
기출문제 다잡기

평가원의 수준

[지수함수와 로그함수]

5A ACADEMY
SOOHAN

[2023학년도 수능 1번]

1. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은?1)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

▷ 최근 1번이 급격하게 어려워지는 경향이 있다.

[2023학년도 수능 13번]

2. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를

$f(m)$ 이라 할 때, $\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은?2)

- ① 37 ② 42 ③ 47
 ④ 52 ⑤ 57

▷ 사실 평가원은 이 단원의 자연수, 정수 조건을 꽤 좋아한다.

[2023학년도 수능 21번]

3. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하여라.3)

▷ [21번]으로서는 좀 실망스러웠지.
 아무 것도 없는 문항.

[2023학년도 9월 11번]

4. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은?⁴⁾

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

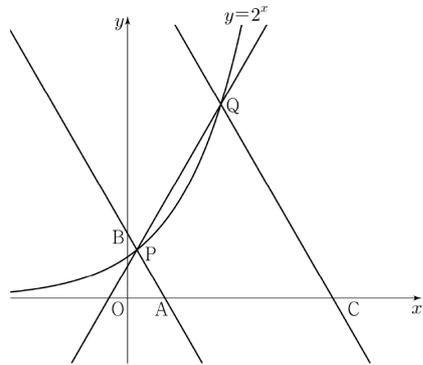
▷ 묘하게 읽기 어려웠던 문항.
어디서부터 시작할지가 고민되는?

[2023학년도 9월 21번]

5. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 가 있다. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AB}$$

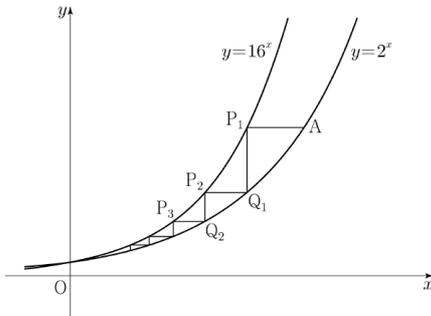
일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하여라.⁵⁾ (단, $0 < a < b$)



▷ 깔끔하게 잘 만든 [21번].

[2023학년도 6월 13번]

6. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.
 점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과
 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한
 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.
 점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 $y=16^x$ 과 만나는
 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이
 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각
 P_n , Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,
 $x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는
 자연수 k 의 개수는? ⁶⁾



- ① 48 ② 51 ③ 54
 ④ 57 ⑤ 60

▷ 평가원 역사상 최초의 비율이 맞지 않는 그림이다.

딱히 어려울 것은 없지만

자연수 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k 의 개수
 부분이 좀 헛갈릴 수 있을 듯.

[2023학년도 6월 21번]

7. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가
 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하여라. ⁷⁾

▷ 여기 그래프 자린데, 왜 갑자기 이런 문제를?

[2022학년도 수능 1번]

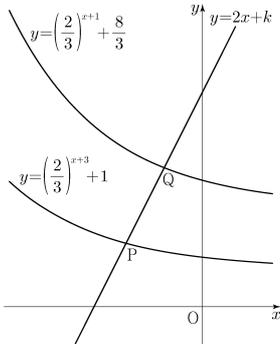
8. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은?8)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

▷ 고난도 1번

[2022학년도 수능 9번]

9. 직선 $y=2x+k$ 가 두 함수 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1$,
 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각
 P, Q라 하자. $\overline{PQ}=\sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?9)



- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
- ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

▷ 직선 타고 평행이동.

[2022학년도 9월 21번]에서 봤지.
 예고하고 쉽게 내기.

[2022학년도 수능 13번]

10. 두 상수 $a, b(1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점
 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과 두 점
 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다. 함수
 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?10)

- ① 760 ② 800 ③ 840
- ④ 880 ⑤ 920

▷ 말리기 좋은 문제.

조건을 그대로 식으로 나타내면 좀 괴로워진다.
 그렇지만 그냥 밀어붙여 봐.

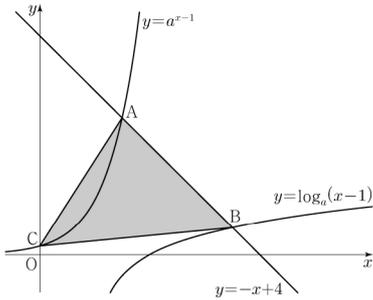
$a^b = b^a$ 를 얻을 수 있다.
 뒤쪽 발문이 좀 촌스럽긴 하네.

[2022학년도 9월 21번]

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하여라.¹¹⁾



▷ 함수/역함수의 그래프와 기울기 -1 인 직선 어찌고 하고, $2\sqrt{2}$ 에서 $(2, -2)$ 평행이동 읽어내기 배운 적 있겠지?

[2022학년도 6월 10번]

12. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3) + 1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은?¹²⁾

- ① 30 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

▷ $1 < \frac{-3 + \sqrt{9+4n}}{2} < 2$ 도 가능하긴 한데,

$\log_n 1 < -\log_n 4 + 1, \log_n 2 > -\log_n 5 + 1$ 가 훌륭해 보인다.

[2022학년도 6월 21번]

13. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하여라.¹³⁾

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

▷ 낯선 상황의 좋은 문제. 처음에 수학2 문항처럼 보였다. 수학1 문항의 표현이 복잡해지는 느낌이 있다.

[2021학년도 수능 13번]

14. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?¹⁴⁾

—<보 기>—

- ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 (0, 1)이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 한 문자에 대한 식으로 나타내기.

[2021학년도 수능 27번]

15. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.¹⁵⁾

▷ 정수조건 좋아해.

[2021학년도 9월 11번]

16. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

$$\log_x b = \frac{\log_y c}{2} = \frac{\log_z a}{4}$$

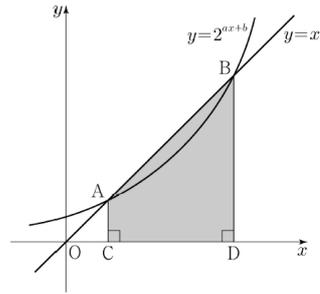
를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은?¹⁶⁾

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

▷ =k 놓고, 셋 다 곱해보고 싶다.

[2021학년도 9월 13번]

17. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은?¹⁷⁾ (단, a, b 는 상수이다.)



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

▷ 두 점 A, B의 좌표가 지수함수와 상관 없이 얻어진다. 유치해 보이는 문항.

[2021학년도 9월 24번]

18. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4 (2x - 3)$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 구하여라.¹⁸⁾

▷ 진수 조건 조심.

[2021학년도 9월 나형 17번]

19. $\angle A = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 2\log_2 x$, $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$ 인

삼각형 ABC의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. $S(x)$ 가 $x = a$ 에서 최댓값 M 을 가질 때, $a + M$ 의 값은?¹⁹⁾ (단, $1 < x < 16$)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

▷ 삼각함수 문젠가?

[2021학년도 6월 6번]

20. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a)$, $(3, \log_2 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$ 의 값은?²⁰⁾ (단, $a \neq 1$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

▷ 6번 어렵네.

[2021학년도 6월 9번]

21. 함수

$$f(x) = 2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 최댓값 -4 , 최솟값 m 을 갖는다. $k+m$ 의 값은?²¹⁾ (단, k 는 상수이다.)

- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

▷ 양 끝에서.

[2021학년도 6월 12번]

22. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?22)

- ① 31 ② 33 ③ 35
 ④ 37 ⑤ 39

▷ 쉬운 문제여야 하는데, 많이 틀리더라구.

[2021학년도 6월 18번]

23. 두 곡선 $y = 2^x$ 과 $y = -2x^2 + 2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, 보기에서 옳은 것만은 있는 대로 고른 것은?23)

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ ㄴ은 기울기로, ㄱ이 쓰인다.
 ㄷ은 ㄱ, ㄴ을 활용하여.

[2021학년도 6월 21번]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는

모든 자연수 m 의 값의 합은?24)

- ① 150 ② 154 ③ 158
 ④ 162 ⑤ 166

▷ 옛날 킬러 21번 자린데,
재미없고 귀찮은 문제. 실수하기 좋긴 하네.

[2021학년도 6월 나형 9번]

25. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2^{|x|}$ 의
최댓값과 최솟값의 합은?25)

- ① 5 ② 7 ③ 9
 ④ 11 ⑤ 13

▷ 절댓값 그래프 확인.

[2021학년도 수능 15번]

26. 지수함수 $y = a^x (a > 1)$ 의 그래프와 직선 $y = \sqrt{3}$ 이
만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선
OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든
 a 의 값의 곱은?26) (단, 0는 원점이다.)

- ① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3
 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

▷ 대충 푼다.

[2021학년도 수능 나형 17번]

27. 자연수 n 의 양의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 하자.

$$\sum_{k=1}^9 \{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\} \text{의 값은?}^{27)}$$

- ① $\log 2 + \log 3$ ② $2\log 2 + \log 3$ ③ $\log 2 + 2\log 3$
 ④ $2\log 2 + 2\log 3$ ⑤ $3\log 2 + 2\log 3$

▷ 약수 다 나열해보는 것이 안전.

[2021학년도 9월 나형 28번]

28. 네 양수 a, b, c, k 가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2 의 값을 구하여라.²⁸⁾

(가) $3^a = 5^b = k^c$
 (나) $\log c = \log(2ab) - \log(2a+b)$

▷ 멍청하면 말릴 수도 있을 듯.

[수능 예시문항 10번]

29. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a 에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은?²⁹⁾

- ① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12}
 ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

▷ $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 가 가질 수 있는 값의 범위 조사.

[수능 예시문항 18번]

30. 두 양수 x, y 가

$$\log_2(x+2y) = 3, \quad \log_2 x + \log_2 y = 1$$

을 만족시킬 때, $x^2 + 4y^2$ 의 값을 구하여라.³⁰⁾

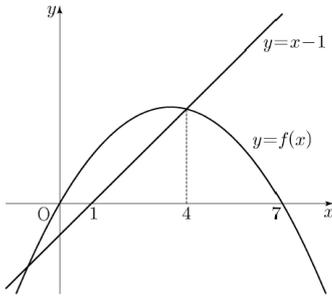
▷ ?

[2020학년도 6월 24번]

31. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x-1$ 이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x) + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하여라.³¹⁾
(단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$)



▷ 항상 진수 조건 조심.

[2020학년도 6월 나형 8번]

32. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_5 12$ 를 a, b 로 옳게 나타낸 것은?³²⁾

- ① $\frac{1}{a} + b$ ② $\frac{2}{a} + b$ ③ $\frac{1}{a} + 2b$
④ $a + \frac{1}{b}$ ⑤ $2a + \frac{1}{b}$

▷ 밑변환 공식.

[2019학년도 6월 7번]

33. 부등식 $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수는?³³⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

▷ 밑 통일.

[2019학년도 6월 14번]

34. 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=-\log_2(8-x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=2$ 가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은?34) (단, $0 < k < 8$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

▷ 착각하고 말릴 수 있는 문제. 길이는 절대값.

[2019학년도 수능 5번]

35. 함수 $y=2^x+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 m 의 값은?35)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

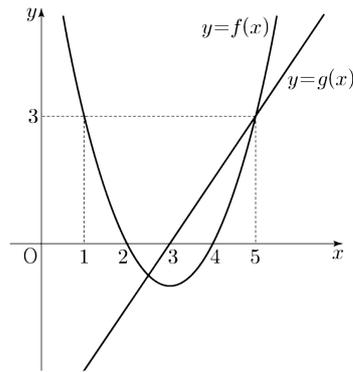
▷ 역함수.

[2019학년도 수능 14번]

36. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은?36)



- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

▷ 잘.

[2019학년도 9월 7번]

37. 함수 $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k 의 최댓값은?³⁷⁾

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

▷ [제2사분면을 지나지 않도록]을 식으로 쓰면?

[2019학년도 9월 23번]

38. 방정식

$$2\log_4(5x+1) = 1$$

의 실근을 α 라 할 때, $\log_5 \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.³⁸⁾

▷ 일차식이네.

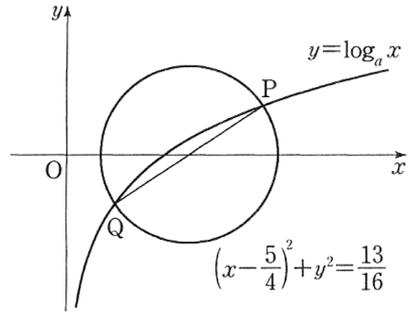
[2018학년도 9월 16번]

39. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 원

$$C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$$

의 두 교점을 P, Q라 하자.

선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a 의 값은?³⁹⁾



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

▷ 애들 많이 말렸던 문항.

어떤 조건을 썼고 어떤 조건이 남았는지 좀 헷갈리는 모양.

[2018학년도 9월 7번]

40. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = a^x$ 은
 닫힌 구간 $[-2, 1]$ 에서 최솟값 $\frac{5}{6}$, 최댓값 M 을 갖는다.

$a \times M$ 의 값은?⁴⁰⁾

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

▷ 양 끝 값.

[2018학년도 6월 8번]

41. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는?⁴¹⁾

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

▷ 로그 기본연산.

[2017학년도 9월 23번]

42. 곡선 $y = \log_2(x+5)$ 의 점근선이 직선 $x = k$ 이다.
 k^2 의 값을 구하여라.⁴²⁾ (단, k 는 상수이다.)

▷ 진수가 0이 될 때.

[2016학년도 수능 20번]

43. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 정수부분을 $f(x)$ 라 하자.

$$f(n+10) = f(n) + 1$$

을 만족시키는 100 이하의 자연수 n 의 개수는?⁴³⁾

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19

▷ 상용로그를 해야 되는지 좀 애매하긴 한데,
 기본적인 것들은 해두자. 할 것도 없는데.

상용로그의 정수부분의 의미 정도.

[2016학년도 6월 20번]

46. 양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 소수부분을 $f(t)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 t 의 개수를 a_n 이라 할 때, $a_4 + a_5$ 의 값은?⁴⁶⁾

(가) $1 \leq t < 100$
 (나) $f(t^n) + 2f(t) = 1$

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

▷ 이정도면 이젠 풀 필요 없는 것 같기도.

[2015학년도 수능 25번]

47. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를 P , 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를 E 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 225 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를 각각 P_A, P_B 라 하고, 평균제곱오차를 각각 $E_A (E_A > 0), E_B (E_B > 0)$ 이라 하자. $E_B = 100E_A$ 일 때, $P_A - P_B$ 의 값을 구하여라.⁴⁷⁾

▷ 또 풀어봐.

[2015학년도 9월 21번]

48. 양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$$f(t) = 9n \left\{ g(t) - \frac{1}{3} \right\}^2 - n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 $f(t)$ 의 합을 a_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?48)

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

▷ 이것도 정수부분, 소수부분 썩게 들어와서..

[2015학년도 9월 10번]

49. 도로용량이 C 인 어느 도로구간의 교통량을 V , 통행시간을 t 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log \left(\frac{t}{t_0} - 1 \right) = k + 4 \log \frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단, t_0 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0 의 $\frac{7}{2}$ 배이다. k 의 값은?49)

- ① $-4 \log 2$ ② $1 - 7 \log 2$ ③ $-3 \log 2$
- ④ $1 - 6 \log 2$ ⑤ $1 - 5 \log 2$

▷ 마지막.

[2015학년도 6월 19번]

50. $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축의 교점이 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는 a 와 b 사이의 관계식과 a 의 범위를 옳게 나타낸 것은?⁵⁰⁾

- ① $b = -2a + 2 (0 < a < \frac{1}{2})$
- ② $b = 2a (0 < a < \frac{1}{2})$
- ③ $b = 2a (\frac{1}{2} < a < 1)$
- ④ $b = 2a + 1 (0 < a < \frac{1}{2})$
- ⑤ $b = 2a + 1 (\frac{1}{2} < a < 1)$

▷ 범위 못 찾는 애들이 있던데.

[2014학년도 수능 20번]

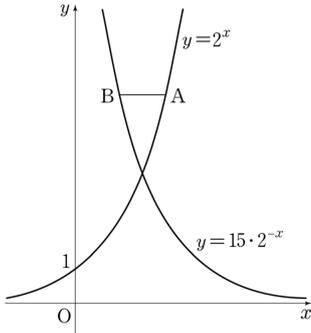
51. 1보다 큰 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 정수부분과 소수부분을 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. $3f(x) + 5g(x)$ 의 값이 10의 배수가 되도록 하는 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를 a , 6번째 수를 b 라 하자. $\log ab$ 의 값은?⁵¹⁾

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

▷ 이정도면 확실히 범위 아닌데, 그냥 놔둬볼게.

[2014학년도 6월 17번]

52. 그림과 같이 함수 $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x 좌표를 a 라 할 때, $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상 자연수 a 의 개수는?⁵²⁾



- ① 40 ② 43 ③ 46
- ④ 49 ⑤ 52

▷ 대칭성. 곡선 $y = 15 \cdot 2^{-x}$ 는 곡선 $y = 2^x$ 를 _____ 한 것이다.

[2014학년도 6월 26번]

53. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log a_n$ 의 소수부분과 $\log a_{n+1}$ 의 소수부분이 서로 같다.
 (나) $1 < \frac{a_n}{a_{n+1}} < 100$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 500$ 일 때, a_1 의 값을 구하여라.⁵³⁾

▷ [소수부분이 서로 같다.]는 [차이가 정수다.]로.

[2013학년도 수능 30번]

54. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) | 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) x 좌표와 y 좌표는 서로 같다.
- (나) x 좌표와 y 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하여라.⁵⁴⁾

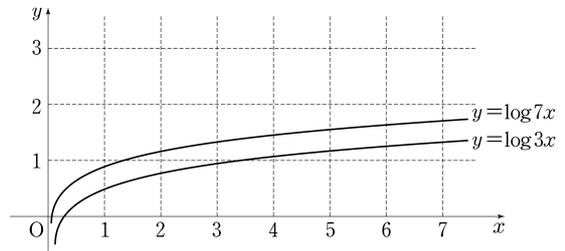
▷ 소위 격자점. 딱 3개만 풀어보자.
애도 이제 출제되지 않는다고 보는게 맞겠지만.

[2013학년도 9월 30번]보다 살짝 어려움.

[2013학년도 9월 30번]

55. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \log_3 x, y = \log_7 x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하여라.⁵⁵⁾

- (가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
- (나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



▷ 비교적 간단한 격자점. 애부터 시작해보자.

[2013학년도 6월 30번]

56. 3보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

(가) $a \geq 3$ (나) 두 점 $(2, 0)$, $(a, \log_n a)$ 를 지나는 직선의기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5) = 4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하여라.⁵⁶⁾

▷ 수준 높은 격자점. 이런 시절도 있었다 정도로.

[2012학년도 수능 30번]

57. 자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a^{x+1}$ 과 곡선 $y = b^x$ 이 직선 $x = t (t \geq 1)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라. 예를 들어, $a=4, b=5$ 는 다음 조건을 만족시킨다.⁵⁷⁾

(가) $2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$ (나) $t \geq 1$ 인 어떤 실수 t 에 대하여 $\overline{PQ} \leq 10$ 이다.

▷ 이래저래 짜증나는 문항.

$a < b$ 일 때, $a = b$ 일 때, $a > b$ 일 때 나눠서.

그래프가 벌어지는지 아닌지 판단도 좀 헛갈림.

[2012학년도 6월 30번]

58. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S 라 할 때,
 $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어,
 $f(10) = 5$ 이고 $f(99) = 1$ 이다. 이때, $f(n) = 1$ 인
 n 의 개수를 구하여라.⁵⁸⁾

▷ 소위 발견적 추론. 문제 멋있으니 다뤄보자.
 이런 유형이 다시 출제되긴 힘들다고 보지만.

-
- 1) ⑤
 - 2) ③
 - 3) 33
 - 4) ②
 - 5) 220
 - 6) ①
 - 7) 426
 - 8) ②
 - 9) ④
 - 10) ②
 - 11) 192
 - 12) ②
 - 13) 24
 - 14) ③
 - 15) 13
 - 16) ①
 - 17) ④
 - 18) 12
 - 19) ①
 - 20) ③
 - 21) ④
 - 22) ①
 - 23) ⑤
 - 24) ④
 - 25) ③
 - 26) ②
 - 27) ①
 - 28) 75
 - 29) ①
 - 30) 56
 - 31) 15
 - 32) ②
 - 33) ④
 - 34) ②
 - 35) ③
 - 36) ④
 - 37) ④
 - 38) 1
 - 39) ③
 - 40) ⑤
 - 41) ②
 - 42) 25
 - 43) ⑤
 - 44) 84
 - 45) ②
 - 46) ③
 - 47) 20
 - 48) ①
 - 49) ④
 - 50) ③
 - 51) ⑤
 - 52) ④
 - 53) 450
 - 54) 573
 - 55) 79
 - 56) 86
 - 57) 39
 - 58) 25