

---

기출문제 다잡기

# 평가원의 수준

---

[지수함수와 로그함수]

5A ACADEMY  
SOOHAN



[2023학년도 수능 1번]

1.  $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은?1)

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                              ⑤ 4

▷ 최근 1번이 급격하게 어려워지는 경향이 있다.

[2023학년도 수능 13번]

2. 자연수  $m(m \geq 2)$ 에 대하여  $m^{12}$ 의  $n$ 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수  $n$ 의 개수를

$f(m)$ 이라 할 때,  $\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은?2)

- ① 37                      ② 42                      ③ 47  
 ④ 52                      ⑤ 57

▷ 사실 평가원은 이 단원의 자연수, 정수 조건을 꽤 좋아한다.

[2023학년도 수능 21번]

3. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하여라.3)

▷ [21번]으로서는 좀 실망스러웠지.  
 아무 것도 없는 문항.

[2023학년도 9월 11번]

4. 함수  $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수가 2일 때, 상수  $k$ 의 값은?<sup>4)</sup>

$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이  $-9$ 이다.

- ① 8                      ② 9                      ③ 10
- ④ 11                     ⑤ 12

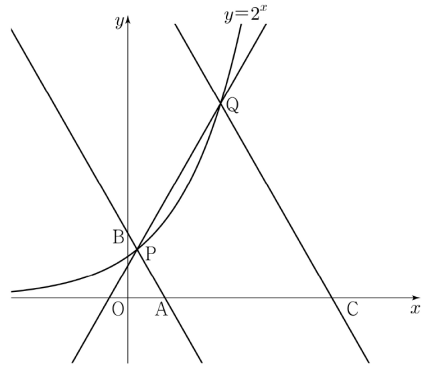
▷ 묘하게 읽기 어려웠던 문항.  
어디서부터 시작할지가 고민되는?

[2023학년도 9월 21번]

5. 그림과 같이 곡선  $y=2^x$  위에 두 점  $P(a, 2^a)$ ,  $Q(b, 2^b)$ 가 있다. 직선 PQ의 기울기를  $m$ 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가  $-m$ 인 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가  $-m$ 인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AB}$$

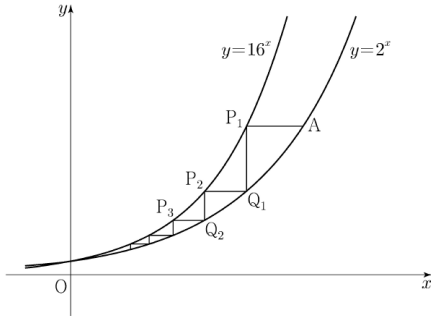
일 때,  $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하여라.<sup>5)</sup> (단,  $0 < a < b$ )



▷ 깔끔하게 잘 만든 [21번].

[2023학년도 6월 13번]

6. 두 곡선  $y=16^x$ ,  $y=2^x$  과 한 점  $A(64, 2^{64})$  이 있다.  
 점  $A$  를 지나며  $x$  축과 평행한 직선이 곡선  $y=16^x$  과  
 만나는 점을  $P_1$  이라 하고, 점  $P_1$  을 지나며  $y$  축과 평행한  
 직선이 곡선  $y=2^x$  과 만나는 점을  $Q_1$  이라 하자.  
 점  $Q_1$  을 지나며  $x$  축과 평행한 직선이  $y=16^x$  과 만나는  
 점을  $P_2$  라 하고, 점  $P_2$  를 지나며  $y$  축과 평행한 직선이  
 곡선  $y=2^x$  과 만나는 점을  $Q_2$  라 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 두 점을 각각  
 $P_n$ ,  $Q_n$  이라 하고 점  $Q_n$  의  $x$  좌표를  $x_n$  이라 할 때,  
 $x_n < \frac{1}{k}$  을 만족시키는  $n$  의 최솟값이 6이 되도록 하는  
 자연수  $k$  의 개수는? <sup>6)</sup>



- ① 48                      ② 51                      ③ 54  
 ④ 57                      ⑤ 60

▷ 평가원 역사상 최초의 비율이 맞지 않는 그림이다.

딱히 어려울 것은 없지만

자연수  $n$  의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수  $k$  의 개수  
 부분이 좀 헛갈릴 수 있을 듯.

[2023학년도 6월 21번]

7. 자연수  $n$  에 대하여  $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$  의 값이 정수가  
 되도록 하는 1000 이하의 모든  $n$  의 값의 합을 구하여라. <sup>7)</sup>

▷ 여기 그래프 자린데, 왜 갑자기 이런 문제를?

[2022학년도 수능 1번]

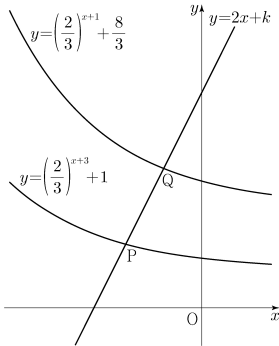
8.  $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은?8)

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1
- ④ 2                              ⑤ 4

▷ 고난도 1번

[2022학년도 수능 9번]

9. 직선  $y=2x+k$ 가 두 함수  $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1$ ,  
 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각  
 P, Q라 하자.  $\overline{PQ}=\sqrt{5}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?9)



- ①  $\frac{31}{6}$                       ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{11}{2}$
- ④  $\frac{17}{3}$                       ⑤  $\frac{35}{6}$

▷ 직선 타고 평행이동.

[2022학년도 9월 21번]에서 봤지.  
 예고하고 쉽게 내기.

[2022학년도 수능 13번]

10. 두 상수  $a, b(1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  
 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편과 두 점  
 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편이 같다. 함수  
 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여  $f(1) = 40$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은?10)

- ① 760                      ② 800                      ③ 840
- ④ 880                      ⑤ 920

▷ 말리기 좋은 문제.

조건을 그대로 식으로 나타내면 좀 괴로워진다.  
 그렇지만 그냥 밀어붙여 봐.

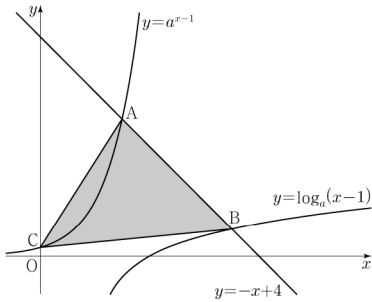
$a^b = b^a$ 를 얻을 수 있다.  
 뒤쪽 발문이 좀 촌스럽긴 하네.

[2022학년도 9월 21번]

11.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 곡선  $y = a^{x-1}$ 이  $y$ 축과 만나는 점을 C라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는  $S$ 이다.  $50 \times S$ 의 값을 구하여라.<sup>11)</sup>



▷ 함수/역함수의 그래프와 기울기  $-1$ 인 직선 어찌고 하고,  $2\sqrt{2}$ 에서  $(2, -2)$  평행이동 읽어내기 배운 적 있겠지?

[2022학년도 6월 10번]

12.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의  $x$ 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은?<sup>12)</sup>

- ① 30                      ② 35                      ③ 40  
④ 45                      ⑤ 50

▷  $1 < \frac{-3 + \sqrt{9+4n}}{2} < 2$ 도 가능하긴 한데,

$\log_n 1 < -\log_n 4 + 1, \log_n 2 > -\log_n 5 + 1$ 가 훌륭해 보인다.

[2022학년도 6월 21번]

13. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하여라.<sup>13)</sup>

(가)  $x$ 에 대한 방정식  $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.  
 (나) 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

▷ 낯선 상황의 좋은 문제. 처음에 수학2 문항처럼 보였다. 수학1 문항의 표현이 복잡해지는 느낌이 있다.

[2021학년도 수능 13번]

14.  $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y=1$ 이 두 곡선  $y=\log_a x$ ,  $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $y=-1$ 이 두 곡선  $y=\log_a x$ ,  $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?<sup>14)</sup>

—&lt;보 기&gt;—

- ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 (0, 1)이다.  
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면  $a = \frac{1}{2}$ 이다.  
 ㄷ.  $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면  $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ 한 문자에 대한 식으로 나타내기.



[2021학년도 수능 27번]

15.  $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 개수를 구하여라.<sup>15)</sup>

▷ 정수조건 좋아해.

[2021학년도 9월 11번]

16. 1보다 큰 세 실수  $a, b, c$ 가

$$\log_x b = \frac{\log_y c}{2} = \frac{\log_z a}{4}$$

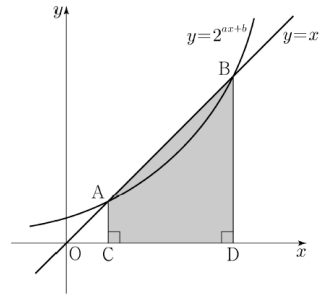
를 만족시킬 때,  $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은?<sup>16)</sup>

- ①  $\frac{7}{2}$                       ② 4                      ③  $\frac{9}{2}$   
 ④ 5                      ⑤  $\frac{11}{2}$

▷ =k 놓고, 셋 다 곱해보고 싶다.

[2021학년도 9월 13번]

17. 곡선  $y=2^{ax+b}$ 과 직선  $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때,  $a+b$ 의 값은?<sup>17)</sup> (단,  $a, b$ 는 상수이다.)



- ①  $\frac{1}{6}$                       ②  $\frac{1}{3}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
 ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{5}{6}$

▷ 두 점 A, B의 좌표가 지수함수와 상관 없이 얻어진다. 유치해 보이는 문항.

[2021학년도 9월 24번]

18. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4 (2x - 3)$$

을 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 곱을 구하여라.<sup>18)</sup>

▷ 진수 조건 조심.

[2021학년도 9월 나형 17번]

19.  $\angle A = 90^\circ$  이고  $\overline{AB} = 2\log_2 x$ ,  $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$  인

삼각형 ABC의 넓이를  $S(x)$ 라 하자.  $S(x)$ 가  $x = a$ 에서 최댓값  $M$ 을 가질 때,  $a + M$ 의 값은?<sup>19)</sup> (단,  $1 < x < 16$ )

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
 ④ 9                      ⑤ 10

▷ 삼각함수 문젠가?

[2021학년도 6월 6번]

20. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  $(2, \log_4 a)$ ,  $(3, \log_2 b)$ 를 지나는 직선이 원점을 지날 때,  $\log_a b$ 의 값은?<sup>20)</sup> (단,  $a \neq 1$ )

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$   
 ④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

▷ 6번 어렵네.

[2021학년도 6월 9번]

21. 함수

$$f(x) = 2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간  $[0, 12]$ 에서 최댓값  $-4$ , 최솟값  $m$ 을 갖는다.  $k+m$ 의 값은?<sup>21)</sup> (단,  $k$ 는 상수이다.)

- ①  $-1$                       ②  $-2$                       ③  $-3$   
 ④  $-4$                       ⑤  $-5$

▷ 양 끝에서.

[2021학년도 6월 12번]

22. 자연수  $n$ 이  $2 \leq n \leq 11$ 일 때,  $-n^2 + 9n - 18$ 의  $n$ 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은?22)

- ① 31                      ② 33                      ③ 35  
 ④ 37                      ⑤ 39

▷ 쉬운 문제여야 하는데, 많이 틀리더라구.

[2021학년도 6월 18번]

23. 두 곡선  $y = 2^x$ 과  $y = -2x^2 + 2$ 가 만나는 두 점을  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ 라 하자.  $x_1 < x_2$ 일 때, 보기에서 옳은 것만은 있는 대로 고른 것은?23)

<보 기>

ㄱ.  $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ.  $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ.  $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

▷ ㄴ은 기울기로, ㄱ이 쓰인다.  
 ㄷ은 ㄱ, ㄴ을 활용하여.

[2021학년도 6월 21번]

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다.  $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는

모든 자연수  $m$ 의 값의 합은?24)

- ① 150                      ② 154                      ③ 158  
 ④ 162                      ⑤ 166

▷ 옛날 킬러 21번 자린데,  
재미없고 귀찮은 문제. 실수하기 좋긴 하네.

[2021학년도 6월 나형 9번]

25. 닫힌구간  $[-1, 3]$ 에서 함수  $f(x) = 2^{|x|}$ 의  
최댓값과 최솟값의 합은?25)

- ① 5                          ② 7                          ③ 9  
 ④ 11                        ⑤ 13

▷ 절댓값 그래프 확인.

[2021학년도 수능 15번]

26. 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 1$ )의 그래프와 직선  $y = \sqrt{3}$ 이  
만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선  
OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든  
 $a$ 의 값의 곱은?26) (단, 0는 원점이다.)

- ①  $3^{\frac{1}{3}}$                       ②  $3^{\frac{2}{3}}$                       ③ 3  
 ④  $3^{\frac{4}{3}}$                       ⑤  $3^{\frac{5}{3}}$

▷ 대충 푼다.

[2021학년도 수능 나형 17번]

27. 자연수  $n$ 의 양의 약수의 개수를  $f(n)$ 이라 하고, 36의 모든 양의 약수를  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 하자.

$$\sum_{k=1}^9 \{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\} \text{의 값은?}^{27)}$$

- ①  $\log 2 + \log 3$     ②  $2\log 2 + \log 3$     ③  $\log 2 + 2\log 3$   
 ④  $2\log 2 + 2\log 3$     ⑤  $3\log 2 + 2\log 3$

▷ 약수 다 나열해보는 것이 안전.

[2021학년도 9월 나형 28번]

28. 네 양수  $a, b, c, k$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $k^2$ 의 값을 구하여라.<sup>28)</sup>

(가)  $3^a = 5^b = k^c$   
 (나)  $\log c = \log(2ab) - \log(2a + b)$

▷ 멍청하면 말릴 수도 있을 듯.

[수능 예시문항 10번]

29.  $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수  $a$ 에 대하여  $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은?<sup>29)</sup>

- ①  $10^{10}$                       ②  $10^{11}$                       ③  $10^{12}$   
 ④  $10^{13}$                       ⑤  $10^{14}$

▷  $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 가 가질 수 있는 값의 범위 조사.

[수능 예시문항 18번]

30. 두 양수  $x, y$ 가

$$\log_2(x + 2y) = 3, \quad \log_2 x + \log_2 y = 1$$

을 만족시킬 때,  $x^2 + 4y^2$ 의 값을 구하여라.<sup>30)</sup>

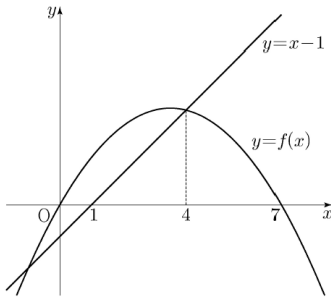
▷ ?

[2020학년도 6월 24번]

31. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x-1$ 이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x) + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하여라.<sup>31)</sup>  
(단,  $f(0)=f(7)=0$ ,  $f(4)=3$ )



▷ 항상 진수 조건 조심.

[2020학년도 6월 나형 8번]

32.  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_3 3 = b$ 일 때,  $\log_5 12$ 를  $a, b$ 로 옳게 나타낸 것은?<sup>32)</sup>

- ①  $\frac{1}{a} + b$       ②  $\frac{2}{a} + b$       ③  $\frac{1}{a} + 2b$   
④  $a + \frac{1}{b}$       ⑤  $2a + \frac{1}{b}$

▷ 밑변환 공식.

[2019학년도 6월 7번]

33. 부등식  $\frac{27}{9^x} \geq 3^{x-9}$ 을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 개수는?<sup>33)</sup>

- ① 1      ② 2      ③ 3  
④ 4      ⑤ 5

▷ 밑 통일.

[2019학년도 6월 14번]

34. 직선  $x=k$ 가 두 곡선  $y=\log_2 x$ ,  $y=-\log_2(8-x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB}=2$ 가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 곱은?34) (단,  $0 < k < 8$ )
- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                          ⑤  $\frac{5}{2}$

▷ 착각하고 말릴 수 있는 문제. 길이는 절댓값.

[2019학년도 수능 5번]

35. 함수  $y=2^x+2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼 평행이동한 그래프가 함수  $y=\log_2 8x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수  $m$ 의 값은?35)
- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

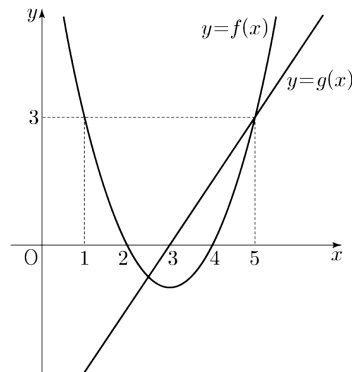
▷ 역함수.

[2019학년도 수능 14번]

36. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은?36)



- ① 7                      ② 9                      ③ 11  
 ④ 13                    ⑤ 15

▷ 잘.

[2019학년도 9월 7번]

37. 함수  $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수  $k$ 의 최댓값은?<sup>37)</sup>

- ① 10                      ② 12                      ③ 14
- ④ 16                      ⑤ 18

▷ [제2사분면을 지나지 않도록]을 식으로 쓰면?

[2019학년도 9월 23번]

38. 방정식

$$2\log_4(5x+1) = 1$$

의 실근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\log_5 \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.<sup>38)</sup>

▷ 일차식이네.

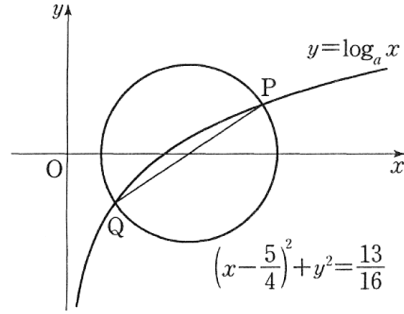
[2018학년도 9월 16번]

39.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = \log_a x$ 와 원

$$C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$$

의 두 교점을 P, Q라 하자.

선분 PQ가 원 C의 지름일 때,  $a$ 의 값은?<sup>39)</sup>



- ① 3                      ②  $\frac{7}{2}$                       ③ 4
- ④  $\frac{9}{2}$                       ⑤ 5

▷ 애들 많이 말렸던 문항.

어떤 조건을 썼고 어떤 조건이 남았는지 좀 헛갈리는 모양.



[2018학년도 9월 7번]

40.  $0 < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = a^x$ 은  
 닫힌 구간  $[-2, 1]$ 에서 최솟값  $\frac{5}{6}$ , 최댓값  $M$ 을 갖는다.

$a \times M$ 의 값은?<sup>40)</sup>

- ①  $\frac{2}{5}$                       ②  $\frac{3}{5}$                       ③  $\frac{4}{5}$   
 ④ 1                              ⑤  $\frac{6}{5}$

▷ 양 끝 값.

[2018학년도 6월 8번]

41. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는?<sup>41)</sup>

- ① 2                              ② 4                              ③ 6  
 ④ 8                              ⑤ 10

▷ 로그 기본연산.

[2017학년도 9월 23번]

42. 곡선  $y = \log_2(x+5)$ 의 점근선이 직선  $x = k$ 이다.  
 $k^2$ 의 값을 구하여라.<sup>42)</sup> (단,  $k$ 는 상수이다.)

▷ 진수가 0이 될 때.

[2016학년도 수능 20번]

43. 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 정수부분을  $f(x)$ 라 하자.

$$f(n+10) = f(n) + 1$$

을 만족시키는 100 이하의 자연수  $n$ 의 개수는?<sup>43)</sup>

- ① 11                              ② 13                              ③ 15  
 ④ 17                              ⑤ 19

▷ 상용로그를 해야 되는지 좀 애매하긴 한데,  
 기본적인 것들은 해두자. 할 것도 없는데.

상용로그의 정수부분의 의미 정도.

[2016학년도 9월 25번]

44. 고속철도의 최고소음도  $L(\text{dB})$ 을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를  $d(\text{m})$ , 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을  $v(\text{km/h})$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

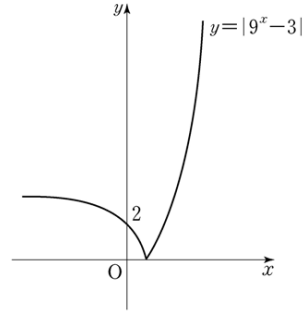
$$L = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P까지의 거리가 75m인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A가 지점 P를 통과할 때의 속력이 열차 B가 지점 P를 통과할 때의 속력의 0.9배일 때, 두 열차 A, B의 예측 최고소음도를 각각  $L_A, L_B$ 라 하자.  $L_B - L_A$ 의 값을  $a + b \log 3$ 이라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라.<sup>44)</sup> (단,  $a$ 와  $b$ 는 정수이다.)

▷ 보통 실생활 어찌고라고, 요즘은 보이지 않는 문항. 혹시 모르니 두어개만 풀어보자.

[2016학년도 6월 18번]

45. 좌표평면 위의 두 곡선  $y = |9^x - 3|$ 과  $y = 2^{x+k}$ 이 만나는 서로 다른 두 점의  $x$ 좌표를  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 라 할 때,  $x_1 < 0, 0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합은?<sup>45)</sup>



- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

▷ 어느 점들 사이를 지나가야 하는지 판단. 합답형에서 비슷한 풀이 한 번 씩 쓰게 된다.

[2016학년도 6월 20번]

46. 양수  $t$ 에 대하여  $\log t$ 의 소수부분을  $f(t)$ 라 하자.  
 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든  
 양수  $t$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_4 + a_5$ 의 값은?<sup>46)</sup>

(가)  $1 \leq t < 100$   
 (나)  $f(t^n) + 2f(t) = 1$

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

▷ 이정도면 이젠 풀 필요 없는 것 같기도.

[2015학년도 수능 25번]

47. 디지털 사진을 압축할 때 원본 사진과 압축한 사진의  
 다른 정도를 나타내는 지표인 최대 신호 대 잡음비를  $P$ ,  
 원본 사진과 압축한 사진의 평균제곱오차를  $E$ 라 하면  
 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P = 20 \log 225 - 10 \log E \quad (E > 0)$$

두 원본 사진 A, B를 압축했을 때 최대 신호 대 잡음비를  
 각각  $P_A, P_B$ 라 하고, 평균제곱오차를 각각  $E_A (E_A > 0)$ ,  
 $E_B (E_B > 0)$ 이라 하자.  $E_B = 100E_A$ 일 때,  $P_A - P_B$ 의 값을  
 구하여라.<sup>47)</sup>

▷ 또 풀어봐.

[2015학년도 9월 21번]

48. 양수  $t$ 에 대하여  $\log t$ 의 정수부분과 소수부분을 각각  $f(t), g(t)$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(t) = 9n \left\{ g(t) - \frac{1}{3} \right\}^2 - n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든  $f(t)$ 의 합을  $a_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?48)

- ① 4                      ②  $\frac{9}{2}$                       ③ 5
- ④  $\frac{11}{2}$                       ⑤ 6

▷ 이것도 정수부분, 소수부분 썩게 들어와서..

[2015학년도 9월 10번]

49. 도로용량이  $C$ 인 어느 도로구간의 교통량을  $V$ , 통행시간을  $t$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log \left( \frac{t}{t_0} - 1 \right) = k + 4 \log \frac{V}{C} \quad (t > t_0)$$

(단,  $t_0$ 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고,  $k$ 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간  $t_0$ 의  $\frac{7}{2}$ 배이다.  $k$ 의 값은?49)

- ①  $-4 \log 2$               ②  $1 - 7 \log 2$               ③  $-3 \log 2$
- ④  $1 - 6 \log 2$               ⑤  $1 - 5 \log 2$

▷ 마지막.

[2015학년도 6월 19번]

50.  $0 < a < 1 < b$ 인 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_a(bx-1), \quad g(x) = \log_b(ax-1)$$

이 있다. 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축의 교점이 곡선  $y=g(x)$ 의 점근선 위에 있도록 하는  $a$ 와  $b$  사이의 관계식과  $a$ 의 범위를 옳게 나타낸 것은?<sup>50)</sup>

- ①  $b = -2a + 2 (0 < a < \frac{1}{2})$
- ②  $b = 2a (0 < a < \frac{1}{2})$
- ③  $b = 2a (\frac{1}{2} < a < 1)$
- ④  $b = 2a + 1 (0 < a < \frac{1}{2})$
- ⑤  $b = 2a + 1 (\frac{1}{2} < a < 1)$

▷ 범위 못 찾는 애들이 있던데.

[2014학년도 수능 20번]

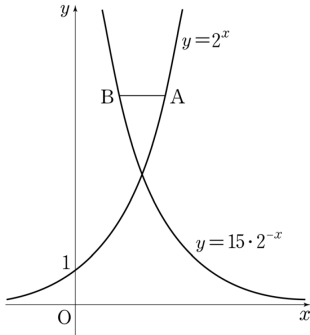
51. 1보다 큰 실수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 정수부분과 소수부분을 각각  $f(x), g(x)$ 라 하자.  $3f(x) + 5g(x)$ 의 값이 10의 배수가 되도록 하는  $x$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때 2번째 수를  $a$ , 6번째 수를  $b$ 라 하자.  $\log ab$ 의 값은?<sup>51)</sup>

- ① 8                      ② 10                      ③ 12
- ④ 14                      ⑤ 16

▷ 이정도면 확실히 범위 아닌데, 그냥 놔둬볼게.

[2014학년도 6월 17번]

52. 그림과 같이 함수  $y=2^x$ 의 그래프 위의 한 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 함수  $y=15 \cdot 2^{-x}$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의  $x$ 좌표를  $a$ 라 할 때,  $1 < \overline{AB} < 100$ 을 만족시키는 2 이상 자연수  $a$ 의 개수는?<sup>52)</sup>



- ① 40
- ② 43
- ③ 46
- ④ 49
- ⑤ 52

▷ 대칭성. 곡선  $y = 15 \cdot 2^{-x}$ 는 곡선  $y = 2^x$ 를 \_\_\_\_\_ 한 것이다.

[2014학년도 6월 26번]

53. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\log a_n$ 의 소수부분과  $\log a_{n+1}$ 의 소수부분이 서로 같다.  
 (나)  $1 < \frac{a_n}{a_{n+1}} < 100$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 500$ 일 때,  $a_1$ 의 값을 구하여라.<sup>53)</sup>

▷ [소수부분이 서로 같다.]는 [차이가 정수다.]로.

[2013학년도 수능 30번]

54. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 영역

$$\{(x, y) | 2^x - n \leq y \leq \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

- (가)  $x$ 좌표와  $y$ 좌표는 서로 같다.  
 (나)  $x$ 좌표와  $y$ 좌표는 모두 정수이다.

예를 들어,  $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이다.  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하여라.<sup>54)</sup>

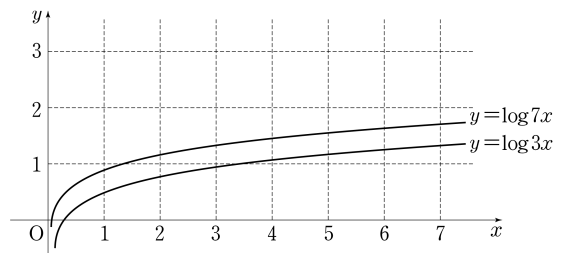
▷ 소위 격자점. 딱 3개만 풀어보자.  
 애도 이제 출제되지 않는다고 보는게 맞겠지만.

[2013학년도 9월 30번]보다 살짝 어려움.

[2013학년도 9월 30번]

55. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수  $y = \log_3 x, y = \log_7 x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하여라.<sup>55)</sup>

- (가) 꼭짓점의  $x$ 좌표,  $y$ 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.  
 (나) 꼭짓점의  $x$ 좌표는 모두 100 이하이다.



▷ 비교적 간단한 격자점. 애부터 시작해보자.

[2013학년도 6월 30번]

56. 3보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수  $a$ 라 하자.

(가)  $a \geq 3$   
 (나) 두 점  $(2, 0)$ ,  $(a, \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는  $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어  $f(5) = 4$ 이다.  $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하여라.<sup>56)</sup>

▷ 수준 높은 격자점. 이런 시절도 있었다 정도로.

[2012학년도 수능 30번]

57. 자연수  $a, b$ 에 대하여 곡선  $y = a^{x+1}$ 과 곡선  $y = b^x$ 이 직선  $x = t (t \geq 1)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 다음 조건을 만족시키는  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하여라. 예를 들어,  $a=4, b=5$ 는 다음 조건을 만족시킨다.<sup>57)</sup>

(가)  $2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$   
 (나)  $t \geq 1$ 인 어떤 실수  $t$ 에 대하여  $\overline{PQ} \leq 10$ 이다.

▷ 이래저래 짜증나는 문항.

$a < b$ 일 때,  $a = b$ 일 때,  $a > b$ 일 때 나눠서.

그래프가 벌어지는지 아닌지 판단도 좀 헛갈림.



[2012학년도 6월 30번]

58. 100 이하의 자연수 전체의 집합을  $S$ 라 할 때,  
 $n \in S$ 에 대하여 집합

$$\{k \mid k \in S \text{ 이고 } \log_2 n - \log_2 k \text{는 정수}\}$$

의 원소의 개수를  $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어,  
 $f(10) = 5$ 이고  $f(99) = 1$ 이다. 이때,  $f(n) = 1$ 인  
 $n$ 의 개수를 구하여라.<sup>58)</sup>

▷ 소위 발견적 추론. 문제 멋있으니 다뤄보자.  
 이런 유형이 다시 출제되긴 힘들다고 보지만.

- 
- 1) ⑤
  - 2) ③
  - 3) 33
  - 4) ②
  - 5) 220
  - 6) ①
  - 7) 426
  - 8) ②
  - 9) ④
  - 10) ②
  - 11) 192
  - 12) ②
  - 13) 24
  - 14) ③
  - 15) 13
  - 16) ①
  - 17) ④
  - 18) 12
  - 19) ①
  - 20) ③
  - 21) ④
  - 22) ①
  - 23) ⑤
  - 24) ④
  - 25) ③
  - 26) ②
  - 27) ①
  - 28) 75
  - 29) ①
  - 30) 56
  - 31) 15
  - 32) ②
  - 33) ④
  - 34) ②
  - 35) ③
  - 36) ④
  - 37) ④
  - 38) 1
  - 39) ③
  - 40) ⑤
  - 41) ②
  - 42) 25
  - 43) ⑤
  - 44) 84
  - 45) ②
  - 46) ③
  - 47) 20
  - 48) ①
  - 49) ④
  - 50) ③
  - 51) ⑤
  - 52) ④
  - 53) 450
  - 54) 573
  - 55) 79
  - 56) 86
  - 57) 39
  - 58) 25