
기출문제 다잡기

평가원의 수준

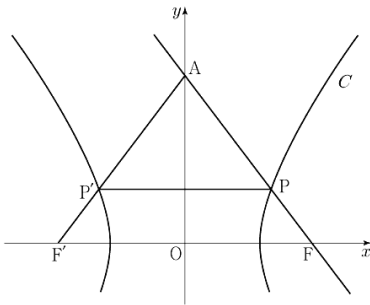
[이차곡선]

[2023학년도 수능 기하 28번]

1. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 C 와 y 축 위의 점 A 가 있다. 쌍곡선 C 가 선분 AF 와 만나는 점을 P , 선분 AF' 와 만나는 점을 P' 이라 하자. 직선 AP 는 쌍곡선 C 의 한 점근선과 평행하고

$$\overline{AP} : \overline{PP'} = 5 : 6, \quad \overline{PF} = 1$$

일 때, 쌍곡선 C 의 주축의 길이는?1)

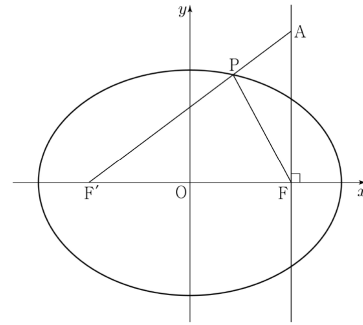


- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{3}$
 ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

▷ 이차곡선의 정의로 접근. 선분의 길이를 변수로. 기울기로 각을 준 부분이 약간 어려울 수 있겠다.

[2023학년도 9월 기하 25번]

2. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선 위의 점 A 가 $\overline{AF'} = 5, \overline{AF} = 3$ 을 만족시킨다. 선분 AF' 과 타원이 만나는 점을 P 라 할 때, 삼각형 $PF'F$ 의 둘레의 길이는?2) (단, a 는 $a > \sqrt{5}$ 인 상수이다.)



- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9
 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

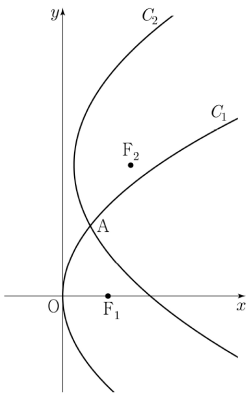
▷ 이차곡선의 정의.

[2023학년도 9월 기하 28번]

3. 실수 $p(p \geq 1)$ 과 함수 $f(x) = (x+a)^2$ 에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2 = 4x, \quad C_2 : (y-3)^2 = 4p\{x-f(p)\}$$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때, $\overline{AF_1} = \overline{AF_2}$ 를 만족시키는 p 가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a 의 값은?3)

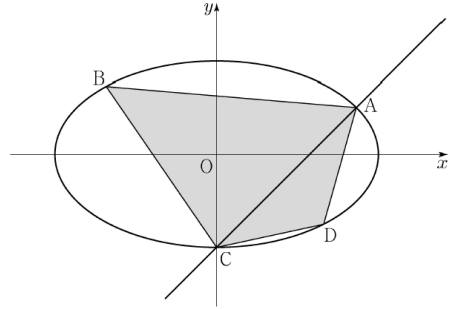


- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

▷ 정의 치면 답은 어렵지 않게 나오는데,
 p 가 하나라 되도록 a 를 결정하라는 것이 100% 이해되기 힘들어 뭔가 짝잡한 문항.

[2023학년도 6월 기하 26번]

4. 좌표평면에서 타원 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 과 직선 $y = x - 1$ 이 만나는 두 점을 A, C라 하자. 선분 AC가 사각형 ABCD의 대각선이 되도록 타원 위에 두 점 B, D를 잡을 때, 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은?4)



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

▷ 일단 접할 때인 것이 보여야 한다.
 기울기가 주어진 접선 공식.
 두 점 A, C를 구할 때 방정식을 연립하는 것이 (수능에서는) 좀 어색하다.

[2023학년도 6월 기하 28번]

5. 좌표평면에서 직선 $y=2x-3$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. 두 점 $A(c, 0)$, $B(-c, 0)$ ($c>0$)에 대하여 $\overline{PB}-\overline{PA}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P 의 좌표가 $(3, 3)$ 일 때, 상수 c 의 값은?⁵⁾

- ① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

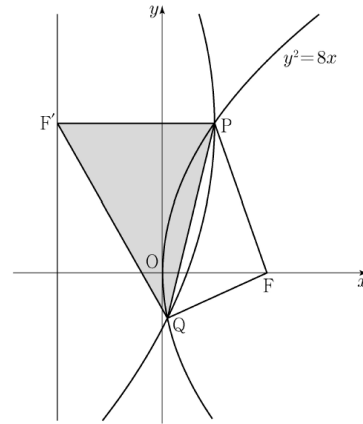
▷ 어? 이거 그 문제 변형이네.

[2020학년도 수능 17번], [2020학년도 9월 21번]

이 잘 공부되어 있지 않으면 어려울 듯.

[2023학년도 6월 기하 29번]

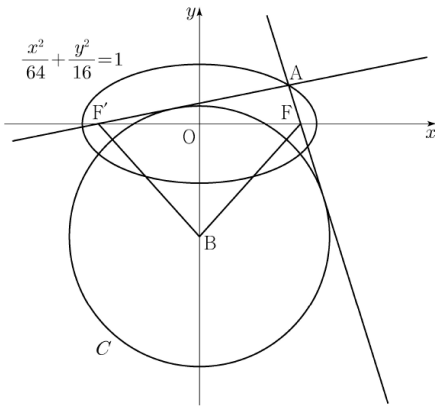
6. 초점이 F 인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 를 지나고, x 축과 평행한 직선이 포물선 $y^2=8x$ 의 준선과 만나는 점을 F' 이라 하자. 점 F' 을 초점, 점 P 를 꼭짓점으로 하는 포물선이 포물선 $y^2=8x$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 삼각형 $PF'Q$ 의 둘레의 길이가 12일 때, 삼각형 $PF'Q$ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.⁶⁾ (단, 점 P 의 x 좌표는 2보다 작고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



▷ 약간 귀찮게 굴고 있지만 그저 이차곡선의 정의.

[2022학년도 수능 기하 26번]

7. 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A가 있다. 두 직선 AF, AF'에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 중 중심의 y좌표가 음수인 것을 C라 하자. 원 C의 중심을 B라 할 때, 사각형 AFBF'의 넓이가 72이다. 원 C의 반지름의 길이는?)

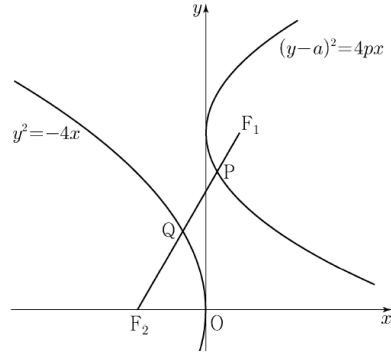


- ① $\frac{17}{2}$
- ② 9
- ③ $\frac{19}{2}$
- ④ 10
- ⑤ $\frac{21}{2}$

▷ 하던 것 하면 답을 구할 수 있지만.. 맛이 좀 묘한 문항.
원의 반지름이 구해지는데 구할 필요 없던가..

[2022학년도 수능 기하 28번]

8. 두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3$, $\overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은?)

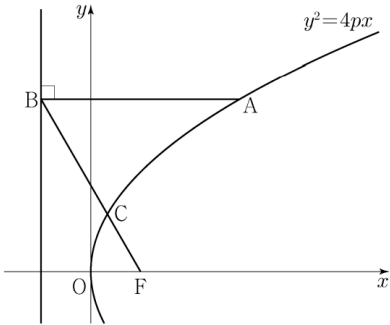


- ① 6
- ② $\frac{25}{4}$
- ③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{27}{4}$
- ⑤ 7

▷ 포물선의 초점을 지나는 반직선. 해두자.

[2022학년도 9월 기하 26번]

9. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BF}$ 이고 $\overline{BC} + 3\overline{CF} = 6$ 일 때, 양수 p 의 값은?⁹⁾

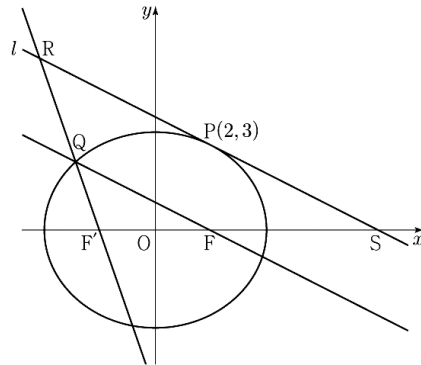


- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$
 ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

▷ 이차곡선은 그냥 정의지.

[2022학년도 9월 기하 28번]

10. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $P(2, 3)$ 에서 타원에 접하는 직선을 l 이라 하자. 점 F를 지나고 l 과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자. 두 직선 $F'Q$ 와 l 이 만나는 점을 R, l 과 x 축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF'의 둘레의 길이는?¹⁰⁾



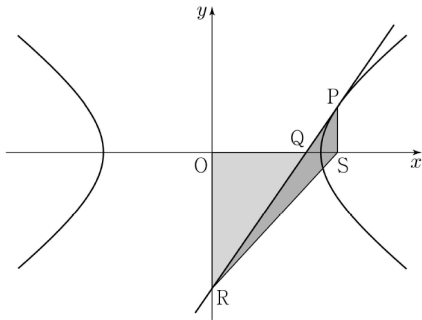
- ① 30 ② 31 ③ 32
 ④ 33 ⑤ 34

▷ 접선, 정의, 닮음. 묘한 짝뿔 문항을 만들어냈네.

[2022학년도 6월 기하 27번]

11. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점

$P(4, k)(k > 0)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , y 축과 만나는 점을 R 라 하자. 점 $S(4, 0)$ 에 대하여 삼각형 QOR 의 넓이를 A_1 , 삼각형 PRS 의 넓이를 A_2 라 하자. $A_1 : A_2 = 9 : 4$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 상수이다.)

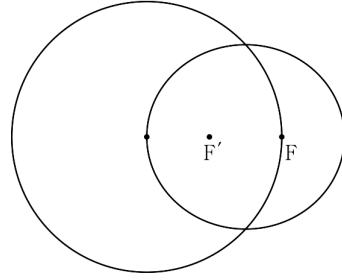


- ① $2\sqrt{10}$
- ② $2\sqrt{11}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ $2\sqrt{13}$
- ⑤ $2\sqrt{14}$

▷ 이차곡선 위의 점에서의 접선 공식.
계산 과정에서 x 값이 살짝 날아가도 좋다.

[2022학년도 6월 기하 28번]

12. 두 초점이 F, F' 이고 장축의 길이가 $2a$ 인 타원이 있다. 이 타원의 한 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 이 타원의 서로 다른 두 꼭짓점과 한 초점을 지날 때, 상수 a 의 값은? (단, F, F' 는 초점이다.)

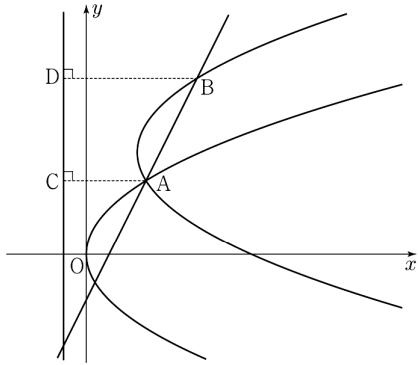


- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$
- ③ $\sqrt{3}-1$
- ④ $2\sqrt{2}-2$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

▷ 타원부터 풀면 별 것 아닌데, 그림이 묘하게 원을 중심으로.. 타원, 쌍곡선의 $a:b:c$ 라 하는데, 이거 꽤 중요하다.

[2022학년도 6월 기하 29번]

13. 포물선 $y^2 = 8x$ 와 직선 $y = 2x - 4$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a 에 대하여 포물선 $(y - 2a)^2 = 8(x - a)$ 가 점 A를 지날 때, 직선 $y = 2x - 4$ 와 포물선 $(y - 2a)^2 = 8(x - a)$ 가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x = -2$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{AC} + \overline{BD} - \overline{AB} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하여라. ¹³⁾



▷ 초점에서 반직선 공식 외워라.

$$\cos\theta = \frac{a - 2p}{a} = \frac{2p - b}{b}$$

약속된 평행이동 안 보인 학생이 있을까.

[수능 예시문항 기하 26번]

14. 좌표평면에서 타원 $x^2 + 3y^2 = 19$ 와 직선 l 은 제1사분면 위의 한 점에서 접하고, 원점과 직선 l 사이의 거리는 $\frac{19}{5}$ 이다. 직선 l 의 기울기는? ¹⁴⁾
- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{5}{6}$ ③ -1
 ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

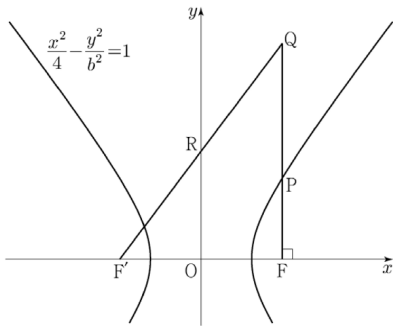
▷ 접선 공식은

- ① 기울기가 주어진 접선
- ② 곡선 위의 점에서 접하는 직선

이 교육과정에 따라 애가 있었다가 애가 있었다가 했다. 그냥 둘 다 해두자.

[수능 예시문항 기하 27번]

15. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)(c>0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 직선 PF 위에 $\overline{QP}:\overline{PF}=5:3$ 이 되도록 점 Q 를 잡는다. 직선 $F'Q$ 가 y 축과 만나는 점을 R 라 할 때, $\overline{QP}=\overline{QR}$ 이다. b^2 의 값은? ¹⁵⁾(단, b 는 상수이고, 점 Q 는 제1사분면 위의 점이다.)



- ① $\frac{1}{2}+2\sqrt{5}$ ② $1+2\sqrt{5}$ ③ $\frac{3}{2}+2\sqrt{5}$
- ④ $2+2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}+2\sqrt{5}$

▷ 어차피 정의 따라 (선분 길이로) 풀어야 하니

$$\overline{QP} = 5x, \overline{PF} = 3x$$

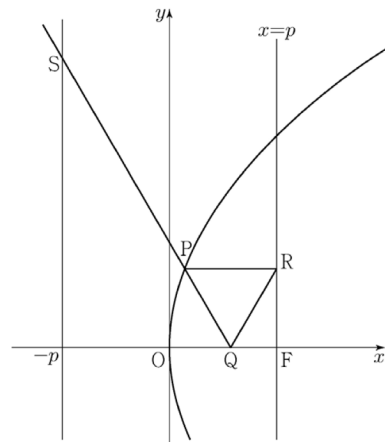
두고, 쌍곡선 쓰긴 써야겠지? $\overline{PF'} = 3x + 4$ 이고.

조건 [초점에서 수직으로]를 써야 한다.

삼각형 $F'OR$ 과 삼각형 $F'FQ$ 가 서로 닮았다가 좋다.

[수능 예시문항 기하 29번]

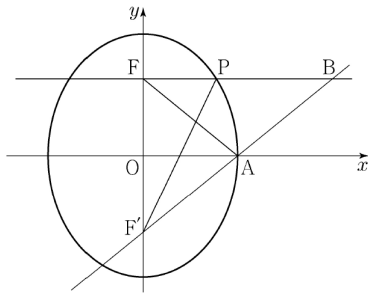
16. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)(p>0)$ 인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P , x 축 위의 점 Q , 직선 $x=p$ 위의 점 R 에 대하여 삼각형 PQR 는 정삼각형이고 직선 PR 는 x 축과 평행하다. 직선 PQ 가 점 $S(-p, \sqrt{21})$ 을 지날 때, $\frac{\overline{QF}}{\overline{PF}} = \frac{a+b\sqrt{7}}{6}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. ¹⁶⁾(단, a 와 b 는 정수이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)



▷ 정의 적당히 잘 적용.

[2020학년도 수능 13번]

17. 그림과 같이 두 점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 를 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 직선 $y=c$ 가 직선 AF' 과 만나는 점을 B , 직선 $y=c$ 가 타원과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 P 라 하자. 삼각형 BPF' 의 둘레의 길이와 삼각형 BFA 의 둘레의 길이의 차이가 4일 때, 삼각형 $AF'F$ 의 넓이는? (단, $0 < a < 5$, $c > 0$)



- ① $5\sqrt{6}$ ② $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ ③ $4\sqrt{6}$
- ④ $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

▷ 타원의

- ① 정의, ② 방정식, ③ $a:b:c$

를 잘 버무려 냈다. [2020학년도 6월 13번] 관련.

[2020학년도 수능 17번]

18. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC 가 있다. $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P 에 대하여 선분 PA 의 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC 의 넓이는? (18)

- ① $20\sqrt{3}$ ② $21\sqrt{3}$ ③ $22\sqrt{3}$
- ④ $23\sqrt{3}$ ⑤ $24\sqrt{3}$

▷ $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P 의 자취는 _____이다. [2020학년도 9월 21번] 관련.

[2020학년도 9월 21번]

19. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은?¹⁹⁾

직사각형 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P 의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때 최대이고 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 일 때 최소이다.

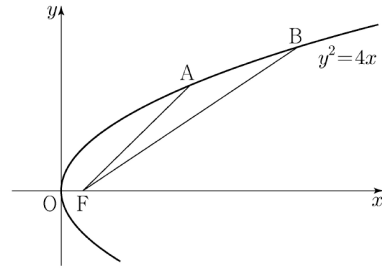
- ① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$
- ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$

▷ 매우 실험적인 문항. 9월에 장난치지 마라. 그래도 수능에서 장난치는 것보다는 낫나?

일단 [21번] 자리에 출제된 것이 예바고, 자취를 강조하고 방정식에 의한 풀이라는 점이 수능이 아니라 논술 뻔.

[2020학년도 9월 27번]

20. 초점이 F 인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B 가 있다. 두 점 A, B 의 x 좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB 의 무게중심의 x 좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하여라.²⁰⁾



▷ 포물선의 정의와.. 자연수 조건?

[2020학년도 6월 8번]

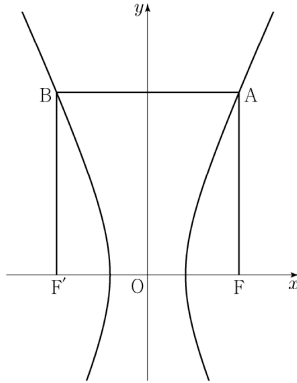
21. 포물선 $y^2 - 4y - ax + 4 = 0$ 의 초점이 좌표가 $(3, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?²¹⁾ (단, a, b 는 양수이다.)

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

▷ 평행이동 한 번 씩 낸다.

[2020학년도 6월 13번]

22. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A , 점 F' 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B 라고 하자. 사각형 $ABF'F$ 가 정사각형일 때, $ABF'F$ 의 대각선의 길이는? ²²⁾

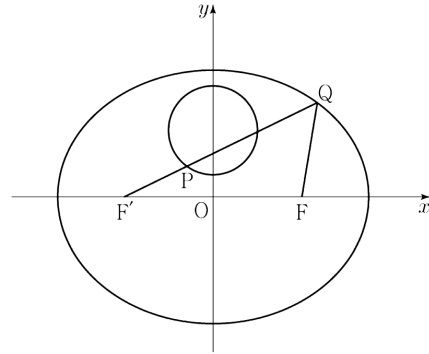


- ① $3+2\sqrt{2}$ ② $5+\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$
 ④ $6+\sqrt{2}$ ⑤ $5+2\sqrt{2}$

▷ 방정식을 강조한 문항.
 뭔가 수능색이 아닌데..

[2019학년도 수능 28번]

23. 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{33} = 1$ 이 있다. 원 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 가 이 타원과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} + \overline{FQ}$ 의 최댓값을 구하여라. ²³⁾



▷ [수능이 좋아하는] 이차곡선의 정의 문항.
 원도 꺼서 살짝 헷갈리긴 하는데,
 일단 적당한 길이들을 변수로 놓고.. 알아서.

[2019학년도 9월 5번]

24. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\overline{PF} = 4$ 일 때, $a+b$ 의 값은?24) (단, $b > 0$)
- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

▷ 호호.

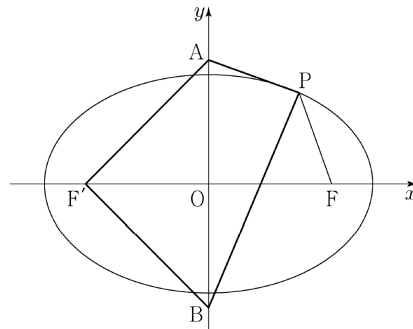
[2019학년도 6월 5번]

25. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리가 $6\sqrt{6}$ 일 때, a^2 의 값은?25) (단, a 는 상수이다.)
- ① 14 ② 16 ③ 18
 ④ 20 ⑤ 22

▷ 군대가.

[2019학년도 9월 27번]

26. 좌표평면에서 두 점 $A(0, 3)$, $B(0, -3)$ 에 대하여, 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P가 $\overline{AP} = \overline{PF}$ 를 만족시킨다. 사각형 AF'BP의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.26) (단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이고 a, b 는 자연수이다.)

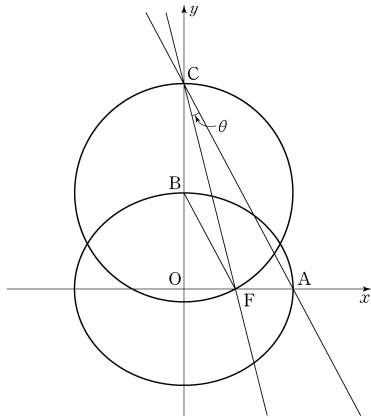


▷ 이차곡선의 정의와 대칭성.

처음에 보고 나름 어렵다고 생각했지만,
 [2018학년도 수능 27번]에 시달린 학생들에게는 껌이었다는.

[2019학년도 6월 17번]

27. 그림과 같이 한 초점이 $F(c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원이 y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 C 라 할 때, 직선 CF 와 직선 CA 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? (단, a, b, c 는 양수이다.)



- ① $\frac{36}{145}$ ② $\frac{41}{145}$ ③ $\frac{46}{145}$
 ④ $\frac{51}{145}$ ⑤ $\frac{56}{145}$

▷ 일단 $\angle OBF = 2\theta$ 쪽으로 둘러자.
 중요한 힌트 : $17^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 이다.

[2019학년도 6월 19번]

28. 0이 아닌 실수 p 에 대하여 좌표평면 위의 두 포물선 $x^2 = 2y$ 와 $(y + \frac{1}{2})^2 = 4px$ 에 동시에 접하는 직선의 개수를 $f(p)$ 라 하자. $\lim_{p \rightarrow k^+} f(p) > f(k)$ 를 만족시키는 실수 k 의 값은? (28)

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

▷ p 를 조절하면서 관찰해보자.
 상황도 어색하고 계산도 꽤 까다롭다.
 합답형 문항으로 만들다가 돌린 듯.
 보기 중에 $\underline{\hspace{1cm}}$ 가 없는 것은 평가원의 배려.

[2018학년도 수능 8번]

29. 타원 $\frac{(x-2)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표가

(6, b), (-2, b)일 때, ab의 값은?²⁹⁾ (단, a는 양수이다.)

- ① 40 ② 42 ③ 44
- ④ 46 ⑤ 48

▷ 평행이동.

[2018학년도 9월 9번]

30. 다음 조건을 만족시키는 쌍곡선의 주축의 길이는?³⁰⁾

(가) 두 초점의 좌표는 (5, 0), (-5, 0)이다.
 (나) 두 점근선이 서로 수직이다.

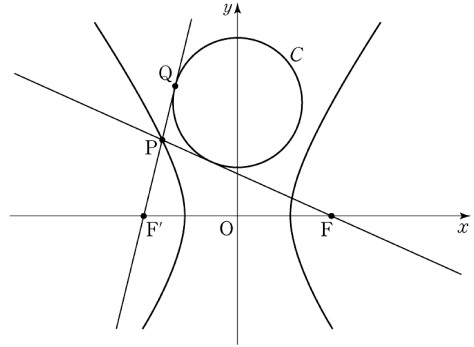
- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

▷ 점근선이 서로 수직이다.
 ⇒ 점근선의 기울기가 _____이다.

[2018학년도 수능 27번]

31. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$

위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F'P에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 F'P와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하여라.³¹⁾ (단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$)



▷ 처음 푼다면 상당히 어려울 거야.

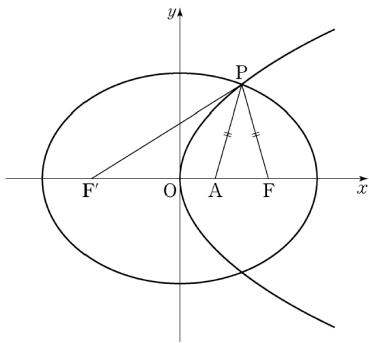
이차곡선의 정의와 대칭성.
 원 밖의 점에서 그은 접선과 세부리.
 그리고 원지 모를 헛갈림.

[2018학년도 9월 27번]

32. 좌표평면에서 초점이 $A(a, 0)$ ($a > 0$)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > a$)인 타원의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P 라 하자.

$$\overline{AF} = 2, \overline{PA} = \overline{PF}, \overline{FF'} = \overline{PF'}$$

일 때, 타원의 장축의 길이는 $p + q\sqrt{7}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.³²⁾ (단, p, q 는 유리수이다.)



▷ 이차곡선의 정의. 이차곡선의 정의.
중요해서 두 번 썼다.

[2017학년도 수능 19번]

33. 두 양수 k, p 에 대하여 점 $A(-k, 0)$ 에서 포물선 $y^2 = 4px$ 에 그은 두 접선이 y 축과 만나는 두 점을 각각 F, F' , 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$ 이다. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 두 점 P, Q 를 지나는 타원의 장축의 길이가 $4\sqrt{3} + 12$ 일 때, $k+p$ 의 값은?³³⁾

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

▷ 은근히 어려운 문항. 아마 변수가 많아서.

처음부터 타원에 초점을 맞추면 망한다.
 $P(a, b)$ 라 할 때, 네 변수 k, p, a, b 를
한 변수로 나타내는 것이 핵심.

포물선 접선의 성질을 익히고 있으면 요긴하다.

[2018학년도 6월 10번]

34. 주축의 길이가 4인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의

방정식이 $y = \pm \frac{5}{2}x$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? ³⁴⁾

(단, a 와 b 는 상수이다.)

- ① 21 ② 23 ③ 25
- ④ 27 ⑤ 29

▷ 쌍곡선은 좀 헛갈리죠.
점근선의 기울기에서 $a:b$ 가 나온다.

[2017학년도 9월 25번]

35. 좌표평면에서 초점이 F인 포물선 $x^2 = 4y$ 위의

점 A가 $\overline{AF} = 10$ 을 만족시킨다. 점 B(0, -1)에
대하여 $\overline{AB} = a$ 일 때, a^2 의 값을 구하여라. ³⁵⁾

▷ 준선이 x 과 평행한 포물선..
이것은 참 귀한 문항이군요..

[2017학년도 수능 28번]

36. 점근선의 방정식이 $y = \pm \frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이

$F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선이 다음 조건을
만족시킨다.

(가) 쌍곡선 위의 한 점 P에 대하여

$$\overline{PF'} = 30, 16 \leq \overline{PF} \leq 20 \text{이다.}$$

(나) x 좌표가 양수인 꼭짓점 A에 대하여

선분 AF의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하여라. ³⁶⁾

▷ 쌍곡선의 $a:b:c$ 와 자연수 조건.

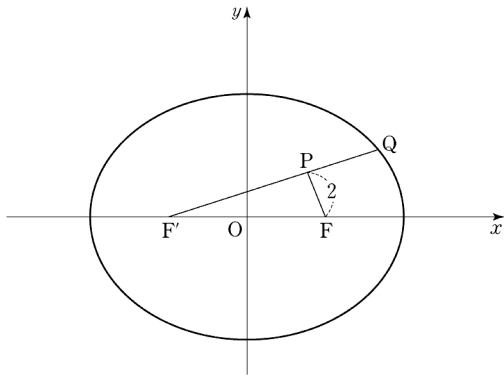
자연수 조건이 수능 문항으로는 좀 어색한데,
알게 모르게 꽤 출제된다.

[2017학년도 9월 27번]

37. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점 F, F'이고, 제1사분면에 있는 두 점 P, Q는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{PF} = 2$
- (나) 점 Q는 직선 PF'과 타원의 교점이다.

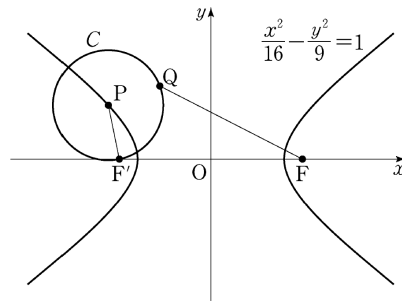
삼각형 PFQ의 둘레의 길이와 삼각형 PF'F의 둘레의 길이의 합을 구하여라.³⁷⁾



▷ 이차곡선의 정의. 점 P나 점 Q를 구하려고 드는 것이 망하는 비결.

[2017학년도 6월 18번]

38. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P를 중심으로 하고 선분 PF'을 반지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 FQ의 길이의 최댓값이 14일 때, 원 C의 넓이는?³⁸⁾ (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$)

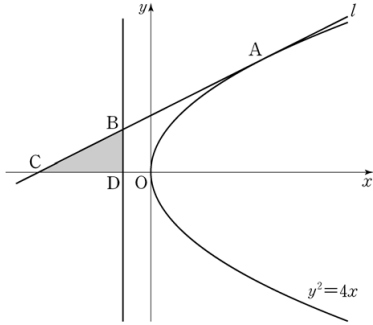


- ① 7π
- ② 8π
- ③ 9π
- ④ 10π
- ⑤ 11π

▷ 이차곡선의 정의, 선분의 길이를 변수로.

[2016학년도 수능 9번]

39. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(4, 4)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 l 과 포물선의 준선이 만나는 점을 B , 직선 l 과 x 축이 만나는 점을 C , 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 D 라 하자. 삼각형 BCD 의 넓이는?39)

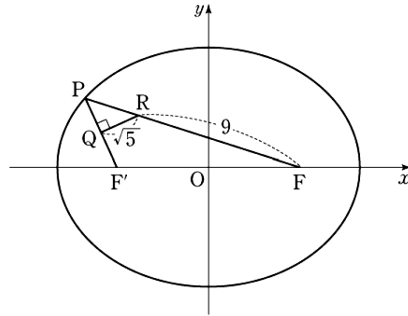


- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

▷ 대충 풀고.

[2016학년도 수능 26번]

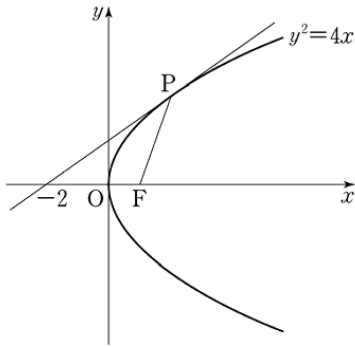
40. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 타원 위에 있고 제2사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 PF' 의 중점을 Q , 선분 PF 를 1:3으로 내분하는 점을 R 이라 하자. $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$, $\overline{QR} = \sqrt{5}$, $\overline{RF} = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.40) (단, a, b, c 는 양수이다.)



▷ 조건 되게 많이 줬거든요.
점 P를 구하려고 하면 안 되는 것 알죠?

[2016학년도 9월 12번]

41. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점의 x좌표가 -2이다. $\cos(\angle PFO)$ 의 값은?41) (단, O는 원점이다.)



- ① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
 ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

▷ 그냥 풀 수도 있지만, 포물선 접선의 성질은 정리해두자.
 접선의 x절편이 -2이므로 _____.

[2016학년도 9월 19번]

42. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제1사분면에 있다.
 (나) 삼각형 PF'F가 이등변삼각형이다.

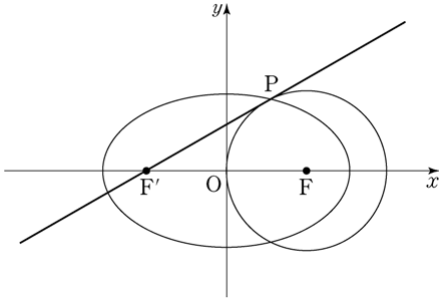
삼각형 PF'F의 넓이를 a라 할 때, 모든 a의 값의 곱은?42)

- ① $3\sqrt{77}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $9\sqrt{10}$
 ④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{105}$

▷ 점 구하려고 하지 말라고.

[2016학년도 6월 12번]

43. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하고 장축의 길이가 4인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c 인 원이 타원과 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 원에 접하는 직선이 점 F' 을 지날 때, c 의 값은?43)

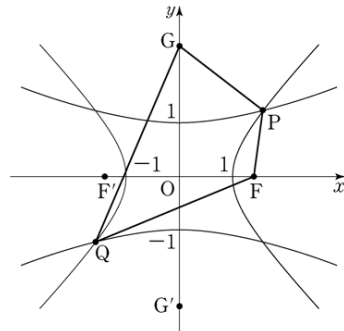


- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10} - \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6} - 1$
- ④ $2\sqrt{3} - 2$ ⑤ $\sqrt{14} - \sqrt{5}$

▷ 수직표시.

[2016학년도 6월 19번]

44. 그림과 같이 초점이 각각 F, F' 과 G, G' 이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O 인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P , 제3사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PG} \times \overline{QG} = 8$, $\overline{PF} \times \overline{QF} = 4$ 일 때, 사각형 $PGQF$ 의 둘레의 길이는?44) (단, 점 F 의 x 좌표와 점 G 의 y 좌표는 양수이다.)

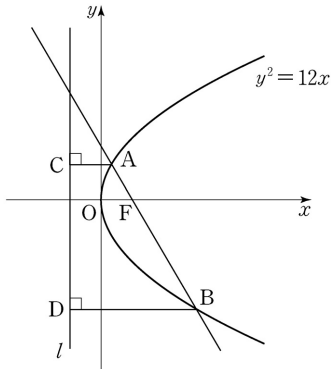


- ① $6 + 2\sqrt{2}$ ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ 10
- ④ $6 + 2\sqrt{5}$ ⑤ $6 + 2\sqrt{6}$

▷ 대칭성으로 선분 길이 옮기기의 시초격. 못 봐서 해매는 경우가 생기더라고.

[2015학년도 수능 10번]

45. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F 를 지나는 직선과 포물선이 만나는 두 점 A, B 에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AC} = 4$ 일 때, 선분 BD 의 길이는? ⁴⁵⁾



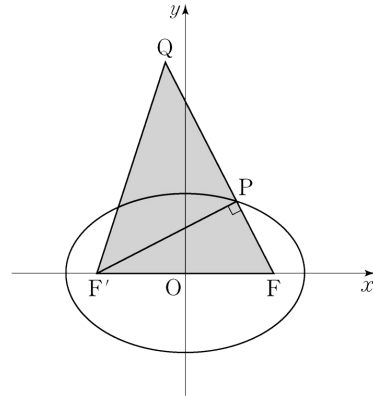
- ① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13
 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

▷ 포물선의 초점을 지나는 직선은 닳추지.

그 중에서도 가장 기본형 : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \underline{\quad}$.

[2015학년도 수능 27번]

46. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제1사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{FQ} = 6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 $QF'F$ 의 넓이를 구하여라. ⁴⁶⁾



▷ 선분 FF' 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 한 번씩 나온다. 물론 이 문항은 직각삼각형 이야기만 하면 되지만, 점 P 구하려 하지 말 것.

[2015학년도 9월 11번]

47. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = nx + (n+1)$ 이 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$ 이고 초점이 $(a_n, 0)$ 인 포물선에 접할 때,

$\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은?⁴⁷⁾

- ① 70 ② 72 ③ 74
- ④ 76 ⑤ 78

▷ 까다로울 수 있겠는데? 교육과정이 바뀌면서

- ① 접점에서부터 접선 구하는 방법
- ② 기울기에서부터 접선 구하는 방법

이 번갈아가며 있다 없다 했다. 둘 다 해두자.

[2015학년도 9월 25번]

48. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 타원 $x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 의

두 초점과 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 의 두 초점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 12일 때, a^2 의 값을 구하여라.⁴⁸⁾

▷ 식 알죠.

[2015학년도 6월 12번]

49. 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ 위의 점 $A(4, 1)$ 에서의 접선이

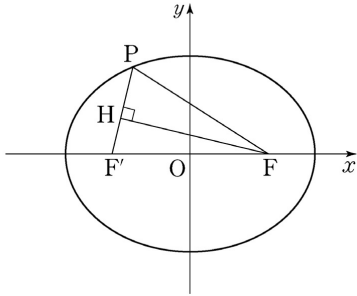
x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 이 쌍곡선의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F 라 할 때, 삼각형 FAB 의 넓이는?⁴⁹⁾

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

▷ 접선 푸는 방법은 두 가지 다 해두도록.

[2015학년도 6월 17번]

50. 그림과 같이 두 초점 F, F' 이 x 축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{a} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{FP} = 9$ 를 만족시킨다. 점 F 에서 선분 PF' 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{FH} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? ⁵⁰⁾



- ① 29 ② 30 ③ 31
- ④ 32 ⑤ 33

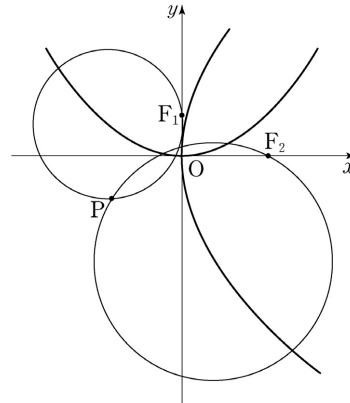
▷ 피타고라스.

[2015학년도 6월 28번]

51. 좌표평면에서 포물선 $C_1 : x^2 = 4y$ 의 초점을 F_1 , 포물선 $C_2 : y^2 = 8x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 중심이 C_1 위에 있고 점 F_1 을 지나는 원과 중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원의 교점이다.
- (나) 제3사분면에 있는 점이다.

원점 O 에 대하여 \overline{OP}^2 의 최댓값을 구하여라. ⁵¹⁾



▷ 특이한 유형이라 정답률이 낮다.

각각의 포물선에 대하여
원이 존재 가능한 영역을 나타내 보자.
마지막 최댓값이 좀 허무하게 결정된다.

[2014학년도 수능 8번]

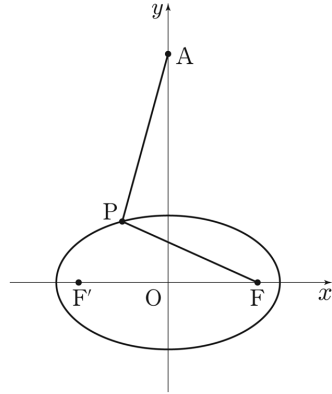
52. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 8x$ 에 접하는 두 직선 l_1, l_2 의 기울기가 각각 m_1, m_2 이다. m_1, m_2 가 방정식 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근일 때, l_1 과 l_2 의 교점의 x 좌표는?⁵²⁾

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

▷ 저 이차식이 인수분해 되면 재미없지 않냐?

[2014학년도 수능 27번]

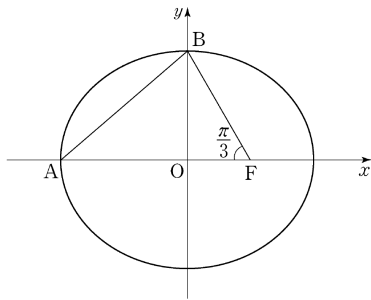
53. 그림과 같이 y 축 위의 점 $A(0, a)$ 와 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때, a^2 의 값을 구하여라.⁵³⁾



▷ 이차곡선의 정의로 만든 문항.
일단 없는 PF' 을 연결하고,
변수 설정은 무조건 선분의 길이로.

[2014학년도 9월 9번]

54. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점을 $F(c, 0)(c > 0)$, 이 타원이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 음수인 점을 A , y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 B 라 하자.
 $\angle AFB = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 AFB 의 넓이는 $6\sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

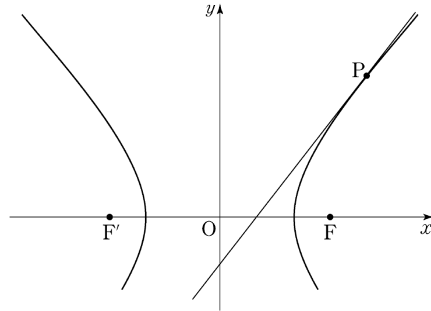


- ① 22 ② 24 ③ 26
- ④ 28 ⑤ 30

▷ 타원의 $a:b:c$, 피타고라~쓰.

[2014학년도 9월 26번]

55. 그림과 같이 두 초점이 $F(3, 0), F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ 에서의 접선과 x 축과의 교점이 선분 $F'F$ 를 2:1로 내분할 때, k^2 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

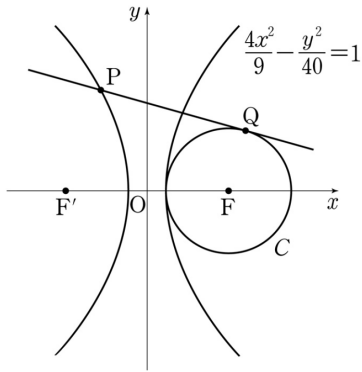


▷ 바뀐 과정에는 [기울기가 주어진 접선] 뿐이지만, 구 과정인 [접점이 주어진 접선]도 익혀 놓자.

의외로 출제자들은 아무 생각이 없기 때문이다. 출제자피셜.

[2014학년도 6월 12번]

56. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{4x^2}{9} - \frac{y^2}{40} = 1$ 의 두 초점은 F, F' 이고, 점 F 를 중심으로 하는 원 C 는 쌍곡선과 한 점에서 만난다. 제2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에서 원 C 에 접선을 그었을 때 접점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} = 12$ 일 때, 선분 PF' 의 길이는? ⁵⁶⁾

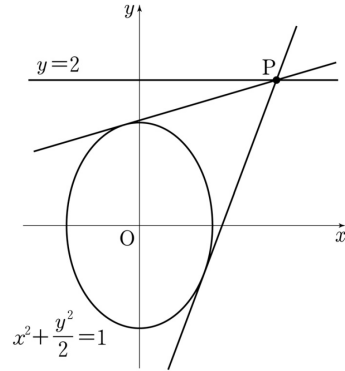


- ① 10 ② $\frac{21}{2}$ ③ 11
- ④ $\frac{23}{2}$ ⑤ 12

▷ 초점과 연결 ⇒ 정의 활용.
플러스 수직 표시?

[2014학년도 6월 19번]

57. 직선 $y=2$ 위의 점 P 에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{3}$ 이다. 점 P 의 x 좌표를 k 라 할 때, k^2 의 값은? ⁵⁷⁾



- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

▷ 기울기를 m_1, m_2 놓고 풀려고 하면 털린다.
기울기를 m 이라 두고 조건을 식으로 나타내어 얻는 이차방정식의 두 근이 m_1, m_2 이다.

[2014학년도 6월 29번]

58. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A에 대하여 점 B는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A가 원점이면 점 B도 원점이다.
- (나) 점 A가 원점이 아니면 점 B는 점 A, 원점 그리고 점 A에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의 값의 합을 구하여라.⁵⁸⁾

- ▷ 포물선 접선 성질을 알면 살짝 편하고,
 ① 수능에서 드문 자취 문항.
 ② 수능에서 흔한 초점을 지나는 직선.

[2013학년도 수능 18번]

59. 자연수 n 에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자.

$\overline{PF} = 1$ 이고 $\overline{FQ} = a_n$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하면?⁵⁹⁾

- ① 210
- ② 205
- ③ 200
- ④ 195
- ⑤ 190

▷ 포물선의 초점을 지나는 직선 : _____

모르면 보조선 긋고 답을 잡아야 하는데..
 비현실적이다. 순순히 성질을 외우도록 하자.

[2013학년도 수능 6번]

60. 쌍곡선 $x^2 - 4y^2 = a$ 위의 점 $(b, 1)$ 에서의 접선이 쌍곡선의 한 점근선과 수직이다. $a+b$ 의 값은?60)
(단, a, b 는 양수이다.)
- ① 68 ② 77 ③ 86
④ 95 ⑤ 104

▷ 기본 문항.

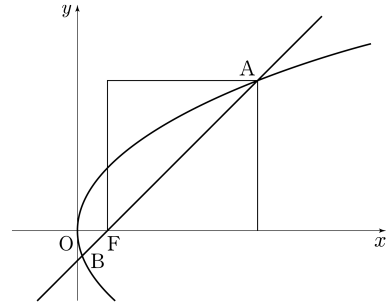
[2013학년도 9월 12번]

61. 좌표평면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에
평행하고 타원 $\frac{x^2}{8a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을 l 이라 하자.
원점과 직선 l 사이의 거리가 1일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 값은?61)
- ① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③ 10
④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

▷ 별 것 아니다. 차분하게.

[2013학년도 9월 26번]

62. 그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 F 인 포물선과 점 F 를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AF 를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB 의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하여라.62)
(단, a, b 는 정수이다.)

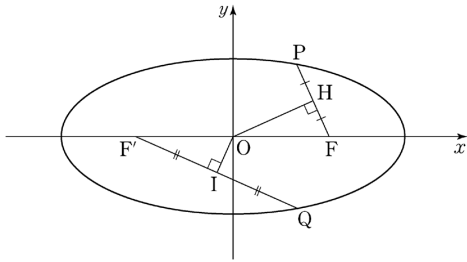


▷ 포물선의 초점을 지나는 직선의 심화,
이름하여 [초점에서 쓰는 반직선] ㅎㅎ

대충 $\cos\theta = \frac{a-2p}{a}$, $\cos\theta = \frac{2p-b}{b}$ 인데..
개인적으로는 애들도 추천이다.

[2013학년도 6월 27번]

63. 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 원점 O 에서 선분 PF 와 선분 QF' 에 내린 수선의 발을 각각 H 와 I 라 하자. 점 H 와 점 I 가 각각 선분 PF 와 선분 QF' 의 중점이고, $\overline{OH} \times \overline{OI} = 10$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하여라.⁶³⁾ (단, $\overline{OH} \neq \overline{OI}$)

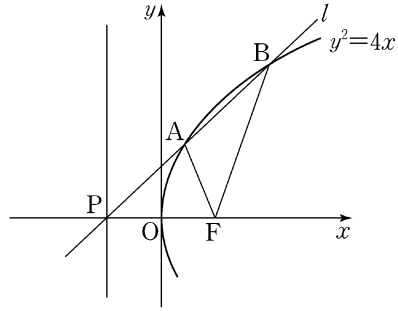


▷ 대충 두 점 P 와 Q 가 서로 x 축에 대하여 대칭각이 보여서 답을 내기는 내는데, 그 부분을 정확하게 판단하기는 쉽지 않다.

두 초점을 지름의 양 끝으로 하는 원이 떠야 한다.

[2013학년도 6월 20번]

64. 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F , 준선이 x 축과 만나는 점을 P , 점 P 를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 2$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?⁶⁴⁾

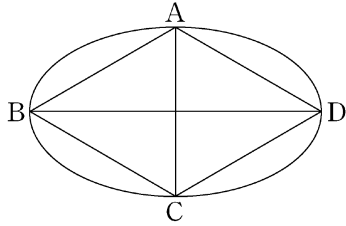


- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$
- ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

▷ 별 것 아닌데, 묘하게 말리는 학생이 많은 문항.

[2012학년도 수능 11번]

65. 한 변의 길이가 10인 마름모 ABCD에 대하여 대각선 BD를 장축으로 하고, 대각선 AC를 단축으로 하는 타원의 두 초점 사이의 거리가 $10\sqrt{2}$ 이다. 마름모 ABCD의 넓이는?⁶⁵⁾



- ① $55\sqrt{3}$ ② $65\sqrt{2}$ ③ $50\sqrt{3}$
- ④ $45\sqrt{3}$ ⑤ $45\sqrt{2}$

▷ 원가 평소에 다루던 직각삼각형이 아니군.

[2012학년도 수능 26번]

66. 포물선 $y^2 = nx$ 의 초점과 포물선 위의 점 (n, n) 에서의 접선 사이의 거리를 d 라 하자. $d^2 \geq 40$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.⁶⁶⁾

▷ 접선은 양쪽으로 다를 수 있도록 연습.

[2012학년도 9월 13번]

67. 두 초점이 F, F'이고, 장축의 길이가 10, 단축의 길이가 6인 타원이 있다. 중심이 F이고 점 F'을 지나는 원과 이 타원의 두 교점 중 한 점을 P라 하자. 삼각형 PFF'의 넓이는?⁶⁷⁾

- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$
- ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{70}$

▷ 이차곡선의 정의 & 직각.

[2012학년도 9월 26번]

68. 쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 타원 $\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.⁶⁸⁾

▷ 타원의 중심을 지나야겠군요.

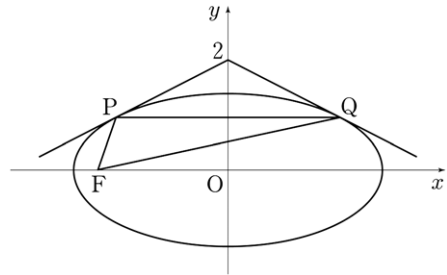
[2012학년도 6월 13번]

69. 원 $(x-4)^2 + y^2 = r^2$ 과 쌍곡선 $x^2 - 2y^2 = 1$ 이 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 양수 r 의 최댓값은?⁶⁹⁾
 ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

▷ 잘 그려보면 답은 뻔하긴 한데, 곡선끼리 만나는 상황이 조금 부담스럽다.

[2012학년도 6월 28번]

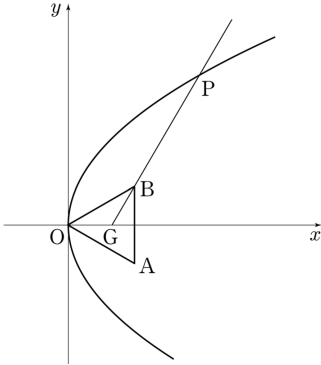
70. 점 $(0, 2)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를 F라 할 때, 삼각형 PFQ의 둘레의 길이는 $a\sqrt{2} + b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.⁷⁰⁾ (단, a, b 는 유리수이다.)



▷ 대칭성이라니, 시대를 앞서간 문항이군.

[2012학년도 6월 29번]

71. 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 OAB의 무게중심 G가 x축 위에 있다. 꼭짓점이 O이고 초점이 G인 포물선과 직선 GB가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 선분 GP의 길이를 구하여라.⁷¹⁾ (단, O는 원점이다.)



▷ 초점을 지나는 반직선, $\cos\theta = \frac{a-2p}{a}$ 각이다.
당연히 준선에 수선 내려서도 풀 수 있도록.

[2011학년도 수능 5번]

72. 좌표평면에서 점 A(0, 4)와 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 위의 점 P에 대하여 두 점 A와 P를 지나는 직선이 원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 과 만나는 두 점 중에서 A가 아닌 점을 Q라 하자. 점 P가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는?⁷²⁾

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

▷ 접할 때의 기울기를 찾아라.

[2011학년도 9월 4번]

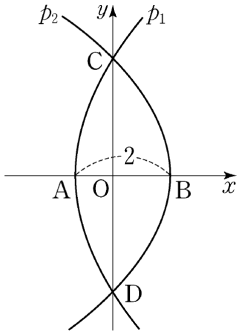
73. 좌표평면 위의 점 (-1, 0)에서 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 2$ 에 그은 접선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?⁷³⁾ (단, m, n은 상수이다.)

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ $\frac{9}{2}$

▷ 양쪽으로!

[2011학년도 수능 14번]

74. 그림과 같이 좌표평면에서 x 축 위의 두 점 A, B에 대하여 꼭짓점이 A인 포물선 p_1 과 꼭짓점이 B인 포물선 p_2 가 다음 조건을 만족시킨다. 이때, 삼각형 ABC의 넓이는?⁷⁴⁾



- (가) p_1 의 초점은 B이고, p_2 의 초점은 원점 O이다.
- (나) p_1 과 p_2 는 y 축 위의 두 점 C, D에서 만난다.
- (다) $\overline{AB}=2$

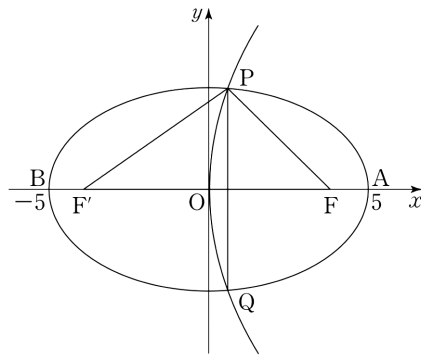
- ① $4(\sqrt{2}-1)$ ② $3(\sqrt{3}-1)$ ③ $2(\sqrt{5}-1)$
- ④ $\sqrt{3}+1$ ⑤ $\sqrt{5}+1$

▷ 말리기 딱 좋은 문항. $\overline{OB}=p$ 잡고, 두 포물선의 방정식을 구해보자.

포물선 $y^2=4px$ 가 점 $(p, 2p)$ 를 지난다는 것을 활용하여 과정을 조금 줄이는 것이 가능하다.

[2011학년도 9월 20번]

75. 좌표평면에서 두 점 $A(5, 0)$, $B(-5, 0)$ 에 대하여 장축이 선분 AB인 타원의 두 초점을 F, F'이라 하자. 초점이 F이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 타원과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ}=2\sqrt{10}$ 일 때, 두 선분 PF와 PF'의 길이의 곱 $\overline{PF} \times \overline{PF}'$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.⁷⁵⁾ (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



▷ 초점을 공유하는 두 개의 이차곡선이 났다?
⇒ 정의를 활용해야겠군.

조건이 많아서 조금 헛갈린다. 썼는지 아닌지.

[2010학년도 수능 4번]

76. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (76)
- ① 21 ② 32 ③ 45
 ④ 60 ⑤ 77

▷ 대충 풀어요.

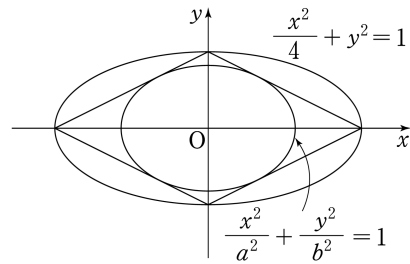
[2010학년도 9월 12번]

77. 쌍곡선 $9x^2 - 16y^2 = 144$ 의 초점을 지나고 점근선과 평행한 4개의 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는? (77)
- ① $\frac{75}{16}$ ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{25}{2}$
 ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{75}{2}$

▷ 근본 없는 그림이군.

[2009학년도 수능 19번]

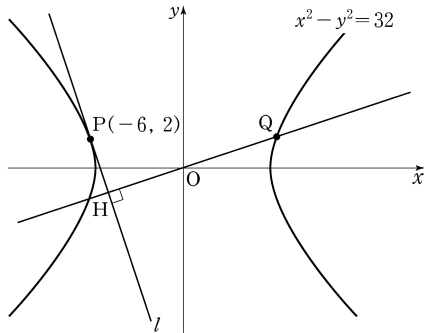
78. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 네 꼭짓점을 연결하여 만든 사각형에 내접하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점이 $F(b, 0)$, $F'(-b, 0)$ 일 때, $a^2b^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라. (78) (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



▷ 기울기가 주어진 접선공식.

[2009학년도 9월 20번]

79. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 32$ 위의 점 $P(-6, 2)$ 에서의 접선 l 에 대하여 원점 O 에서 l 에 내린 수선의 발을 H , 직선 OH 와 이 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자.
두 선분 OH 와 OQ 의 길이의 곱 $\overline{OH} \cdot \overline{OQ}$ 를 구하여라.⁷⁹⁾



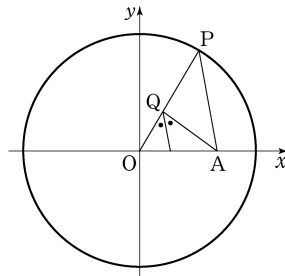
▷ 그냥 푸러.

[2009학년도 9월 8번]

80. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 와 점 $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 Q 전체의 집합을 X 라 하자. (단, $b \neq 0$)

- (가) 점 Q 는 선분 OP 위에 있다.
(나) 점 Q 를 지나고 직선 AP 에 평행한 직선이 $\angle OQA$ 를 이등분한다.

집합의 포함관계로 옳은 것은?80)



- ① $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ② $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
- ③ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ④ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
- ⑤ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$

▷ 수능에서 매우 귀한 자취 문항.
그 중에서도 기하적 자취 문항.
강력한 힌트 : $\overline{OQ} + \overline{QA}$ 를 조사해보자.

-
- 1) ②
 - 2) ⑤
 - 3) ①
 - 4) ⑤
 - 5) ①
 - 6) 23
 - 7) ②
 - 8) ⑤
 - 9) ③
 - 10) ①
 - 11) ③
 - 12) ③
 - 13) 80
 - 14) ⑤
 - 15) ④
 - 16) 6
 - 17) ①
 - 18) ⑤
 - 19) ⑤
 - 20) 90
 - 21) ②
 - 22) ③
 - 23) 11
 - 24) ④
 - 25) ③
 - 26) 14
 - 27) ①
 - 28) ③
 - 29) ①
 - 30) ④
 - 31) 116
 - 32) 29
 - 33) ①
 - 34) ⑤
 - 35) 136
 - 36) 12
 - 37) 22
 - 38) ③
 - 39) ③
 - 40) 104
 - 41) ②
 - 42) ⑤
 - 43) ④
 - 44) ④
 - 45) ①
 - 46) 12
 - 47) ①
 - 48) 19
 - 49) ②
 - 50) ②
 - 51) 5
 - 52) ④
 - 53) 105
 - 54) ④
 - 55) 15
 - 56) ①
 - 57) ②
 - 58) 14
 - 59) ①
 - 60) ①
 - 61) ①
 - 62) 128
 - 63) 180
 - 64) ⑤
 - 65) ③
 - 66) 12
 - 67) ④
 - 68) 52
 - 69) ②
 - 70) 32
 - 71) 8
 - 72) ④
 - 73) ④
 - 74) ③
 - 75) 103
 - 76) ②
 - 77) ⑤
 - 78) 17
 - 79) 32
 - 80) ⑤