
기출문제 다잡기

평가원의 수준

[경우의 수]

[2023학년도 수능 확통 30번]

1. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.¹⁾

- (가) 9 이하의 모든 자연수 x 에 대하여 $f(x) \leq f(x+1)$ 이다.
 (나) $1 \leq x \leq 5$ 일 때 $f(x) \leq x$ 이고, $6 \leq x \leq 10$ 일 때 $f(x) \geq x$ 이다.
 (다) $f(6) = f(5) + 6$

▷ 어렵다. 대칭성을 발견하면 반만 세면 되는데..
 대칭성 발견하기도 쉽지 않고, 반 세기도 어렵다.

[2023학년도 9월 확통 30번]

2. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 함수 f 의 치역을 A , 합성함수 $f \circ f$ 의 치역을 B 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하여라.²⁾

- (가) $n(A) \leq 3$
 (나) $n(A) = n(B)$
 (다) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 이다.

▷ $n(A)$ 의 값에 따라 분류.
 합성함수 뜯 것 치고는 무난.

[2023학년도 6월 확통 23번]

3. 5개의 문자 a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는?³⁾

- ① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

▷ 같은 것이 있는 순열.

[2023학년도 6월 확통 26번]

4. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^n$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 12일 때, x^6 의 계수는?⁴⁾ (단, n 은 자연수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

▷ 알지?

[2023학년도 6월 확통 27번]

5. 네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는?⁵⁾

- (가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
(나) a 는 한 번만 나온다.

- ① 384 ② 408 ③ 432
④ 456 ⑤ 480

▷ 양 끝 문자 선택, a 배치, 나머지 선택 순서로. 경우의 수는 항상 말하는 방법이 있다. 조심.

[2023학년도 6월 확통 29번]

6. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.⁶⁾

(가) $f(f(1))=4$
 (나) $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$

▷ 원래 경우의 수에서 합성함수 나오면 긴장 타야 되는데, 이 문항은 비교적 깔끔하게 떨어진다.

[2022학년도 수능 확통 25번]

7. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?⁷⁾

(가) $a+b+c+d+e=12$
 (나) $|a^2 - b^2|=5$

- ① 30 ② 32 ③ 34
 ④ 36 ⑤ 38

▷ 깔끔한 고전 중복조합.
 자연수 조건에서 $a+b=5$ 이다.

[2022학년도 수능 확통 28번]

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는?⁸⁾

(가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \geq \sqrt{x}$ 이다.
 (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 128 ② 138 ③ 148
 ④ 158 ⑤ 168

▷ 근본 없는 문항. 좀 어렵다.
 [치역과 공역이 같은 함수의 개수] 공부하고 도전.

[2022학년도 9월 확통 28번]

9. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?⁹⁾

(가) $f(3) + f(4)$ 는 5의 배수이다.
 (나) $f(1) < f(3)$ 이고 $f(2) < f(3)$ 이다.
 (다) $f(4) < f(5)$ 이고 $f(4) < f(6)$ 이다.

- ① 384 ② 394 ③ 404
 ④ 414 ⑤ 424

▷ $f(3)$, $f(4)$ 의 값에 따라 분류.

[2022학년도 9월 확통 30번]

10. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 사인펜 14개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.¹⁰⁾

- (가) 각 학생은 1개 이상의 사인펜을 받는다.
- (나) 각 학생이 받는 사인펜의 개수는 9 이하이다.
- (다) 적어도 한 학생은 짝수 개의 사인펜을 받는다.

▷ 부정방정식과 중복조합, 짝/홀 순서쌍의 개수, 포함배제.

[2022학년도 6월 확통 26번]

11. 빨간색 카드 4장, 파란색 카드 2장, 노란색 카드 1장이 있다. 이 7장의 카드를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생이 있도록 나누어 주는 경우의 수는?¹¹⁾ (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않고, 카드를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

- ① 78 ② 84 ③ 90
- ④ 96 ⑤ 102

▷ 나눠주기인데, 장수가 많지 않으니 하나하나 조사하는 식으로.

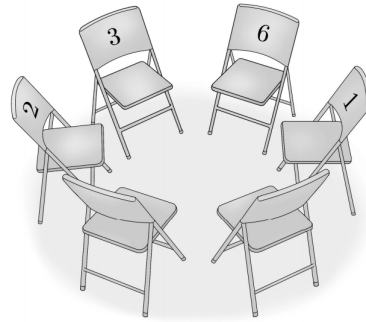
[2022학년도 6월 확통 28번]

12. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3 이하이면 나온 눈의 수를 점수로 얻고, 나온 눈의 수가 4 이상이면 0점을 얻는다. 이 주사위를 네 번 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 할 때, 얻은 네 점수의 합이 4가 되는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?¹²⁾
- ① 187 ② 190 ③ 193
 ④ 196 ⑤ 199

▷ 좀 귀찮은 케이스 분류.

[2022학년도 6월 확통 29번]

13. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하여라.¹³⁾ (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

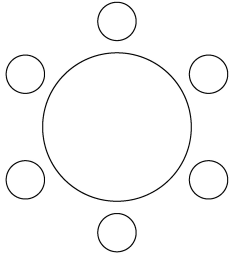


- ▷ 조건이 걸린 원순열. 고정하기, 자리 정하기 익숙해야 한다. 포함배제로 다루는 것이 가능하다.

[2021학년도 수능 26번]

14. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하여라.¹⁴⁾ (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- (가) A와 B는 이웃한다.
 (나) B와 C는 이웃하지 않는다.



- ▷ 조건이 걸린 원순열 : 하나 고정
 이웃/이웃하지 않는 : 자리 선택 후 배열

[2021학년도 수능 29번]

15. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 모자 6개와 흰색 모자 6개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.¹⁵⁾ (단 같은 색 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 각 학생은 1개 이상의 모자를 받는다.
 (나) 학생 A가 받는 검은색 모자의 개수는 4 이상이다.
 (다) 흰색 모자보다 검은색 모자를 더 많이 받는 학생은 A를 포함하여 2명뿐이다.

- ▷ 조건 하나 걸고 나눠주기.
 2021학년도에 반복 출제되었다.
 무엇을 기준으로 분할하여 셀 지에 따라 간단할 수도 있고, 복잡할 수도 있다.
 어떻게 풀더라도 답만 나오면 되기에, 기준 정하는 요령에 너무 집착하지 말자.

[2021학년도 수능(나형) 13번]

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? ¹⁶⁾

$$f(2) \leq f(3) \leq f(4)$$

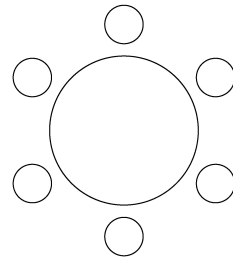
- ① 64 ② 68 ③ 72
 ④ 76 ⑤ 80

▷ 여기서 중복조합 못 띄우면 대단한 새끼.

[2021학년도 수능(나형) 15번]

17. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? ¹⁷⁾ (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- (가) A와 B는 이웃한다.
 (나) B와 C는 이웃하지 않는다.



- ① 32 ② 34 ③ 36
 ④ 38 ⑤ 40

▷ 2021학년도 문항에
 [원순열에서 이웃하네마네]
 가 많더라구.

[수능 예시문항 확통 24번]

18. $(x^5 + \frac{1}{x^2})^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?¹⁸⁾

- ① 3 ② 6 ③ 9
 ④ 12 ⑤ 15

▷ 못풀면 대박이죠?

[수능 예시문항 확통 27번]

19. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?¹⁹⁾

(가) $f(1) + f(2) + f(3) \geq 3f(4)$
 (나) $k = 1, 2, 3$ 일 때 $f(k) \neq f(4)$ 이다.

- ① 41 ② 45 ③ 49
 ④ 53 ⑤ 57

▷ 뭘 기준으로 나눠야 할까? 당연히.

[수능 예시문항 확통 29번]

20. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.²⁰⁾

(가) $a + b + c + d = 12$
 (나) $a \neq 2$ 이고 $a + b + c \neq 10$ 이다.

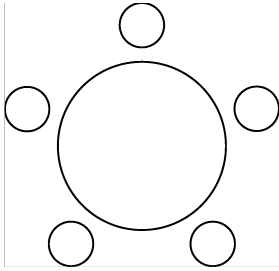
▷ 집합의 포함관계를 생각해야 한다.

$a = 2$ 나 $a + b + c = 10$

가 세기 쉽겠지? 여사건에 합사건 어찌고.

[2021학년도 9월 9번]

21. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는?21) (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 180 ② 200 ③ 220
- ④ 240 ⑤ 260

▷ 또 나오네.

[2021학년도 9월 29번]

22. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하여라.22) (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.)

▷ 흰 공을 먼저 넣자. 적으니까.

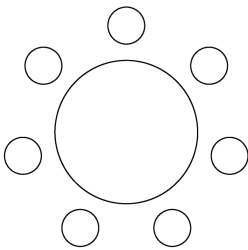
[2021학년도 6월 4번]

23. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는?²³⁾
- ① 52 ② 56 ③ 60
 ④ 64 ⑤ 68

▷ 4번치고 어렵다.

[2021학년도 6월 8번]

24. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러 앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는?²⁴⁾ (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 96 ② 100 ③ 104
 ④ 108 ⑤ 112

▷ 이제 그만.

[2021학년도 6월 29번]

25. 검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.²⁵⁾ (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

▷ 5자루를 선택하는 방법에 따라 나누면 케이스가 꽤 나온다. 즐거워하며 풀어보자.

A가 a 개의 파란 볼펜과 b 개의 빨간 볼펜을,
 B가 c 개의 파란 볼펜과 d 개의 빨간 볼펜을
 받는다고 놓으면 예쁘게 풀린다.

첫 번째 풀이처럼, 그냥 나열해 버릇 하자.

[2021학년도 6월(나형) 27번]

26. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.²⁶⁾

(가) $a+b+c+d=6$

(나) a, b, c, d 중에서 적어도 하나는 0이다.

▷ 부정방정식 기본이라.

[2020학년도 수능 16번]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는?²⁷⁾

(가) $a+b+c-d=9$

(나) $d \leq 4$ 이고 $c \geq d$ 이다.

① 265

② 270

③ 275

④ 280

⑤ 285

▷ 중복조합 표준보다는 살짝 어려운 듯.

$d=0$ 부터 $d=4$ 까지 조사하는 것이 보통

$a+b+(c-d)$ 로 보면 우아하다. 우아한데 헛갈림.

[2020학년도 수능 28번]

28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하여라.²⁸⁾

(가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
 (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

▷ 재미없고 귀찮다. 문장이 어설픈 것은 덤.
 짝수를 전부 몇 개 쓰는 지에 따라서 분류.

[2020학년도 9월 4번]

29. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는?²⁹⁾

(가) 2의 배수이다.
 (나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24
 ④ 28 ⑤ 32

▷ 역대 4번 중 가장 어려운 문항.

[2020학년도 9월 7번]

30. 다항식 $(2+x)^4(1+3x)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수는?³⁰⁾

- ① 174 ② 176 ③ 178
 ④ 180 ⑤ 182

▷ 알종?

[2020학년도 9월 28번]

31. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.³¹⁾ (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

▷ 같은 공을 다른 상자에 넣는다. ⇒ _____
 몇 개씩 미리 주고 생각하는 것이 편하겠군.

[2020학년도 6월 1번]

32. ${}_9C_7$ 의 값은?³²⁾

- ① 32
- ② 34
- ③ 36
- ④ 38
- ⑤ 40

▷ 틀리면 인생문제.

[2020학년도 6월 7번]

33. 같은 종류의 비어 있는 상자 3개가 있다. 같은 종류의 장난감 12개를 남김없이 이 3개의 상자에 빈 상자가 없도록 나누어 넣으려고 한다. 각 상자에 넣은 장난감의 개수가 모두 다르게 되도록 나누어 넣는 경우의 수는?³³⁾

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 11

▷ 자연수의 분할이다. 그래도 요령껏 풀어봐.
 자연수 3개 더해서 12 만들면 되겠지?

[2020학년도 6월 19번]

34. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는?³⁴⁾

(가) $n=1, 2, 3$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.

(나) $x_4 \leq 12$

- ① 210 ② 220 ③ 230
 ④ 240 ⑤ 250

▷ 어려웠다. 많이 안 다루던 유형이라. 내 경우에도 평소에 강의하는 내용이지만 풀 때는 삽질했다.

관련 내용을 공부하는 것도 좋지만, 나열하여 노가다 뛰는 연습이 더 중요하다. 수능특강 연계.

[2020학년도 6월 25번]

35. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.³⁵⁾

(가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.

(나) $f(a) = a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 3이다.

▷ 많이 틀렸던 문제.

한 번에 맞출 수 있도록 신중하게 풀어보자.

주관식 확통문제는 정답확인 찬스 쥐야 돼.

[2019학년도 수능 12번]

36. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? ³⁶⁾

(가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
 (나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11 ② 13 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 19

▷ _____ 문제로 들릴 수 있어야 한다.
 케이스 분류는 어렵지 않지?

[2019학년도 수능 17번]

37. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.
 $n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고,
 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(ii) (i)에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않는 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

(iii) (i)에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로
 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \cdots (*)$
 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 $\boxed{\text{가}} \times \boxed{\text{나}} \times \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? ³⁷⁾

- ① 131 ② 136 ③ 141
- ④ 146 ⑤ 151

▷ 문장 거지같은데 부끄럽지도 않은가봐.
 이때 합성함수로 만든 문항들이 좀 보였다.

[2019학년도 9월 8번]

38. 다항식 $(x+2)^{19}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수가 x^{k+1} 의 계수보다 크게 되는 자연수 k 의 최솟값은?³⁸⁾
- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

▷ 적당히 몇 개 구해보면서 찍으면 되겠지?
 공식으로 만드는 것도 가능하지만.

[2019학년도 9월 18번]

39. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 치역 A 가 $n(A) = 4$ 이고, 집합 A 의 모든 원소의 함이 홀수인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) 공역 X 의 원소 중 짝수인 원소가 2개이므로 집합 A 의 네 원소 중 세 원소는 홀수이고 한 원소는 짝수이다.
 따라서 집합 X 의 원소 중에서 집합 A 의 네 원소를 택하는 경우의 수는 2이다.

(ii) 정의역 X 를 4개의 부분집합으로 분할할 때, 4개의 부분집합의 원소의 개수는 각각 2, 1, 1, 1이 되어야 한다.
 따라서 집합 X 를 네 개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는 (가)이다.

(iii) (i)과 (ii)의 각 경우에 대하여 집합 X 를 분할한 4개의 부분집합을 집합 A 의 네 원소에 하나씩 대응시키는 경우의 수는 (나)이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?³⁹⁾

- ① 498 ② 502 ③ 506
 ④ 510 ⑤ 514

▷ [정의역을 분할하고], [함숫값에 분배]하는 접근이 교과서에서 은근히 강조되더라구.

[2019학년도 6월 20번]

40. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.

$c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우 :

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우 :

$2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은

$$a_n = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m \boxed{\text{(나)}} = {}_{m+3}C_4$$

이므로

$$\sum_{n=1}^8 a_n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 이라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은?⁴⁰⁾

- ① 893 ② 918 ③ 943
- ④ 968 ⑤ 993

▷ 거지같이 써놔서 읽기가 어렵다.
부정방정식의 짝홀조건 다를 수 있지?

[2019학년도 6월 27번]

41. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하여라.⁴¹⁾

▷ 학생들이 틀리는 비결이 있는 문항이다.
 ${}_3H_2$ 로 두 개 더 뽑고.. (망함)

[2018학년도 수능 18번]

42. 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는?42) (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.)
- ① 220 ② 216 ③ 212
 ④ 208 ⑤ 204

▷ 다른 공, 다른 상자, 빈상자 가능은 기본적으로 _____이다. 개수가 1인 상자 존재는 어떻게?

[2018학년도 9월 20번]

43. 다음은 n 명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n 은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 ‘(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우’에서 ‘(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우’와 ‘(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우’를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :

n 명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n 명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n 개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(ii)의 경우 :

각 상자에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1이다.

(iii)의 경우 :

두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C에는 최대 n 개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B에 각각 $\frac{n}{2}$ 개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다. 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times (\boxed{\text{(나)}} - 1)$ 이다.

따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$,

$h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은?43)

- ① 481 ② 491 ③ 501
 ④ 511 ⑤ 521

▷ 풀고 있는 문항 자체가 쉽지 않다.

$n = 12$ 정도에서 혼자 한 번 풀어보면 좋으려나.

[2018학년도 6월 13번]

44. 이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는?44)
(단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.)

- ① 180 ② 210 ③ 240
- ④ 270 ⑤ 300

▷ [참가했는데 공연은 못했다]는 팀은 없나?
← 내가 처음 풀 때 했던 생각.

[2018학년도 6월 19번]

45. 다음은 x 에 대한 다항식 $(x+a)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 두 자연수 a 와 $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 a^2n 이다.
 $(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서 $x^2(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $(가) \times a^3$ 이고, $2a(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $2a^2n$ 이다. 따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 $(가) \times a^3 - 2a^2n$ 이다. 그러므로 $a^2n = (가) a^3 - 2a^2n$ 이고, 이 식을 정리하여 a 를 n 에 관한 식으로 나타내면 $a = \frac{18}{(나)}$ 이다. 여기서 a 는 자연수이고 n 은 4 이상의 자연수이므로 $n = (다)$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k)+g(k)$ 의 값은?45)

- ① 10 ② 16 ③ 22
- ④ 28 ⑤ 34

▷ 전개식의 계수, 자연수 조건.

[2018학년도 6월 27번]

46. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 겹치지 않은 경우의 수를 구하여라.⁴⁶⁾

▷ 은근히 틀린 애들이 많았던 문항.
그냥 _____인데 이상한 부연설명이 있어서.

[2017학년도 수능 5번]

47. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는?⁴⁷⁾

- ① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

▷ 중복순열로 이해하려면 개헛갈린다. 도전해봐.
다른 공(위치), 다른 상자(숫자), 빈상자 가능.

[2017학년도 수능 22번]

48. ${}_4H_2$ 의 값을 구하여라.⁴⁸⁾

▷ 진짜 어렵게 내려면 중복순열을 내야지.
중복순열은 아직 출제된 역사가 없다.

[2017학년도 9월 15번]

49. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는?⁴⁹⁾

- ① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

▷ 중복조합이다.

[2017학년도 수능 27번]

50. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라.⁵⁰⁾

- (가) $a+b+c=7$
- (나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

▷ 이상하게 많이 틀렸던 문항.
 $a+2b$ 가 _____이다.

여사건이 몇 가지 없어서 좀 허무하다.
 [이게 다야?]라는 느낌 때문에 더 틀린 듯.

[2017학년도 9월 19번]

51. 서로 다른 과일 5개를 3그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는?⁵¹⁾ (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.)

- ① 60
- ② 65
- ③ 70
- ④ 75
- ⑤ 80

▷ 중복순열이다.

[2017학년도 6월 27번]

52. 사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 8개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하여라.⁵²⁾ (단, 각 종류의 과일은 8개 이상씩 있다.)

▷ 중복조합은 어려워.
부정방정식으로 돌리자.

[2016학년도 수능 14번]

53. 세 정수 a, b, c 에 대하여

$$1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?⁵³⁾

- ① 360 ② 320 ③ 280
④ 240 ⑤ 200

▷ (감소하지 않는 함수의 개수) × ()

[2016학년도 9월 27번]

54. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하여라.⁵⁴⁾

(가) $a+b+c+d=20$
 (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.

▷ $a=kd, b=ld, c=md$ 라 둘 수 있다.

[2016학년도 6월 9번]

55. 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?⁵⁵⁾
 (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

- ① 1024 ② 1034 ③ 1044
- ④ 1054 ⑤ 1064

▷ _____이다.
 모두가 한 자루 이상 받아야 한다면?

[2016학년도 9월 27번]

56. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u 의 모든 순서쌍 (x, y, z, u) 의 개수를 구하여라.⁵⁶⁾

- (가) $x+y+z+u=6$
- (나) $x \neq u$

▷ 여사건이 편하겠음?

[2015학년도 수능 26번]

57. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하여라.⁵⁷⁾

- (가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.
- (나) $a \leq b \leq c \leq 20$

▷ 감소하지 않는 함수의 개수 문항.
홀수조건은 자연스럽게 처리된다.

[2015학년도 9월 26번]

58. 자연수 n 에 대하여 $abc=2^n$ 을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수가 28일 때, n 의 값을 구하여라.⁵⁸⁾

▷ $a=2^k, b=2^l, c=2^m$ 놓고 하면 되겠지?

[2015학년도 6월 20번]

59. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?⁵⁹⁾

(가) $a+b+c=6$

(나) 좌표평면에서 세 점 $(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 한 직선 위에 있지 않다.

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

▷ (나)조건이 꽤나 귀찮다. 꼼꼼하게 따져보자.

[2014학년도 수능 9번]

60. 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 5개를 택할 때, 숫자 4가 한 개 이하가 되는 경우의 수는?⁶⁰⁾
- ① 45 ② 42 ③ 39
 ④ 36 ⑤ 33

▷ 부정방정식으로 고고.

[2014학년도 9월 8번]

61. 방정식 $x+y+z=4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?⁶¹⁾
- ① 21 ② 28 ③ 36
 ④ 45 ⑤ 56

▷ 조건 처리 할 수 있지?

[2014학년도 6월 5번]

62. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드는 4가 적혀 있는 카드보다 왼쪽에 나열하고 홀수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열하는 경우의 수는?⁶²⁾
- ① 56 ② 60 ③ 64
 ④ 68 ⑤ 72

▷ [순서가 정해진 순열]이군요.

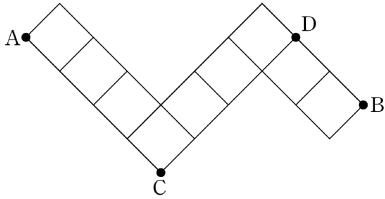
[2014학년도 6월 10번]

63. 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는?⁶³⁾
- ① 12 ② 15 ③ 18
 ④ 21 ⑤ 24

▷ 중요한 힌트 : $8 \times 9 = 72$ 이다.
 피자 먹고 싶다.

[2013학년도 수능 5번]

64. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 C지점을 지나지 않고, D지점도 지나지 않으면서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?⁶⁴⁾

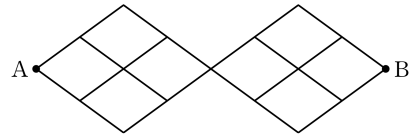


- ① 26
- ② 24
- ③ 22
- ④ 20
- ⑤ 18

▷ 고개를 45° 꺾어서 보세요.

[2013학년도 9월 5번]

65. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는?⁶⁵⁾



- ① 24
- ② 28
- ③ 32
- ④ 36
- ⑤ 40

▷ 저 점이 중요해 보이는데.

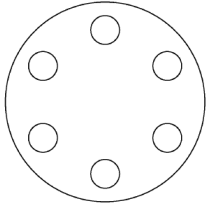
[2012학년도 수능 22번]

66. 자연수 r 에 대하여 ${}_3H_r = {}_7C_2$ 일 때, ${}_5H_r$ 의 값을 구하여라.⁶⁶⁾

▷ 어려운데?

[2012학년도 9월 6번]

67. 그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는?67) (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

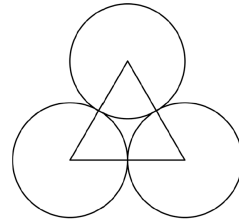


- ① 36 ② 48 ③ 60
 ④ 72 ⑤ 84

▷ [하나를 고정시키는] 풀이를 추천하는 이유.
 직순열 $2 \times 5!$ 을 나눠서 풀 수 있겠니?

[2012학년도 6월 15번]

68. 그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는?68) (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 1260 ② 1680 ③ 2520
 ④ 3760 ⑤ 5040

▷ 두 가지 방법으로 다뤄보자.

- ① 속에서부터 칠하면 $7 \times (\quad \times \quad) \times (\quad)$.
 ② 돌리는 것 없으면 7!이다. 뭘로 나눠?

[2011학년도 수능 6번]

69. 어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳에 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?69) (단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.)

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

- ① 55 ② 65 ③ 75
- ④ 85 ⑤ 95

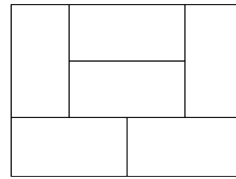
▷ 이거 꽤 중요한 말인데,
[구성(선택)하고 배열해라.]

[${}_5C_1$ 로 A 설치하고..]까지는 가능한데,
다음에 [${}_4C_2$ 로 B 두 개 놓고..]하면 망한다.

배열되는 것 5개를 고르는 행위를 따로,
나열은 이후에 따로 생각하라고.

[2011학년도 9월 7번]

70. 그림과 같이 경계가 구분된 6개 지역의 인구조사를 조사원 5명이 담당하려고 한다. 5명 중에서 1명은 서로 이웃한 2개 지역을, 나머지 4명은 남은 4개 지역을 각각 1개씩 담당한다. 이 조사원 5명의 담당지역을 정하는 경우의 수는?70) (단, 경계가 일부라도 닿은 두 지역은 서로 이웃한 지역으로 본다.)



- ① 720 ② 840 ③ 960
- ④ 1080 ⑤ 1200

▷ 적당히.

[2011학년도 9월 29번]

71. 집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수 중에서 다음 조건을 만족하는 함수 f 의 개수는?71)

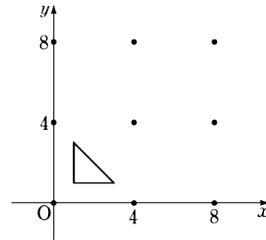
(가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 2이다.
 (나) 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수는 1이다.

- ① 36 ② 42 ③ 48
 ④ 54 ⑤ 60

▷ 요즘 스타일이네. 쉽다.

[2011학년도 6월 17번]

72. 좌표평면 위에 9개의 점 (i, j) ($i=0, 4, 8, j=0, 4, 8$)이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1), (3, 1), (1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는?72)



- ① 13 ② 15 ③ 17
 ④ 19 ⑤ 21

▷ 사각형이 주어진 삼각형을 포함하려면, 반드시 가져줘야 하는 점이 있다.

[2011학년도 6월 30번]

73. 어느 상담 교사는 월요일, 화요일, 수요일 3일 동안 학생 9명과 상담하기 위하여 상담 계획표를 작성하려고 한다.

[상담 계획표]

요일	월요일	화요일	수요일
학생 수(명)	a	b	c

상담 교사는 각 학생과 한 번만 상담하고, 요일별로 적어도 한 명의 학생과 상담한다. 상담 계획표에 학생 수만을 기록할 때, 작성할 수 있는 상담 계획표의 가짓수를 구하여라.⁷³⁾ (단, a, b, c 는 자연수이다.)

▷ 중복조합의 역사가 유구하군.

[2010학년도 수능 6번]

74. 어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는 ?⁷⁴⁾

- ① 60 ② 66 ③ 72
- ④ 78 ⑤ 84

▷ 오늘만 사네.

[2010학년도 수능 27번]

75. 같은 종류의 사탕 5개를 3명의 아이에게 1개 이상씩 나누어 주고, 같은 종류의 초콜릿 5개를 1개의 사탕을 받은 아이에게만 1개 이상씩 나누어 주려고 한다. 사탕과 초콜릿을 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?75)

- ① 27 ② 24 ③ 21
④ 18 ⑤ 15

▷ 문장이 헛갈리게 써 있고, 풀어보면 [이게 다야?]라는 느낌. 낙제점.

[2010학년도 9월 26번]

76. 다음 대화에서 $w+x+y+z=19$ 를 만족시키는 자연수 w, x, y, z 에 대하여 옳게 말한 사람만을 있는 대로 고른 것은?76)

아름 : 네 자연수 w, x, y, z 중에는 4 이하인 수가 항상 있어.

다운 : 네 자연수 w, x, y, z 중에는 5 이상인 수가 항상 있지.

강산 : $w=5$ 이면 세 자연수 x, y, z 중에 두 수는 항상 5보다 커야 해.

- ① 다운 ② 강산 ③ 아름, 다운
④ 아름, 강산 ⑤ 아름, 다운, 강산

▷ 옛날 문항 구경해 보라고. 선택 확통인데, 비둘기집이 있었나?

[2010학년도 9월 10번]

77. 1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 다음은 이 카드 중에서 동시에 3장을 선택할 때, 카드에 적힌 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수를 구하는 과정이다.

두 자연수 $m, n(2 \leq m \leq n)$ 에 대하여 1부터 n 까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드에서 동시에 m 장을 선택할 때, 카드에 적힌 어느 두 수도 연속하지 않는 경우의 수를 $N(n, m)$ 이라 하자. 9장의 카드에서 3장의 카드를 선택할 때, 9가 적힌 카드가 선택되는 경우와 선택되지 않는 경우로 나누면 $N(9, 3)$ 에 대하여 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$N(9, 3) = N(\boxed{(가)}, 2) + N(8, 3)$$

$N(8, 3)$ 에 8이 적힌 카드가 선택되는 경우와 선택되지 않는 경우로 나누어 적용하면

$$N(9, 3) = N(\boxed{(가)}, 2) + N(6, 2) + N(7, 3)$$

이다. 이와 같은 방법을 계속 적용하면

$$N(9, 3) = \sum_{k=3}^7 N(k, 2)$$

이다. 여기서

$$N(k, 2) = \boxed{(나)} - (k-1)$$

이므로

$$N(9, 3) = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?77)

	(가)	(나)	(다)
①	7	${}_k C_2$	35
②	8	${}_{k+1} C_2$	48
③	7	${}_k C_2$	48
④	8	${}_k C_2$	48
⑤	7	${}_{k+1} C_2$	35

▷ 점화식 찾아내는 것이 썩 쉽지는 않다.

[2010학년도 9월 27번]

78. 남자 5명과 여자 3명이 출연하는 방송 프로그램이 있다. 이 프로그램에서 남자와 여자를 같은 수로 선택하여 게임을 시키려고 할 때, 선택할 수 있는 경우의 수는?78)

(단, 한 명도 선택하지 않는 경우는 없다.)

- ① 47
- ② 49
- ③ 51
- ④ 53
- ⑤ 55

▷ 무슨 게임을 하기에 참가자 수가 정해져 있지 않지?

[2010학년도 6월 15번]

79. 다음은 n 이 2 이상의 자연수일 때 $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}^2$ 의 값을 구하는 과정이다.

두 다항식의 곱
 $(a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1})(b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n)$
 에서 x^{n-1} 의 계수는
 $a_0b_{n-1} + a_1b_{n-2} + \dots + a_{n-1}b_0 \dots (*)$
 이다. 등식
 $(1+x)^{2n-1} = (1+x)^{n-1}(1+x)^n$
 의 좌변에서 x^{n-1} 의 계수는 $\boxed{(가)}$ 이고, $(*)$ 을
 이용하여 우변에서 x^{n-1} 의 계수를 구하면

$$\sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} \times \boxed{(나)}$$

 이다.
 따라서 $\boxed{(가)} = \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} \times \boxed{(나)}$ 이다.
 한편 $1 \leq k \leq n$ 일 때, $k \times \binom{n}{k} = n \times \binom{n-1}{k-1}$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}^2 &= \sum_{k=1}^n (n \times \binom{n-1}{k-1} \times \boxed{(나)}) \\ &= n \times \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} \times \boxed{(나)} \\ &= \boxed{(다)} \end{aligned}$$

 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?79)

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|-----------------------|----------------------|--|
| ① | $2n \binom{n}{n}$ | $n \binom{n}{n-k+1}$ | $\frac{n}{2} \times 2n \binom{n}{n+1}$ |
| ② | $2n-1 \binom{n}{n-1}$ | $n \binom{n}{n-k+1}$ | $\frac{n}{2} \times 2n \binom{n}{n}$ |
| ③ | $2n-1 \binom{n}{n-1}$ | $n \binom{n}{n-k}$ | $\frac{n}{2} \times 2n \binom{n}{n}$ |
| ④ | $2n \binom{n}{n}$ | $n \binom{n}{n-k+1}$ | $n \times 2n \binom{n}{n+1}$ |
| ⑤ | $2n-1 \binom{n}{n-1}$ | $n \binom{n}{n-k}$ | $\frac{n}{2} \times 2n \binom{n}{n+1}$ |

▷ 이항계수의 성질 정리 해두자.
 (이론상) 언제든 나올 수 있다.

[2010학년도 6월 27번]

80. 두 문자 a, b 를 중복을 허락하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 만족시키는 문자열의 개수는?80)

- (가) 첫 문자는 a 이다.
 (나) a 끼리는 이웃하지 않는다.

- ① 16 ② 14 ③ 12
 ④ 10 ⑤ 8

▷ 수형도 조야.
 a 의 개수로 분류해도 좋다. [선택하고 배열].

[2010학년도 6월 25번]

81. 좌표평면 위의 점들의 집합 $S = \{(x, y) | x \text{와 } y \text{는 정수}\}$ 가 있다. 집합 S 에 속하는 한 점에서 S 에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

점 P에서 한 번의 '점프'로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$ 이다.

점 A(-2, 0)에서 점 B(2, 0)까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 구하여라.⁸¹⁾ (단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.)

- ▷ 매 번 오른쪽으로 한 칸은 가야 한다.
최단경로 문제 풀 때처럼 풀면 되겠네.

[2010학년도 6월 27번]

82. 1부터 100까지의 자연수에서 서로 다른 3개를 선택하는 방법 중, 17을 포함하도록 선택하는 방법의 수를 a 라 하고, 17을 포함하지 않도록 선택하는 방법의 수를 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?⁸²⁾

- ① $\frac{94}{3}$ ② $\frac{95}{3}$ ③ $\frac{97}{3}$
 ④ $\frac{98}{3}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

▷ 식 ${}_nC_k + {}_nC_{k+1} = {}_{n+1}C_{k+1}$ 를 고찰해볼 기회.

[2009학년도 수능 15번]

83. 어떤 사회봉사센터에서는 다음과 같은 4가지 봉사활동 프로그램을 매일 운영하고 있다.

프로그램	A	B	C	D
봉사활동 시간	1시간	2시간	3시간	4시간

철수는 이 사회봉사센터에서 5일간 매일 하나씩의 프로그램에 참여하여 다섯 번의 봉사활동 시간 합계가 8시간이 되도록 아래와 같은 봉사활동 계획서를 작성하려고 한다. 작성할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는?⁸³⁾

참여일	참여 프로그램	봉사활동 시간
2009.1.5		
2009.1.6		
2009.1.7		
2009.1.8		
2009.1.9		
봉사활동 시간 합계		8시간

- ① 47 ② 44 ③ 41
 ④ 38 ⑤ 35

▷ 구성하고 배열.

[2009학년도 수능 29번]

84. 여섯 개의 문자 A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는?⁸⁴⁾

- (가) A의 바로 다음 자리에 B가 올 수 없다.
 (나) B의 바로 다음 자리에 C가 올 수 없다.
 (다) C의 바로 다음 자리에 A가 올 수 없다.

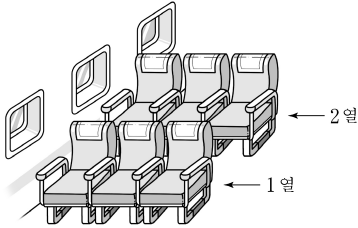
(예를 들어 CDFBAE는 조건을 만족시키지만 CDFABE는 조건을 만족시키지 않는다.)

- ① 380 ② 432 ③ 484
 ④ 536 ⑤ 598

▷ 요즘 나오면 좀 이상할 것 같긴 하네.
 포함배제 같은 느낌으루다가.

[2009학년도 9월 23번]

85. 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 가족이 있다. 이 가족 6명이 그림과 같은 6개의 좌석에 모두 앉을 때, 할아버지, 할머니가 같은 열에 이웃하여 앉고, 아버지, 어머니도 같은 열에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하여라.⁸⁵⁾



▷ 어르신들 먼저 앉히자.
아들, 딸은 남은 자리에.

[2009학년도 6월 26번]

86. 1보다 큰 자연수 x, y, z 에 대하여

$$[\log_2 x] + [\log_2 y] + [\log_2 z] = 4$$

를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?⁸⁶⁾
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 48 ② 54 ③ 60
- ④ 66 ⑤ 72

▷ 중복조합인 줄 알았다가, 케이스가 거의 없네.
 $[\log_2 x] = 2$ 일 때 가능한 x 의 개수는?

[2009학년도 6월 28번]

87. a, b, c, d, e 를 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열 중에서 다음 세 조건을 만족시키는 문자열의 개수는?⁸⁷⁾

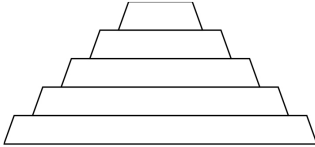
- (가) 첫째 자리에는 b 가 올 수 없다.
- (나) 셋째 자리에는 a 도 올 수 없고 b 도 올 수 없다.
- (다) 다섯째 자리에는 b 도 올 수 없고 c 도 올 수 없다.

- ① 24 ② 28 ③ 32
- ④ 36 ⑤ 40

▷ _____가 어디 오는지로 분류.
[걸리는 것이 많은 것이] 기준으로 좋다.
나머지는 포함배제처럼 가는 것이 좋은데.

[2009학년도 6월 25번]

88. 그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.⁸⁸⁾



▷ 테크니컬한 접근을 시도했다가 망하고 수형도를 그리게 되는 것이 보통이다.

[2009학년도 6월 30번]

89. A, B 두 사람이 하루에 한 번씩 탁구 경기를 하기로 하였다. 첫 경기부터 A가 이긴 횟수가 B가 이긴 횟수보다 항상 많거나 같도록 유지되면서 경기가 진행될 때, 처음 7일 동안 경기를 치른 결과, A가 네 번 이기고 B가 세 번 이기는 경우의 수를 구하여라.⁸⁹⁾

▷ 수형도 그리다가 빠치고 자연스럽게 최단거리 문제로 돌리면 된다.

카탈란 아냐? 꼭 알아야 하는 것은 아니지만.

- 1) 100
- 2) 260
- 3) ②
- 4) ②
- 5) ③
- 6) 115
- 7) ①
- 8) ①
- 9) ④
- 10) 218
- 11) ③
- 12) ⑤
- 13) 48
- 14) 36
- 15) 201
- 16) ⑤
- 17) ③
- 18) ⑤
- 19) ⑤
- 20) 332
- 21) ④
- 22) 168
- 23) ③
- 24) ①
- 25) 114
- 26) 74
- 27) ③
- 28) 450
- 29) ②
- 30) ②
- 31) 49
- 32) ③
- 33) ③
- 34) ①
- 35) 60
- 36) ②
- 37) ①
- 38) ③
- 39) ⑤
- 40) ③
- 41) 33
- 42) ②
- 43) ①
- 44) ③
- 45) ①
- 46) 45
- 47) ③
- 48) 10
- 49) ④
- 50) 32
- 51) ⑤
- 52) 36
- 53) ③
- 54) 32
- 55) ①
- 56) 68
- 57) 220
- 58) 9
- 59) ⑤
- 60) ④
- 61) ③
- 62) ②
- 63) ②
- 64) ②
- 65) ④
- 66) 126
- 67) ②
- 68) ②
- 69) ①
- 70) ⑤
- 71) ①
- 72) ②
- 73) 28
- 74) ③
- 75) ⑤
- 76) ③
- 77) ①
- 78) ⑤
- 79) ③
- 80) ⑤
- 81) 19
- 82) ③
- 83) ⑤
- 84) ②
- 85) 64
- 86) ①
- 87) ②
- 88) 30
- 89) 14