원포인트 개념주입 C

확률

개념1

✔ 귀찮은 문제 : 열심히 세라

001.

한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5 번 반복한다. 각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 표를 작성한다.

(가) 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 △, 뒷면이 나오면 ○를 표시한다.
(나) 두 번째 시행부터
(1) 뒷면이 나오면 ○를 표시하고,
(2) 앞면이 나왔을 때, 바로 이전 시행의 결과가 앞면이면 ○, 뒷면이면 △를 표시한다.

예를 들어 동전을 5번 던져 ‘앞면, 뒷면, 앞면, 앞면, 뒷면’이 나오면 다음과 같이 표가 작성된다.

시행	1	2	3	4	5
표시	△	○	△	○	○

한 개의 동전을 5번 던질 때 작성되는 표에 표시된 △의 개수를 확률변수 x라 하자. $\mathrm{P}(X=2)$의 값은?[1)]

① $\frac{13}{32}$　② $\frac{15}{32}$　③ $\frac{17}{31}$　④ $\frac{19}{32}$　⑤ $\frac{21}{32}$

002.

자연수 n에 대하여 두 부등식

$$0 < x \le n, \quad y \le x^2 + \frac{1}{2}x$$

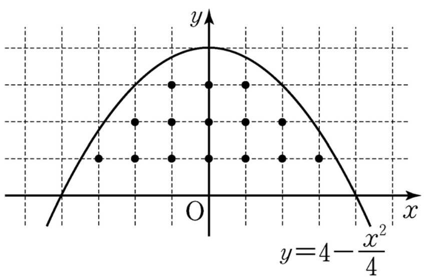
를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$ 중에서 임의로 하나를 택할 때, 이 순서쌍 $(x,\ y)$가 $y = x$를 만족시킬 확률을 P_n이라 하자. $\mathrm{P}_{2m} = \dfrac{1}{41}$을 만족시키는 자연수 m의 값을 구하여라.2)

003.

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 $(a,\ b)$ 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 y좌표가 같을 때, 이 두 점의 y좌표가 2일 확률은?3)

(가) a, b는 정수이다.

(나) $0 < b < 4 - \dfrac{a^2}{4}$



① $\dfrac{4}{17}$　② $\dfrac{5}{17}$　③ $\dfrac{6}{17}$

④ $\dfrac{7}{17}$　⑤ $\dfrac{8}{17}$

개념2

✔ 포함배제 : 경우의 수로 하든, 확률로 하든 잘.

004.

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 A로의 함수 f 중 하나를 선택할 때,

$$f(n+2)=f(n)$$

을 만족하는 자연수 n이 존재할 확률은?4)

① $\frac{58}{125}$　② $\frac{61}{125}$　③ $\frac{64}{125}$

④ $\frac{67}{125}$　⑤ $\frac{14}{25}$

005.

한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자.
세 수 a, b, c가 등식

$$(a-2b)(b-c)=0$$

을 만족시킬 확률은?[5)]

① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{5}{24}$ ③ $\frac{2}{9}$
④ $\frac{17}{72}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

006.

네 숫자 1, 2, 3, 4을 중복 사용하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수 중 하나를 고를 때, 숫자 1, 2, 3이 모두 포함되어 있는 자연수가 선택될 확률은?[6)]

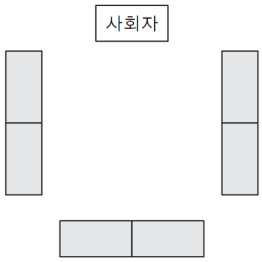
① $\frac{195}{256}$ ② $\frac{195}{512}$ ③ $\frac{195}{1024}$
④ $\frac{5}{14}$ ⑤ $\frac{5}{28}$

개념3

✔ 확률의 대칭성 : 독립이면 대충 한쪽을 고정해본다.

007.

A, B, C 세 고등학교에서 각각 2명의 학생이 참가하여 토론을 하기로 하였다. 이 6명이 그림과 같이 사회자 좌석을 제외한 6개의 좌석 중 임의로 각각 1개씩 선택하여 앉을 때, 같은 고등학교의 학생끼리는 옆자리에 앉지 않을 확률은?[7] (단, 좌석이 떨어져 있는 경우는 이웃하지 않는 것으로 본다.)



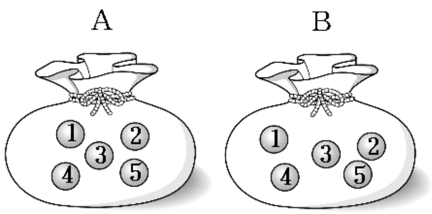
① $\frac{2}{5}$　② $\frac{7}{15}$　③ $\frac{8}{15}$　④ $\frac{3}{5}$　⑤ $\frac{2}{3}$

008.

1에서 n까지의 자연수가 하나씩 적힌 n개의 공이 든 상자가 있다. 여기서 두 개의 공을 차례로 꺼낼 때, 두 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 처음 꺼낸 공에 적힌 수보다 큰 수일 확률을 구하여라.8)

009.

주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어 있다. 철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각자 구슬을 임의로 한 개씩 꺼내어 두 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다르고, 두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률은?9)



① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

개념4

✔ 분할과 확률 : 헷갈리니까 $\dfrac{(\text{사건의 경우의 수})}{(\text{전체 경우의 수})}$로 풀어라.

010.

1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 9개의 구슬을 임의로 3개씩 3묶음으로 나누어 상자 A, B, C에 한 묶음씩 넣을 때, 각 상자에 들어 있는 세 구슬에 적혀 있는 수의 합이 모두 홀수가 될 확률은?[10)]

① $\dfrac{1}{14}$ ② $\dfrac{1}{7}$ ③ $\dfrac{3}{14}$

④ $\dfrac{2}{7}$ ⑤ $\dfrac{5}{14}$

011.

남자 탁구 선수 4명과 여자 탁구 선수 4명이 참가한 탁구 시합에서 임의로 2명씩 4개의 조를 만들 때, 남자 1명과 여자 1명으로 이루어진 조가 2개일 확률은?11)

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{18}{35}$ ③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{24}{35}$ ⑤ $\frac{27}{35}$

012.

공 5개를 세 개의 상자에 임의로 넣을 때, 두 개의 상자에만 공이 들어갈 확률을 구하여라.12)

① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{7}{27}$ ③ $\frac{10}{27}$

④ $\frac{13}{27}$ ⑤ $\frac{16}{27}$

✔ 같은 것이 있는 확률문제 : 안 같은 것으로 푸세영.

개념5

013.

주머니에 a, a, a, b, b, c의 문자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 문자끼리는 이웃하지 않게 배열될 확률은?13)

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{7}{30}$　③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{11}{30}$　⑤ $\frac{13}{30}$

014.

그림과 같이 15개의 자리가 있는 일자형의 놀이기구에 5명이 타려고 할 때, 5명이 어느 누구와도 서로 이웃하지 않게 탈 확률은?[14)]

① $\frac{1}{26}$ ② $\frac{1}{13}$ ③ $\frac{3}{26}$
④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{5}{26}$

015.

주머니에 1, 1, 2, 3, 4, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를 a, b, c, d라 할 때, $a<d$일 확률은?[15)]

① $\frac{7}{30}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{11}{30}$
④ $\frac{13}{30}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

개념6

✔ 독립적인 두 개의 사건으로 구별할 수 있을 때 :
각각의 확률을 구해서 곱해서 처리할 수 있다.

016.

한 개의 주사위를 5번 던져서 나온 눈을 앞쪽에서부터 순서대로 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5라고 하자. 이때 다음이 성립할 확률을 구하여라.16)

(1) $x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4 \le x_5$

(2) $x_1 \le x_2$이고 $x_3 \le x_4 \le x_5$

(3) $x_1 \le x_2 \le x_3$, $x_3 \ge x_4 \ge x_5$

017.

한 개의 주사위를 던지는 시행을 반복할 때, 연속하여 같은 눈이 나오면 시행을 끝내기로 한다. 4번째 시행에서 끝낼 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하여라.17)

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

018.

동전의 앞면에는 숫자 1, 뒷면에는 숫자 0이 적혀 있다. 이 동전을 6번 던지는 시행에서 나오는 수를 차례로 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6이라 하자. $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때, $S_3 = 1$이고 $S_6 = 3$이 될 확률은?18)

① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{11}{64}$ ③ $\frac{5}{32}$

④ $\frac{9}{64}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

개념7

✔ 일부분만 고려하기 : 알아서.

019.

1부터 10까지의 자연수를 모두 일렬로 나열하는 시행을 한다. 나열된 수들을 앞에서부터 a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}이라 할 때, $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$을 만족하는 자연수 n의 최댓값을 확률변수 X라고 하자. $\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$의 값은?19)

① $\frac{4}{30}$ ② $\frac{17}{120}$ ③ $\frac{3}{20}$

④ $\frac{19}{120}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

020.

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 일대일 대응 $f: X \to X$ 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은?[20)]

$f(1)<f(2)<f(3)$이고 $f(4)<f(5)$이다.

① $\dfrac{1}{24}$ ② $\dfrac{1}{18}$ ③ $\dfrac{1}{12}$

④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{4}$

021.

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$를 정의역과 공역으로 하는 일대일 대응 $f: X \to X$ 중에서 임의로 하나를 선택하는 시행을 할 때,

$$\max(f(1),\ f(2)) < \max(f(3),\ f(4)) < \max(f(5),\ f(6))$$

를 만족 시킬 확률은?[21)] (단, $\max(a,\ b)$는 a와 b 중 작지 않은 수다.)

① $\dfrac{1}{24}$ ② $\dfrac{1}{18}$ ③ $\dfrac{1}{12}$

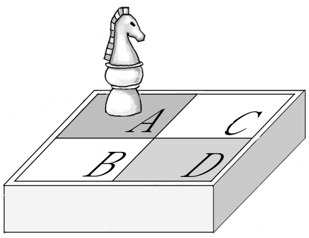
④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{4}$

개념8

✔ 점화식 : 안 나와.

022.

그림과 같은 말과 말판이 있다. 말은 한 번에 한 칸씩 인접한 칸으로 움직이는 데 인접한 각 칸으로 이동할 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이다. 예를 들어 A에 있던 말이 A와 인접한 칸인 B, C로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이다. 최초 A에 있던 말이 n번 이동하여 처음으로 D에 도착할 확률을 P_n이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[22)]



ㄱ. $\mathrm{P}_2 = \frac{1}{2}$

ㄴ. $\mathrm{P}_{2n+2} = \frac{1}{2}\mathrm{P}_{2n}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} \mathrm{P}_k = \frac{1023}{1024}$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

023.

눈이 온 날의 다음 날에 눈이 올 확률은 0.3이고, 눈이 오지 않은 날의 다음 날에 눈이 올 확률은 0.1인 어느 마을이 있다. 이 마을에 12월 22일 눈이 왔다. 이 해 12월 25일에도 눈이 올 확률을 p라 할 때, $1000p$의 값을 구하여라.[23)]

024.

주사위를 한 번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 사건을 A, 3의 배수가 아닌 눈이 나오는 사건을 B라 한다. $D=0$으로 놓고 주사위를 던질 때마다 사건 A가 일어나는 경우는 D의 값에 1을 더하고, 사건 B가 일어나는 경우는 D의 값에 2를 더하기로 하였다. 예를 들어, 주사위를 네 번 던지는 동안 사건 A, B, B, A가 차례로 일어나는 경우 D의 값은 차례로 1, 3, 5, 6이 된다. 주사위를 계속하여 던질 때, 자연수 n에 대하여 $D=n$이 될 확률을 p_n이라 하자. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?[24)]

ㄱ. $p_1=\frac{1}{3}$

ㄴ. $p_3=\frac{13}{27}$

ㄷ. $p_n=\frac{1}{3}p_{n-1}+\frac{2}{3}p_{n-2}$ (단, $n=3, 4, 5, \cdots$)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1) ②

2) 5

3) ②

4) ②

5) ④

6) ②

7) ③

8) $\frac{1}{2}$

9) ①

10) ③

11) ④

12) ③

13) ④

14) ④

15) ④

16) (1) $\frac{7}{216}$ $\left(\frac{{}_6H_5}{6^5}\right)$ (2) $\frac{49}{324}$ $\left(\frac{{}_6H_2}{6^2} \cdot \frac{{}_6H_3}{6^3}\right)$

(3) $\frac{203}{1944}$ $\left(\frac{({}_1H_2)^2+({}_2H_2)^2+({}_3H_2)^2+({}_4H_2)^2+({}_5H_2)^2+({}_6H_2)^2}{6^5}\right)$

17) 241

18) ④

19) ④

20) ③

21) ④

22) ②

23) 132

24) ⑤