양의 제곱근 $\sqrt{k}$를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 n이 되는 k의 개수라 하자. $\sum_{i=1}^{10} a_i$의 값을 구하여라.[106)]

▷ 해석이든 발상이든
요즘 문항보다는 확연히 어렵지?

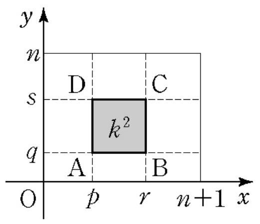
10과 11의 경계선만 조사해도 좋고,
a_n을 직접 구하는 것도 도전해보자.

[2009학년도 6월 12번]

107. 자연수 n과 $0 \le p < r \le n+1$, $0 \le q < s \le n$을 만족시키는 네 정수 p, q, r, s에 대하여 좌표평면에서 네 점 A(p, q), B(r, q), C(r, s), D(p, s)를 꼭짓점으로 하고 넓이가 k^2인 정사각형의 수를 a_k라고 하자.

다음은 $\sum_{k=1}^{n} a_k$의 값을 구하는 과정이다.

(단, k는 n 이하의 자연수이다.)



그림과 같이 넓이가 k^2인 정사각형 ABCD를 만들 때, 두 점 A, B의 y좌표가 주어지면 x좌표의 차가 $r-p=k$인 변 AB를 택하는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$이다. 또 두 점 A, D의 x좌표가 주어지면 y좌표의 차가 $s-q=k$인 변 AD를 택하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$이다. 따라서

$$a_k = (n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2$$

이다. 그러므로

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} \{(n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2\}$$
$$= \boxed{(다)}$$

(가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은?107)

	(가)	(나)	(다)
①	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
②	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$
③	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
④	$n-k+2$	$n-k+1$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
⑤	$n-k+1$	$n-k+2$	$\frac{n(n+1)(n+2)}{2}$

▷ 변수가 많아서 헷갈리네. 차분하게.

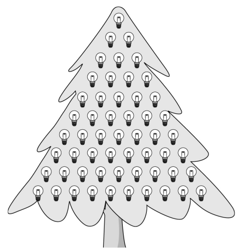
[2009학년도 6월 15번]

108. 그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세 번째 줄에는 3개, …, 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.

(가) n이 10 이하의 자연수일 때, n번째 줄에 있는 전구는 n초가 되는 순간 처음 켜진다.
(나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복한다.

전원을 넣고 n초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n이라고 하자. 예를 들어 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_4 = 6$, $a_{11} = 25$이다. $\sum_{n=1}^{14} a_n$의 값은?108)

① 215 ② 220 ③ 225
④ 230 ⑤ 235



▷ 아주 귀찮다.

[2009학년도 6월 16번]

109. 공차가 d_1, d_2인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2-1)$$

일 때, 보기에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?109)

<보 기>

ㄱ. $a_n = n$이면 $b_n = 4n-4$이다.
ㄴ. $d_1 d_2 = 4$
ㄷ. $a_1 \neq 0$이면 $a_n = n$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ [등차수열의 합은 이차식이다.]를 강조할 때 쓰는 필수 문항. 꼼꼼하게 공부하자.

[2008학년도 수능 11번]

110. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$(1^2+1)\cdot 1!+(2^2+1)\cdot 2!+\cdots+(n^2+1)\cdot n! = n\cdot(n+1)!$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

(1) $n=1$일 때,(좌변)$=2$, (우변)$=2$이므로
주어진 등식은 성립한다.
(2) $n=k$일 때 성립한다고 가정하면
$(1^2+1)\cdot 1!+(2^2+1)\cdot 2!+\cdots+(k^2+1)\cdot k!$
$= k\cdot(k+1)!$
이다. $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.
$(1^2+1)\cdot 1!+(2^2+1)\cdot 2!+\cdots$
$+(k^2+1)\cdot k!+\{(k+1)^2+1\}\cdot(k+1)!$
$=\boxed{(가)}+\{(k+1)^2+1\}\cdot(k+1)!$
$=(\boxed{(나)})\cdot(k+1)!=(k+1)\cdot\boxed{(다)}$
그러므로 $n=k+1$일 때도 성립한다.
따라서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

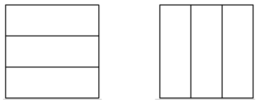
위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은?110)

	(가)	(나)	(다)
①	$k\cdot(k+1)!$	k^2+2k+1	$(k+1)!$
②	$k\cdot(k+1)!$	k^2+3k+2	$(k+2)!$
③	$k\cdot(k+1)!$	k^2+3k+2	$(k+1)!$
④	$(k+1)\cdot(k+1)!$	k^2+3k+2	$(k+2)!$
⑤	$(k+1)\cdot(k+1)!$	k^2+2k+1	$(k+1)!$

▷ 등호 전후 비교.

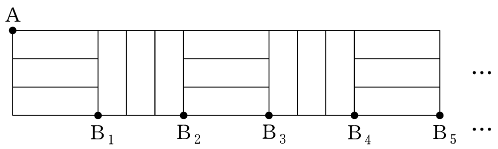
[2008학년도 수능 14번]

111. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형2]를 만든다.



[도형1] [도형2]

[도형1]과 [도형2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형1]의 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A라 하고, [도형1]의 개수와 [도형2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 하자.



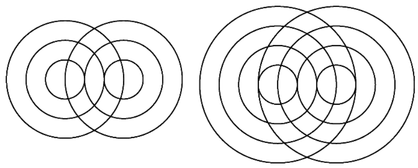
꼭짓점 A에서 꼭짓점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 할 때, a_3+a_7의 값은?111)

① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

▷ a_{n+1}을 a_n을 포함한 식으로 나타내보자.

[2008학년도 9월 16번]

112. 거리가 3인 두 점 O, O′이 있다. 점 O를 중심으로 반지름의 길이가 각각 1, 2, …, n인 n개의 원과 점 O′을 중심으로 반지름의 길이가 각각 1, 2, …, n인 n개의 원이 있다. 이 $2n$개 원의 모든 교점의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어, 그림에서와 같이 $a_3=14$, $a_4=26$이다. a_{20}의 값은?112)

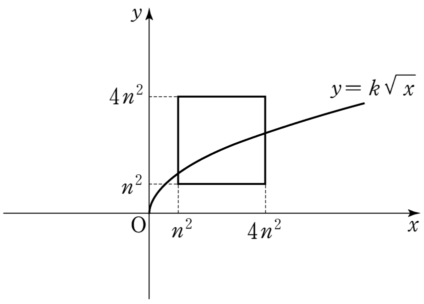


① 214 ② 218 ③ 222
④ 226 ⑤ 230

▷ 세다가 틀리기 딱 좋다.

[2007학년도 수능 16번]

113. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 A_n을 4개의 점 $(n^2,\ n^2)$, $(4n^2,\ n^2)$, $(4n^2,\ 4n^2)$, $(n^2,\ 4n^2)$을 꼭짓점으로 하는 정사각형이라 하자.



정사각형 A_n과 함수 $y=k\sqrt{x}$의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?113)

<보 기>

ㄱ. $a_5=15$

ㄴ. $a_{n+2}-a_n=7$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} a_k=200$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ k가 가장 작을 때는 점 ______을 지날 때이고
k가 가장 클 때는 점 ______을 지날 때이다.

[2007학년도 수능 22번]

114. 첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 $a_{n+1}b_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$를 만족시킬 때, b_{27}의 값을 구하여라.114)

▷ $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면 $a_n=$______이고.
b_n은 딱 나온다.

[2007학년도 9월 11번]

115. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=0$, $a_n+a_{n+1}=n$을 만족시킨다. 다음은
두 자연수 m, n에 대하여 $\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$의 값을 구하는 과정이다. (단, $m<n$이다.)

$$\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$$
$$=a_{n-m+1}+a_{n-m+2}+\cdots+a_{n+m-1}+a_{n+m}$$
$$=(n-m+1)+(n-m+3)+\cdots+(n+m-3)+(\boxed{\text{(가)}})$$
$$=\frac{(\boxed{\text{(나)}})\{(n-m+1)+(\boxed{\text{(가)}})\}}{2}$$
$$=\boxed{\text{(다)}}$$

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?115)

	(가)	(나)	(다)
①	$n+m-1$	m	mn
②	$n+m-1$	m	n^2
③	$n+m-1$	n	n^2
④	$n+m$	$m-1$	mn
⑤	$n+m$	$n-1$	n^2

▷ 변수 두 개가 설치니까 헷갈리죠?

[2007학년도 9월 16번]

116. 자연수 n에 대하여 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $(1, 1)$이다.
(나) 점 P_n의 좌표가 (a, b)일 때,
$b<2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a, b+1)$이고
$b=2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a+1, 1)$이다.

점 P_n의 좌표가 $(10, 2^{10})$일 때, n의 값은?116)

① $2^{10}-2$ ② $2^{10}+2$ ③ $2^{11}-2$
④ 2^{11} ⑤ $2^{11}+2$

▷ 어렵지는 않지만, 실수 나오기 좋아 보임.

[2007학년도 6월 14번]

117. 다음은 어느 회사의 연봉에 관한 규정이다.

(가) 입사 첫째 해 연봉은 a원이고,
입사 19년째 해까지의 연봉은 해마다
직전 연봉에서 8%씩 인상된다.
(나) 입사 20년째 해부터의 연봉은
입사 19년째 해 연봉의 $\frac{2}{3}$로 한다.

이 회사에 입사한 사람이 28년 동안 근무하여 받는 연봉의 총합은?117) (단, $1.08^{18}=4$로 계산한다.)

① $\frac{101}{2}a$ ② $\frac{111}{2}a$ ③ $\frac{121}{2}a$
④ $\frac{131}{2}a$ ⑤ $\frac{141}{2}a$

▷ 뭔 회사 연봉규정이..
19년만 다니고 싶게 만드네.

문제는.. 답 내기가 매우 귀찮다.

[2006학년도 9월 6번]

118. 등차수열 $\{x_n\}$과 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?118)

<보 기>

ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$은 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1})-f(x_n)\}$은 등차수열이다.
ㄷ. $f(0)=3,\ f(2)=5,\ f(4)=9$이면 $f(6)=15$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

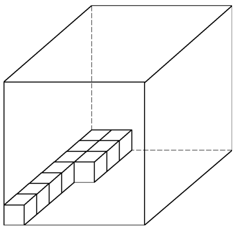
▷ 그렇네요.

[2006학년도 9월 24번]

119. 한 변의 길이가 70㎝인 정육면체 모양의 상자에 한 변의 길이가 10㎝인 정육면체 모양의 나무 블록을 다음 규칙에 따라 빈틈없이 가득 채우려고 한다.

> n번째에 넣는 나무 블록의 개수를 a_n이라 할 때,
> (가) $a_1 = 10$
> (나) $a_{n+1} = \left[\dfrac{a_n}{2}\right] + 3, \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$
> (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)
> (다) 상자를 가득 채우면 나무 블록 넣기를 멈춘다.

k번째에 상자를 가득 채웠다고 할 때, k의 값을 구하여라.119) (단, 상자의 두께는 무시한다.)



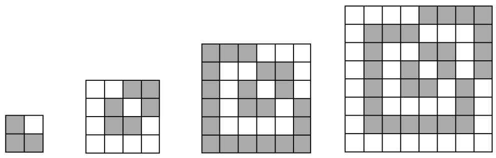
▷ a_n은 몇 개 쓰다보면 각이 잡힌다.
실수하기 좋은 듯.

[2006학년도 6월 14번]

120. 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 검은 타일과 흰 타일이 있다.

> (가) [그림1]과 같이 검은 타일 3개와 흰 타일 1개를 붙여 한 변의 길이가 2인 정사각형이 되도록 한다.
> (나) [그림2]와 같이 [그림1]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 4인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림1]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.
> (다) [그림3]과 같이 [그림2]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 6인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림2]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

이와 같은 과정을 계속하여 전체 타일의 개수가 400개가 되었을 때, 검은 타일의 개수와 흰 타일의 개수 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은?120)



[그림1] [그림2] [그림3] [그림4]

① 검은 타일과 흰 타일의 개수가 같다.
② 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 18개 많다.
③ 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 20개 많다.
④ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 18개 많다.
⑤ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 20개 많다.

▷ 흰 타일, 검은 타일 각각을 조사하는 것보다 타일 수의 차이를 조사하는 것이 좋다.
홀짝도 들어와서 또 귀찮군. 차분하게 풀어봐.

[2005학년도 9월 14번]

121. 일반항이 $a_n = 2^{1-n}$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?[121)]

<보 기>

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$은 등비수열이다.

ㄷ. $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} + 2$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 일반항을 n에 대하여 정리했을 때, $an+b$이면 등차수열, ab^n이면 등비수열이다.

[2005학년도 6월 7번]

122. 등차수열 a_n에서 $a_1 = 6$, $a_{10} = -12$일 때, $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|$의 값은?[122)]

① 280 ② 284 ③ 288
④ 292 ⑤ 296

▷ 부호 바뀔 때를 찢어줘야겠지?

[2005학년도 6월 20번]

123. 수열 a_n에서 $a_{2n-1} = 2^n$이고 $a_{2n} = 5^n$일 때, $\sum_{n=1}^{10} \log a_n$의 값을 구하여라.[123)]

▷ $a_n = \begin{cases} \cdots & (n\text{이 홀수}) \\ \cdots & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$과 $\begin{cases} a_{2n-1} = \cdots \\ a_{2n} = \cdots \end{cases}$이 같이 뜨면 헷갈리기 좋다. 나만 그런건 아니겠지?

그냥 넉넉하게 나열해서 해결.

[2005학년도 6월 23번]

124. x축 위의 점 A$(2,\ 0)$을 지나고 x축에 수직인 직선이 세 함수

$$y=8^x,\quad y=a^x,\quad y=\log_2 x$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. $\overline{\mathrm{AP}}$, $\overline{\mathrm{AQ}}$, $\overline{\mathrm{AR}}$가 차례로 등비수열을 이룰 때, a^4의 값을 구하여라.[124] (단, $2<a<8$)

▷ 쉽다.

1) ④
2) 22
3) ⑤
4) ⑤
5) ③
6) ③
7) ②
8) 12
9) 678
10) 9
11) ④
12) ②
13) ①
14) ⑤
15) ⑤
16) ⑤
17) ②
18) 160
19) ②
20) ⑤
21) ③
22) 25
23) ④
24) 9
25) ①
26) ⑤
27) ②
28) ④
29) ④
30) 33
31) 58
32) 7
33) ③
34) ④
35) ④
36) 36
37) 91
38) ②
39) ⑤
40) 8
41) 9
42) ④
43) ③
44) 80
45) ①
46) 162
47) ①
48) 63
49) 117
50) ②
51) ①
52) 10
53) ④
54) 8
55) ③
56) 35
57) ②
58) ①
59) 14
60) ①
61) ②
62) ①
63) 19
64) ②
65) 13
66) ①
67) ④
68) 150
69) ①
70) ②
71) ④
72) ⑤
73) ④
74) ①
75) ⑤
76) ③
77) ①
78) ②
79) ④
80) ④
81) ①
82) 250
83) ③
84) ⑤
85) ④
86) 23
87) ①

88) ①
89) ③
90) 513
91) ②
92) 10
93) ①
94) ④
95) ①
96) ⑤
97) ①
98) 39
99) ③
100) ⑤
101) 31
102) 21
103) ①
104) 5
105) 11
106) 110
107) ④
108) ⑤
109) ③
110) ②
111) ④
112) ②
113) ④
114) 13
115) ①
116) ③
117) ④
118) ⑤
119) 56
120) ⑤
121) ③
122) ②
123) 15
124) 64